·光纤技术·

文章编号:1001-5078(2004)03-0216-03

Hartree 近似法研究色散缓变光纤中暗孤子的量子效应

沈廷根[1,2] ,李正华[1,3] ,方云团[3]

(1. 江苏大学物理系 ,江苏 镇江 212003 ; 2. 南京师范大学江苏省光电中心实验室 ,江苏 南京 210097 ;
3. 镇江船艇学院 江苏 镇江 212003)

摘　要:利用含时 Hartree 近似法得到色散缓变光纤的暗孤子量子非线性薛定谔方程 ,在一定条件下 ,有量子态的暗孤子解 ,并由此方程讨论经典和量子效应对暗孤子传输的影响 ,由此发现 ,光场算符的量子力学的平均值是一系列修正的经典孤子的叠加 ,色散缓变效应等效为一个分布参数放大器的增益。并导致非线性效应增加 ,使孤子受到压缩。

关键词:Hartree 近似 ;量子效应 ;暗孤子

中图分类号:0436 ;TN25　　**文献标识码**:A

Study on Quantum Effect of Dark Solitons Based on Hartree Approximation Solution in the Fiber with Slowly Decreasing Dispersion

SHEN Ting-gen[1,2] ,LI Zheng-hua[1,3] ,FANG Yun-tuan[3]

(1. Department of Physics ,jiangsu University ,Zhenjiang 212003 ,China ;2. Photoelectricity Central laboratory of Jiangsu province ,Nanjing Normal University ,Nanjing 210097 ,China ;3. Zhenjiang Institute of Boat ,Zhenjiang 212003 ,China)

Abstract:With the time-dependent Hartree approximation ,a quantitative nonlinear Schrödinger equation (NLS) in a dispersion-slowly decreasing fiber is obtained. Under certain conditions ,quantum state dark soliton solutions exist. The solution for influence of dark soliton propagation ,as well as classical and quantum effects are discussed in detail. We find that mean-value of the field in fiber is the pile-up of a series of classical dark sotions with corrections ,and the effect of slowly decreasing dispersion is equivalent to a long distance dispersed parameter fiber amplifier ,that lead to nonlinear effect increase and the dark solitons by compression in fiber.

Key words:classical and quantum effects ;dispersion-slowly decreasing fiber ;dark soliton

1　引　言

在光纤中非线性效应与色散相互作用 ,使光脉冲演变为光孤子 ,光纤中传输的光孤子的行为由经典的非线性薛定谔方程描述。近来用量子化的非线性方程研究光孤子传输的量子效应[1-2] 。目前色散缓变光纤在光通信方面的许多优良特性受到人们的重视 ,它特别适合于高速、长距离光孤子通信系统。近年来研究证明 ,暗孤子应用于光纤通信系统和信号处理具有比亮孤子更好的特性。[3] ,但对暗孤子特性的研究比亮孤子少得多 ,并多用数值解方法研究。

本文利用含时 Hartree 近似方法 ,得到色散缓变光纤的暗孤子量子化非线性薛定谔方程 ,并且行波法求得量子态的孤子解 ,由此解讨论了暗孤子传输的量子效应 ,发现量子光场的平均值是一系列修正的经典孤子的叠加 ,色散缓减光纤等效为一个分布参数放大器的增益 ,并导致非线性效应增加 ,孤子受到压缩 ,在泊松相干态下 ,量子波形强度的均值具有经典孤波形式 ,也就是在该态下量子孤子的波包扩散效应可略。

2　量子分析

在色散缓变光纤传输的光脉冲一般由下面方程描述[1-6]

$$\mathrm{i}\frac{\partial\phi(X,t)}{\partial X}-\frac{\beta_2(X)}{2}\frac{\partial^2\phi(X,t)}{\partial t^2}+i\frac{\partial f(X)}{\partial t}\frac{\phi(X,t)}{2f(X)}+2A\left|\phi(X,t)\right|^2\phi(X,t)+i\Gamma\phi(X,t)=0 \quad (1)$$

