

文章编号:1001-5078(2004)03-0219-03

低双折射光纤的调制不稳定性

余华清^{1,2}, 郭开惠¹, 姜向东¹

(1. 西南交通大学应用物理系, 四川 成都, 610031; 2. 孝感学院物理系, 湖北 孝感, 432000)

摘要:利用连续波在光纤中传播时满足的非线性薛定谔耦合方程,研究了 CW 波在低双折射光纤的正、反常色散区产生的调制不稳定性。结果表明:调制不稳定性的特征由入射功率和偏振不稳定性的阈值功率的关系决定,增益谱的峰值随着入射功率的变化,大小和位置也发生变化。

关键词:双折射;调制不稳定性;增益谱;光纤损耗

中图分类号: TN929.11

文献标识码: A

Modulation Instability in Weak Birefringence Fibers

YU Hua-qing^{1,2}, GUO Kai-hui¹, JIANG Xiang-dong¹

(1. Department of Applied Physics, Southwest Jiaotiao University, Chengdu 610031, China

2. Department of Physics, Xiaogan University, Xiaogan 432000, China)

Abstract: By using the coupled nonlinear Schrödinger (NLS) equation of the propagation of continuous wave (CW) in a fiber, modulation instability induced by the propagation of CW in normal and anomalous dispersion regime is studied. The results show that the character of modulation instability (MI) depends on the relationship between input power and polarized threshold power, and the maximum value and location of the gain spectra is different when power of input pulse is invariable.

Key words: birefringence; MI; gain spectrum; fiber loss

1 引言

当连续或准连续波在非线性色散介质中传输时,由于色散与非线性的相互作用导致连续微扰光波的振幅指数增长的现象称为调制不稳定性^[1,2],利用调制不稳定性效应可以产生重复率可调的 ps-fs 孤子脉冲串^[3,4],调制不稳定性的研究已引起了人们广泛的关注^[5,6]。本文从非线性耦合 NLS 方程出发,讨论了低双折射光纤中的调制不稳定性,发现调制不稳定性不仅可以在光纤的正、反色散区产生,而且调制不稳定性的特征主要由偏振不稳定性的阈值决定。

2 理论模型

连续波在光纤中传输时,非线性双折射描述成下面的耦合模方程^[7]

$$\frac{\partial A_+}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A_+}{\partial t} + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_+}{\partial t^2} + \frac{a}{2} A_+ = \frac{i}{2} (\Delta\beta) A_- + \frac{2iN}{3} (|A_+|^2 + 2|A_-|^2) A_+ \quad (1)$$

$$\frac{\partial A_-}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A_-}{\partial t} + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_-}{\partial t^2} + \frac{a}{2} A_- = \frac{i}{2} (\Delta\beta) A_+ + \frac{2iN}{3} (|A_-|^2 + 2|A_+|^2) A_- \quad (2)$$

$$A_{\pm} = (\bar{A}_x + i\bar{A}_y)/\sqrt{2}, A_{\pm} = (\bar{A}_x - i\bar{A}_y)/\sqrt{2} \quad (3)$$

式中, $\bar{A}_x = A_x \exp(i\Delta\beta z/2)$, $\bar{A}_+ = A_x \exp(i\Delta\beta z/2)$, A_y

(z, t) 是慢变振幅, β_{0j} ($j = x, y$) 是相应传播常数, $\Delta\beta = \beta_{0x} - \beta_{0y} = 2\pi/L_B$ 与光纤模式双折射有关,对低双折射光纤 $\beta_{0x} \approx \beta_{0y} = \beta_1$, $\bar{A}_+$, $\bar{A}_-$ 分别表示右旋和左旋圆偏振态。

