

文章编号: 1001-5078(2006)07-0584-03

# 厄米 - 高斯光束通过双矩孔的传输特性

顾菊观, 甘亮勤, 徐海斌, 梅掌荣  
(湖州师范学院理学院, 浙江 湖州 313000)

**摘要:** 基于硬边孔函数能拓展成一组有限复高斯函数的和, 研究厄米 - 高斯光束通过双矩孔的传输特性, 用 Collins 公式分析, 用 Matlab 进行一些数值模拟。表明: 传输特性与光束的参数、光学系统的参数、孔的大小和孔的间距密切相关。其结果可推广到其他孔、光束和多光束, 本研究对控制光束和光学系统设计是十分有用的。

**关键词:** 厄米 - 高斯光束; 双矩孔; 传输特性

中图分类号: O436 文献标识码: A

## Propagation Characters of Hermite-Gaussian Beams Passing Through Double Rectangular Apertured

GU Ju-guan, GAN Liang-qin, XU Hai-bin, MEI Zhang-rong  
(School of Science, HuZhou Teachers College, Huzhuo 31300, China)

**Abstract:** Base on the fact that a hard-edge aperture function can be expanded into a finite sum of complex Gaussian functions, the approximate analytical expressions for the propagation characters of Hermite-Gaussian beams passing through double rectangular apertured are derived. The approximate analysis uses Collins formula. At last, Matlab illustrates some numerical examples. It shows that the propagation characters of Hermite-Gaussian beams are closely related to the beam parameters, optical system parameters, the size of apertures and the interval of apertures. The results can be straight forwardly used in other apertures and other beams, also is applied to controlling beams and designing optical systems.

**Key words:** Hermite-Gaussian beams; double aperture; propagation characters

### 1 引言

目前国内外主要研究厄米 - 双曲余弦 - 高斯光束、平顶 - 高斯光束、拉盖尔 - 高斯光束、厄米 - 高斯光束、贝塞尔 - 高斯光束、余弦 - 高斯光束、椭圆 - 高斯光束、超高斯光束的相对焦移、 $M^2$  因子、K 参数、相对相移及强度分布<sup>[1-8]</sup>。但对于光束通过双矩孔的研究在文献中还未曾见过。基于这些情况, 并根据硬边孔函数能拓展成一组有限复高斯函数的和, 本文研究了厄米 - 高斯光束通过双矩孔的传输特性, 这些基本的分析研究都是应用 Collins 公式的。最后, 用 Matlab 进行一些数值模拟。它表明: 传输特性与光束的参数、光学系统的参数、孔的

大小和孔的间距密切相关。其结果可推广到其他孔、光束和多光束, 其结果对控制光束和光学系统设计是十分有用的。

### 2 厄米 - 高斯光束通过带有两个矩孔光学系统的传输特性

对于二维的情况, Collins 衍射积分公式对近轴的 ABCD 光学系统在空间域可以这样描述<sup>[3]</sup>:

基金项目: 浙江省自然科学基金资助项目(Y504111); 浙江省教育厅科研计划项目(20040775)。

作者简介: 顾菊观(1963-), 男, 教授, 从事激光光学、光电信息处理等研究。E-mail: gjg@hutc.zj.cn

收稿日期: 2005-12-05; 修订日期: 2006-03-09

$$E_2(x_2, y_2) = \frac{i}{B} \int E_1(x_1, y_1) \exp\left(-\frac{ik}{2B}(A(x_1^2 + y_1^2) + D(x_2^2 + y_2^2) - 2(x_1 x_2 + y_1 y_2))\right) dx_1 dy_1 \quad (1)$$

在此式中有一恒式  $\exp(-ikb)$  省略了。

两维厄米 - 高斯光束的场分布在输入平面上可用下式表示<sup>[3]</sup>:

$$E_1(x_1, y_1) = E_0 \exp\left(-\frac{kx_1^2}{2q_x}\right) \times H_m\left(\frac{\sqrt{2}x_1}{x}\right) \times \exp\left(-\frac{iky_1^2}{2q_y}\right) \times H_n\left(\frac{\sqrt{2}y_1}{y}\right) \quad (2)$$