作者简介:沈廷根(1954 -) ,男 ,教授 ,1978 年毕业于江苏师院物理专业 ,现从事物理教学与光孤子通信的理论研究。

收稿日期:2003-12-30 ;**修订日期**:2004-03-18

(1)式中:$\varphi(X,t)$是场包络函数,$\beta_2(X)$是光纤正常色散区色散系数,$\beta_2(X)>0$,A是三阶非线性系数,Γ是光纤损耗,X是传输距离,t是传输时间,若光纤色散沿孤子传输方向是指数律衰减:

$$\beta_2(X)=\beta_2(0)e^{-\theta X} \tag{2}$$

式中θ是描述色散沿孤子传输方向变化的快慢。

如果$\theta=0$,那么$\beta_2(X)=\beta_2(0)$就是光纤的正常色散区色散常数。(1)式中光纤模面积f(X)为

$$f(X)=n(X)\iint|U(X,Y,Z)|^2dYdZ$$

此处n(X)是光纤的线性折射率,U(X,Y,Z)是横向场分布,现设

$$f(X)=e^{2MX} \tag{3}$$

式中M为光纤模面积随X增加快慢程度,对变量作下列变换:

$$x=\frac{1-e^{-\theta X}}{\theta} \tag{4}$$

$$\varphi(x,t)=\varphi(X,t)e^{\theta X/2} \tag{5}$$

$$P=\frac{1}{2}\beta_2(0)$$

将(4)、(5)、(2)式代入(1)式,得:

$$i\frac{\partial\varphi(x,t)}{\partial X}-P\frac{\partial^2\varphi(x,t)}{\partial t^2}+2A|\varphi(x,t)|^2\varphi(x,t)+i\left[\Gamma+M-\frac{\theta}{2}\right]\frac{\varphi(x,t)}{1-\theta x}=0 \tag{6}$$

场量$\varphi(x,t)$和$\varphi^*(x,t)$可看成场算符$\hat{\varphi}(x,t)$和$\hat{\varphi}^+(x,t)$,并满足泊松对易关系[1-2]。

$$[\hat{\varphi}(x',t),\hat{\varphi}^+(x,t)]=\delta(x-x')$$
$$[\hat{\varphi}(x't),\hat{\varphi}(x',t)]=[\hat{\varphi}^+(x,t),\hat{\varphi}^+(x',t)]=0 \tag{7}$$

从(6)式得量子变量的方程。其中$\hat{\varphi}(x,t)$和$\hat{\varphi}^+(x,t)$是在x和t处的湮没算符,量子化的方程能写为

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\varphi(x,t)=[\hat{\varphi}(x,t),\hat{H}] \tag{8}$$

其中

$$\hat{H}=\hbar\int dt[P\hat{\varphi}_t^+(x,t)\hat{\varphi}_t(x,t)+(2A)\hat{\varphi}^+(x,t)\hat{\varphi}^+(x,t)\hat{\varphi}(x,t)\hat{\varphi}(x,t)+i(\Gamma+M-\frac{\theta}{2})\hat{\varphi}^+(x,t)\hat{\varphi}(x,t)] \tag{9}$$

$$\hat{\varphi}(x,t)=\frac{d\hat{\varphi}(x,t)}{dt},$$

在薛定谔表象中(8)式变为

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial x}|\Psi\rangle=\hat{H}_s|\Psi\rangle \tag{10}$$

其中

$$\hat{H}_s=\hbar\int dt[P\hat{\varphi}_t^+(t)\hat{\varphi}_t(t)-(2A)\hat{\varphi}^+(t)\hat{\varphi}^+(t)\hat{\varphi}(t)\hat{\varphi}(t)+i(\Gamma+M-\frac{\theta}{2})\hat{\varphi}^+(t)\hat{\varphi}(t)] \tag{11}$$

一般系统的态矢量在Fock空间可展开为:

$$|\Psi\rangle_n=\sum a_n\int\frac{1}{\sqrt{n!}}f_n(t_1,\cdots,t_n,x)\hat{\varphi}^+(t_1)\cdots\hat{\varphi}^+(t_1)\cdots\hat{\varphi}^+(t_n)dt_1\cdots dt_n|0\rangle \tag{12}$$

(12)式中:$|0\rangle$是真空态,f_n是n粒子波函数,$|a_n|^2$是在光场中找到n个光子的概率,将(12)、(11)式代入(10)式,得:

$$i\frac{\partial}{\partial x}f_n(t_1,\cdots,t_n,x)=\left[-P\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial^2}{\partial t_j^2}-(2A)\sum_{1\le i<j\le n}\delta(t_j-t_i)-i(\Gamma+M-\frac{\theta}{2})n\right]f_n^{(H)}(t_1,\cdots,t_n,x) \tag{13}$$

对(13)式求解,应用含时Hartree近似定义,Hartree波函数为

$$f_n^{(H)}(t_1\cdots,t_n,x)=\prod_{j=1}^{n}\Phi_n(t_j,x) \tag{14}$$

其中Φ_n为单粒子波函数,

引入作用量

$$I=\int f_n^{(H)}(t_1,\cdots,t_n,x)\left\{i\frac{\partial}{\partial x}+\sum_{j=1}^{n}[P\frac{\partial^2}{\partial t_j^2}]+\sum_{1\le i<j\le n}\delta(t_j-t_i)[2A]+i(\Gamma+M-\frac{\theta}{2})n\right\}f_n^{(H)}(t_1,\cdots,t_n,x)dt_1,\cdots,dt_n, \tag{15}$$