若入射连续波的偏振态沿光纤快轴的情况 ($A_x = 0$),同时忽略光纤的损耗 ($a = 0$),则其稳态解为

$$\bar{A}_{\pm}(z) = \pm i \sqrt{P_0/2} \exp(i\phi_{NL}) \quad (4)$$

式中, $\phi_{NL} = \gamma P_0 z$, γ 是非线性系数, P_0 是 $z = 0$ 处的入射功率,为了研究解的稳定性,设微扰项 $|a_{\pm}| \ll \sqrt{P_0/2}$,则有

$$A_{\pm}(z, t) = \pm i [\sqrt{P_0/2} + a_{\pm}(z, t)] \exp(i\phi_{NL}) \quad (5)$$

将(5)式代入方程(1)、(2),并使 a_+ 和 a_- 线性化,得到线性方程组

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_+}{\partial z} + i(a_+ \gamma P_0 + \frac{\Delta\beta}{2} a_-) + \beta_1 \frac{\partial a_+}{\partial t} + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 a_+}{\partial t^2} \\ = \frac{2iN}{3} \left[\frac{P_0}{2} (a_+ + a_+^*) + P_0 (a_- + a_-^*) \right] \end{aligned}$$

基金项目:本课题得到西南交通大学基础发展研究基金资助 (2002B03)

作者简介:余华清 (1971 -),男,讲师,硕士研究生,工作于孝感学院物理系,现就读于西南交通大学光学工程专业。

E-mail: yhqwy216@sohu.com

收稿日期:2003-11-10;修订日期:2004-03-15

$$\frac{\partial a_-}{\partial t} + i(a_- \gamma P_0 + \frac{\Delta\beta}{2} a_+) + \beta_2 \frac{\partial a_-}{\partial t} + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 a_-}{\partial t^2} = \frac{2\gamma}{3} \left[\frac{P_0}{2} (a_- + a_-^*) + P_0 (a_+ + a_+^*) \right] \quad (6)$$

式中 a_+ 是 a 的复共轭, 方程(6)的通解为

$$a_{\pm} = u_{\pm} \exp[i(Kz - Qt)] + v_{\pm} \exp[-i(Kz - Qt)] \quad (7)$$

式中, K 是波数, Q 是扰动频率, 将(7)式代入方程(6)可以得到关于 $u_{\pm}$ 和 $v_{\pm}$ 的四个代数方程的方程组。仅当微扰满足色散关系

$$[(K - \beta_1 Q)^2 - C_1][(K - \beta_1 Q)^2 - C_2] = 0 \quad (8)$$

时, 方程组有非平凡解(非零解)。式中

$$C_1 = \frac{1}{2} \beta_2 Q^2 (\frac{1}{2} \beta_2 Q^2 + 2\gamma P_0) \\ C_2 = (\frac{1}{2} \beta_2 Q^2 + \Delta\beta - 2\gamma P_0/3) (\frac{1}{2} \beta_2 Q^2 + \Delta\beta) \quad (9)$$

考虑准连续波的情况下, 振幅 A_j 在光纤的传输与时间无关, 若同时忽略光纤损耗, 则方程(1)、(2)简化为

$$\frac{\partial A_+}{\partial z} = \frac{i}{2} (\Delta\beta) A_- + \frac{2\gamma}{3} (|A_+|^2 + 2|A_-|^2) A_+ \quad (10)$$

$$\frac{\partial A_-}{\partial z} = \frac{i}{2} (\Delta\beta) A_+ + \frac{2\gamma}{3} (|A_-|^2 + 2|A_+|^2) A_- \quad (11)$$

其解为

$$A_{\pm} = \left(\frac{3|\Delta\beta|}{2\gamma} \right)^{1/2} \sqrt{p_{\pm}} \exp(i\phi_{\pm}) \quad (12)$$

式中, $p_{cr} = 3|\Delta\beta|/2\gamma$, $p = P_0/p_{cr}$, P_0 为入射到光纤中的总功率。对某些 Q 值, 波数 K 的虚部不为零, 稳态解将变得不稳定, 在此频率下的扰动将沿光纤指数增长。调制不稳定性的特征由入射功率 P_0 和偏振不稳定性的阈值功率 P_{cr} 的关系决定。