对I求极小值,给出Φ_n所满足的方程

$$i\frac{\partial\Phi_n}{\partial x}-P\frac{\partial^2\Phi_n}{\partial t^2}+(2A)(n-1)|\Phi_n|^2\Phi_n+i[\Gamma+M-\frac{\theta}{2}\Phi_n=0 \tag{16}$$

将(6)式2A变换为2A(n-1),(6)式就变为量子化的孤子方程

若$\Gamma+M-\frac{\theta}{2}=0$

$$i\frac{\partial\Phi_n}{\partial x}-P\frac{\partial^2\Phi_n}{\partial t^2}+(2A)(n-1)|\Phi_n|^2\Phi_n=0 \tag{17}$$

设(17)式的解有如下形式:(引入a=2A(n-1))

$$\Phi_n(x,t)=\varphi_0\sqrt{1-G(u)}\exp\{i[\alpha\varphi_0^2x+\Omega^2Px-\Omega t]\}=\varphi D(u)\exp(i\theta) \tag{18}$$

(18)式中

$$u=(t+\lambda(x))\varphi_0,D(u)=(1-G(u))^{1/2},$$
$$\theta=\alpha\varphi_0^2x+\Omega^2Px-\Omega t \tag{19}$$

Ω是暗孤子的频率,φ_0为暗孤子的幅值,即当$t\to\infty$时,$|\varphi|=\varphi_0^2$为无限背景光的强度,$\lambda(x)$为描述孤子中心位置随x值增加产生漂移的参数。

将式(18)代入式(19)经运算得其实部方程为

$$P\frac{d^2D}{du^2}+\alpha D-\alpha D^3=0 \tag{20}$$

$$\frac{2P}{\alpha}\left(\frac{dD}{du}\right)^2+2D^2-D^4+K=0 \tag{21}$$

式(21)中K为积分常数,将式(21)变换为

$$\frac{2P}{\alpha}\left(\frac{dD}{du}\right)^2=4(D^6-2D^4-KD^2) \tag{22}$$

将式(19)中的 $D(u)=[1-G(u)]^{1/2}$ 代入式(21)得

$$\frac{2P}{\alpha}\left(\frac{dG}{du}\right)^2=4[-G^3+G^2+G(1+K)-(K+1)] \tag{23}$$

取 K = -1,则式(23)变为

$$\frac{2P}{\alpha}\left(\frac{dG}{du}\right)^2=4[-G^3+G^2] \tag{24}$$

将式(24)变形为

$$\int\frac{dG}{G\sqrt{1-G}}=\pm\left(\frac{2\alpha}{P}\right)^{1/2}u \tag{25}$$

积分(25)式得:

$$G(u)=\mathrm{sech}^2\left[\left(\frac{a}{2p}\right)^{1/2}u\right] \tag{26}$$

然后将(18)式代入(17)后,得其虚部方程为:

$$\frac{d\lambda}{dx}=-2P\Omega \tag{27}$$

(27)式解为:

$$\lambda(x)=-2P\Omega x \tag{28}$$

将(26)式代入(18)式得:

$$\Phi_n=\varphi_0 th\{\sqrt{2A(n-1)/P}\cdot\varphi_0(t-2P\Omega x)\}\exp\{i[(2A(n-1)\varphi_0{}^2+\Omega^2P)x-\Omega t]\} \tag{29}$$

考虑泊松相干态脉冲,得 Hartree 近似解的"态矢量"为:

$$|\Psi_s\rangle_H=\sum_n\frac{a_0{}^n}{n!}e^{-|a_0|^2/2}[\int dt\Phi_n(t,X)\hat{\varphi}^+(t)]^n|0\rangle \tag{30}$$

式中:$|a_0|^2=n_0$ 是平均光子数,根据(30)式得场包络的量子平均值为:

$$\langle\Psi_s|\hat{\varphi}(t)|\Psi_s\rangle_H=a_0\sum_n\frac{|a_0|^{2n}}{n!}e^{-|a_0|^2}\Phi_{n+1}(t,X)$$

$$=a_0\sum_n\frac{|a_0|^{2n}}{n!}e^{-|a_0|^2}\varphi_0 th\{\sqrt{2An/P}\cdot\varphi_0(t-2P\Omega x)\}\exp\{i[(2An\varphi_0{}^2+\Omega^2P)x-\Omega t]\} \tag{31}$$

场包络幅值的准概率密度定义为:

$$Q(\alpha,t,X)=|\langle\alpha,t|\Psi_s\rangle|^2 \tag{32}$$

其中

$$\left|\alpha,t\rangle=e^{-|\alpha|^2/2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha^n}{n!}[\hat{\varphi}^+(t)]^n\right|0\rangle \tag{33}$$

表示在时间 t 的定域相干态

将(33)、(30)式代入(32)式得:

$$Q(\alpha,t,X)=\exp(-|\alpha|^2-|\alpha_0|^2)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{|\alpha a_0|^n}{n!}\cdot\varphi_0 th\{\sqrt{2An/P}\cdot\varphi_0(t-2P\Omega x)\}\exp\{i[(2An\varphi_0{}^2+\Omega^2P)x-\Omega t]\} \tag{34}$$

3 讨论和结论

从(16)式说明,色散缓变光纤的参数 θ 等效为一般光纤放大器的增益,其模面积参数 M 等效为损耗,其 $\Gamma+M=\frac{\theta}{2}$ 色散缓变效应完全补偿损耗,此时孤子的传输完全不受损耗影响,由此说明,色散缓减效应等效长距离分布参数光纤放大器的增益,若模面积随 X 增加,按指数律减少($f(X)=e^{-2MX}$),那么模面积效应等效为分布信号放大器的增益,它非常有利于孤子的传输。从(31)式可见光纤中暗孤子光场算符的量子力学平均值为不同幅度、不同中心位置修正的经典暗孤子波的叠加。由此说明,修正的量子态孤子的幅值、脉宽、相位、中心位置、形状随光子数 n 不同而变化。当系统的光子数很大时,即 $n_o=|\alpha_o|^2>>1$,可忽略 $\hat{\varphi}(x,t)$ 和 $\hat{\varphi}^+(x,t)$ 的相互关联,则 $\langle\Psi_s|\hat{\varphi}(t)|\Psi_s\rangle_H=\alpha\Phi_n(X,t)$,(30)式由量子力学情形过滤到经典解,说明在大量子数重要条件下,量子力学向经典力学过渡。在泊松分布的相干态下,暗孤子量子波形强度的平均值(即量子场均值)具有经典孤波双曲正切形式,由此说明,在该态下,量子态孤子的波包扩散效应可以忽略,它具有一般经典孤子的性质。所以,量子非线性方程的孤子态为整体束缚态,其量子起伏最小。从(34)式说明,场算符的准概率密度反映了系统的量子效应,准概率密度呈自压缩效应[1]。此压缩效应与光纤的色散缓变效应以及传输距离、损耗、模面积等因素有关。这压缩效应是量子态波包扩散可略、量子起伏最小的重要因素。所以,经典暗孤子的自压缩效应在光纤中存在的必然性由量子理论得到证明。由(29)式数学形式可见,光纤非线性(A)效应与光纤色散(p)效应相平稳,才产生了双曲正切型暗孤子,两者缺一不可,这一点在此处的数学形式得到有力的证明,由此推理,对于零色散光纤必须考虑光纤的高阶色散与光纤的非线性相平衡才能在光纤的正常色散区产生暗孤子,同时可见在 P<0 的光纤反常色散区不能存在暗孤子,这与亮孤子一般不存在于光纤的正常色散的规律一样。

参考文献:

[1] Ewan M Wright. Quantum theory of soliton propagation in an optical fiber using the Hartree approximation[J]. Phy. Rev. 1991, A, 43:3836.

[2] Y Lai, H A Haus. Quantum theory of soliton in optical fiber. I. Time-dependent Hartree approximation[J]. Phy. Rev. 1989, A, 40:844.

[3] W J Tomlinsonet al., Dark optical solitons with finite-width background pulses[J]. J. Opt. Soc. Am. 1989, (B), 6(3):329.

[4] H H Kuehl. solitons on an axiallg nonuniform optical fiber[J]. J. Opt. Soc. 1988; (B), 5(3), 709.

[5] Boris A Malomed. Ideal amplification of an ultrashort solitons Dispersion-decreasing fiber[J]. Opt. Lett., 1994, 19:341.

[6] Kodama, Hasegava A. Generation of asymptotically Stable optical solitons and suppression of the Gordon-Haus effect[J]. Opt. Lett. 1992, 17:31.

[7] Akira Hasegawa. Optical Solitons in Fibers[M]. Springer-Verlag, World Publishing Corp. Second Enlarg Edition, 1990.