$P_0 < P_{cr}$ 时, 调制不稳定性发生在光纤的反常色散区 ($\beta_2 < 0$), 由方程(8)推得, $\Delta\beta < 0$, $0 < |Q| < Q_{c1}$ 时,

$$g(Q) = 2\text{Im}(K) = |\beta_2| Q (Q_{c1}^2 - Q^2)^{1/2} \quad (13)$$

式中

$$Q_{c1} = (4\gamma P_0/|\beta_2|)^{1/2} \quad (14)$$

$\Delta\beta > 0$, $Q_{c3} < |Q| < Q_{c2}$ 时,

$$g(Q) = |\beta_2| \sqrt{(Q_{c3}^2 - Q^2)(Q^2 - Q_{c2}^2)} \quad (15)$$

式中

$$Q_{c3} = (4\gamma/3|\beta_2|)^{1/2} \sqrt{P_{cr} - P_0} \\ Q_{c2} = (2\Delta\beta/|\beta_2|)^{1/2} \quad (16)$$

$P_0 > P_{cr}$ 时, 调制不稳定性发生在光纤的正常色散区 ($\beta_2 > 0$), 由方程(8)推知, $\Delta\beta > 0$, $0 < |Q| < Q_{c4}$ 时

$$g(Q) = 2\text{Im}(K) = |\beta_2| \sqrt{(Q_{c2}^2 + Q^2)(Q_{c4}^2 - Q^2)} \quad (17)$$

式中

$$Q_{c4} = (4\gamma/3\beta_2)^{1/2} \sqrt{P_0 - P_{cr}} \\ Q_{c2} = (2\Delta\beta/\beta_2)^{1/2} \quad (18)$$

$\Delta\beta < 0$, $Q_{c2} < |Q| < Q_{c5}$ 时则有

$$g(Q) = 2\text{Im}(K) = |\beta_2| \sqrt{(Q_{c2}^2 - Q^2)(Q^2 - Q_{c5}^2)} \quad (19)$$

式中

$$Q_{c2} = (2|\Delta\beta|/\beta_2)^{1/2} \\ Q_{c5} = (4\gamma/3\beta_2)^{1/2} \sqrt{P_0 + P_{cr}} \quad (20)$$

若光束沿慢轴偏振传输时 ($A_y = 0$), 可以采用同样的方法和步骤得到色散关系式(8), 式中

$$C_1 = \frac{1}{2} \beta_2 Q^2 (\frac{1}{2} \beta_2 Q^2 + 2\gamma P_0) \\ C_2 = (\frac{1}{2} \beta_2 Q^2 - \Delta\beta - 2\gamma P_0/3) (\frac{1}{2} \beta_2 Q^2 - \Delta\beta) \quad (21)$$

在光纤的正常色散区 ($\beta_2 > 0$), 一般有 $C_1 > 0$, $\Delta\beta > 0$, 当 $C_2 < 0$ 即 $Q_{c2} < Q < Q_{c6}$ 时

$$g(Q) = 2\text{Im}(K) = |\beta_2| \sqrt{(Q_{c2}^2 - Q^2)(Q^2 - Q_{c6}^2)} \quad (22)$$

式中

$$Q_{c2} = (2\Delta\beta/\beta_2)^{1/2} \\ Q_{c6} = (4\gamma/3\beta_2)^{1/2} \sqrt{P_0 + P_{cr}} \quad (23)$$

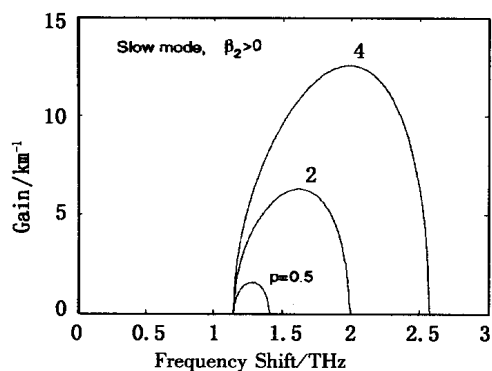
3 数值计算结果及分析

图1(a)表示不同功率入射光沿低双折射光纤 ($\beta_2 > 0$) 的快轴偏振时的增益谱, 其中拍长 $L_b = 2m$, $\beta_2 = 60 \text{ psec}^2/\text{km}$, 非线性系数 $\gamma = 38 \text{ W}^{-1}/\text{km}$, 当输入功率 $P_0 = 124 \text{ W}$ 时, 对应 $p = 1$ 。从图中可以看出, $1 \leq p \leq 2$ 时, 最大增益在 $Q_m = 0$ 处, $p > 2$ 时, Q_m 满足条件 $\beta_2 Q_m^2 = \frac{2}{3} \gamma P_0 - 2\Delta\beta$, 这和文献[8]的结论一致。

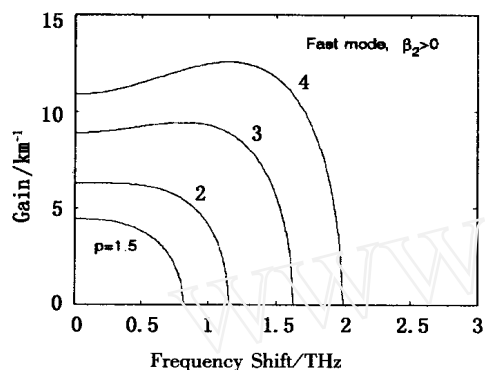
图1(b)表示不同功率入射光沿低双折射光纤 ($\beta_2 < 0$) 的快轴偏振时的增益谱, 其中 $\beta_2 = -18.2 \text{ ps}^2/\text{km}$, 其它参数同图1。结果表明 $p \geq 2$ 时, 最大增益在 $Q_m = 0$ 处, 而 $0 < p < 2$ 时 Q_m 满足条件和图1中 $p > 2$ 时相同。

图1(c)表示不同功率入射光沿低双折射光纤 ($\beta_2 > 0$) 的慢轴偏振时的增益谱, 最大增益同样满足图1中 $p > 2$ 时的条件。

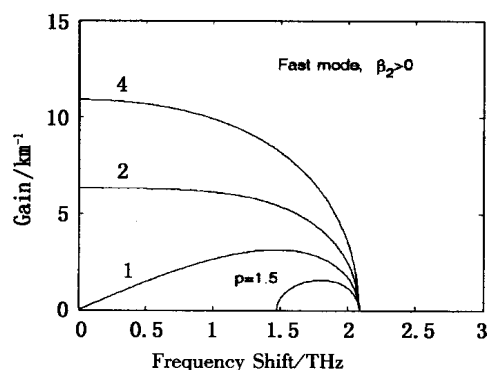
图2比较了不同功率入射光分别沿低双折射光纤的快轴和慢轴偏振时的增益谱。所用光纤的 $\beta_2 = 60 \text{ ps}^2/\text{km}$, $\gamma = 21 \text{ W}^{-1}/\text{km}$, 拍长 $L_b = 5m$ 。 $P = 186 \text{ W}$ (图a), $P = 310 \text{ W}$ (图b), $p \leq 2$ 时, 入射光束沿快轴偏振时, 增益在 $Q = 0$ 处达到最大值, 这意味着低频或连续波的起伏会迅速增大, 入射光沿慢轴偏振有旁瓣; $p > 2$ 时, CW波无论沿快轴还是慢轴偏振, 都会产生旁瓣, 只有一特定的 Q 值, 增益有最大值。



(a)



(b)



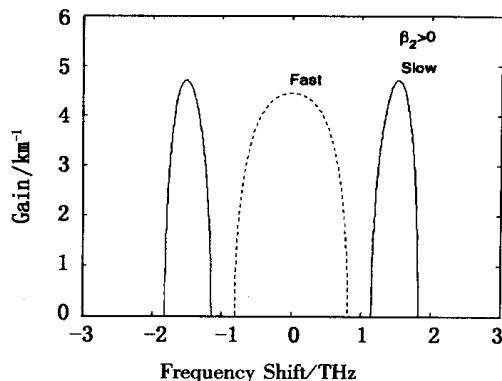
(c)

(a) nonlinear coefficient $\gamma = 38 \text{ W}^{-1}/\text{km}$, linearly polarized along the fast axis of a birefringent fiber with $L_b = 2 \text{ m}$ and $\beta_2 = 60 \text{ p s}^2/\text{km}$, for increasing values of normalized power p . (b) Same as in (a), with $\beta_2 = -18.2 \text{ p s}^2/\text{km}$. (c) Same as (a), but the input polarization is along the slow axis.

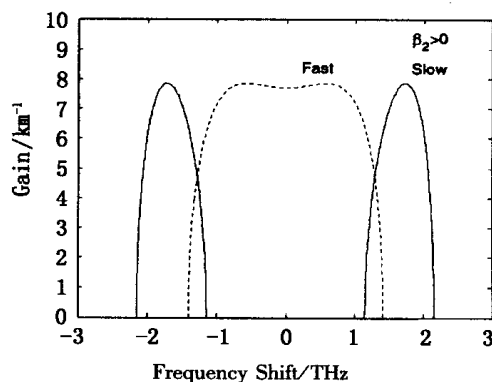
图1 偏振调制不稳定性的增益谱

4 结论

低双折射光纤中的调制不稳定性的特征由入射功率 P_0 和偏振不稳定性的阈值功率 P_{cr} 的关系决定。 $P_0 < P_{cr}$ 时,调制不稳定性发生在光纤的反常色散区; $P_0 > P_{cr}$ 时,调制不稳定性在光纤的正常色散区发生。由于有 XPM 的作用,低双折射光纤中的调制不稳定性的增益谱的峰值随着入射功率 P_0 的变化,大小和位置也发生变化。当入射功率 P_0 超过某一范围时,CW 波无论沿快轴还是慢轴偏振,都会产生旁瓣。



(a)



(b)

(a) linearly polarized along the fast or slow axis of a birefringent fiber with normalized power $p = 1.5$ (b) Same as (a), but $p = 2.5$

图2 偏振调制不稳定性的增益谱

参考文献:

- [1] N Akhmediev, A Ankiewicz. First-order exact solutions of the nonlinear Schrodinger equation in the normal dispersion regime[J]. Phys. Rev. A. 1993,47(10):3213.
- [2] Tai K, Hasegawa A, Tomita A. Observation of modulation instability in optical fibers[J]. Phys. Rev. Lett., 1986,56(2):135-138.
- [3] Mamyshev P V, Stanislav V, Dianov E M. Generation of fundamental soliton trains for high bit-rate optical fiber communication lines[J]. IEEE. J. Q., 1991. Quantum Electron., 1991,27(10):2347-2355.
- [4] Dianov E M, Mamyshev P V, Prodhonov A M, et al. Generation of a train of fundamental solitons at a high repetition rate in optical fibers[J]. Opt. Lett., 1989,14(18):1008-1010.
- [5] 张书敏,徐文成,罗爱平,等.色散缓变光纤中飞秒光脉冲的调制不稳定性研究[J]. 光学学报,2001,21(6):656-659.
- [6] Xu Wengcheng, Wen Shuangchun, Liu Songhao et al. Modulation instability of femtosecond optical pulses in long optical fibers with minimum GVD. [J]. Chin. Phys. Lett., 1997,14(6):470-473.
- [7] Agrawal G P. Nonlinear Fiber Optics[M]. Third Edition & Applications of Nonlinear Fiber Optics New York: Academic Press, 2001.
- [8] Wabnitz S. Modulation polarization instability of light in a nonlinear birefringent dispersive medium [J]. Phys. Rev. (A), 1988,38(4):2018-2071.