这里  $E_0$  是恒振幅;  $k$  是波数;  $q_x, q_y$  分别为在  $x$  或  $y$  方向的高斯部分复曲率半径;  $H_m$  或  $H_n$  是  $m$  阶或  $n$  阶厄米多项式;  $H_m$  是高斯部分在  $x$  或  $y$  方向的点的大小。

二维的厄米 - 高斯光束通过带矩孔的近轴 AB-CD 光学系统, 它的输出场用 Collins 衍射积分公式(1)表示为:

$$E_2(x_2, y_2) = \frac{i}{B} \int_a^b E_1(x_1, y_1) \exp\left(-\frac{ik}{2B}(Ax_1^2 - 2x_1 x_2 + Dx_2^2)\right) \times \exp\left(-\frac{ik}{2B}(Ay_1^2 - 2y_1 y_2 + Dy_2^2)\right) dy_1 dx_1 \quad (3)$$

式中,  $a$  和  $b$  表示孔在  $x$  和  $y$  轴方向的各自半宽。

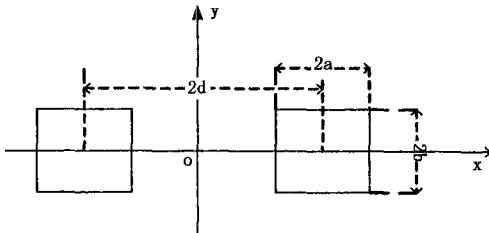


图 1 双矩孔衍射屏 ( $2d$  是双孔中心的距离)

Fig 1 double rectangular apertured diffraction screen  
( $2d$  is distance of double rectangular aperture enter)

对于图中的硬边矩孔窗口函数为:

$$A_p(x, y) = \begin{cases} 1 & |x - d| \leq a, |y| \leq b \\ 0 & |x - d| > a, |y| > b \end{cases} \text{ 和 } A_p(x, y) = \begin{cases} 1 & |x + d| \leq a, |y| \leq b \\ 0 & |x + d| > a, |y| > b \end{cases} \quad (4)$$

(4)代入(3)得:

$$E_2(x_2, y_2) = \frac{i}{B} \int E_1(x_1, y_1) A_p(x_1, y_1) \times \exp\left(-\frac{ik}{2B}(Ax_1^2 - 2x_1 x_2 + Dx_2^2)\right) \times \exp\left(-\frac{ik}{2B}(Ay_1^2 - 2y_1 y_2 + Dy_2^2)\right) dy_1 dx_1 \quad (5)$$

将硬边矩孔函数拓展为一组复高斯函数的和<sup>[1, 8]</sup>:

$$A_p(x, y) = \sum_{h=1}^N A_h \exp\left(-\frac{B_h}{a^2} x^2\right) \sum_{g=1}^N A_g \exp\left(-\frac{B_g}{b^2} y^2\right) \quad (6)$$

式中,  $A_{h,g}$  和  $B_{h,g}$  分别表示拓展的高斯系数, 这些能从计算优化中得到<sup>[8]</sup>。

应用积分公式<sup>[1]</sup>:

$$\int \exp\left(-\frac{(x - x_0)^2}{2a^2}\right) JH_m\left(\frac{x}{a}\right) dx = \sqrt{2\pi} (1 - 2F_2)^{m/2} H_m\left(\frac{1}{\sqrt{1 - 2F_2}}\right) \quad (7)$$

(2)、(6)代入(5)得:

$$E_2(x_2, y_2) = E_0 \sum_{h=1}^N A_h \frac{1}{\sqrt{w_x^2/hx}} \left(1 + \frac{4B_h}{k^2 w_x^2/hx}\right)^{m/2} \left\{ H_m\left(\frac{\sqrt{2}x_2 + 2\sqrt{2BB_h d/ika^2}}{\sqrt{w_x^2/hx + 4B_h^2/k^2}}\right) \right. \\ \left. \exp\left[-\frac{ik(C + D/q_x - 2DB_h/ka^2)x_2^2}{2hx}\right] + \frac{2B_h d/a^2}{hx} x_2 + \frac{2BB_h^2 d^2/ika^4 - B_h w_x d^2/a^2}{hx} \right\} + \\ H_m\left(\frac{\sqrt{2}x_2 - 2\sqrt{2BB_h d/ika^2}}{\sqrt{w_x^2/hx + 4B_h^2/k^2}}\right) \\ \exp\left[-\frac{ik(C + D/q_x - 2DB_h/ka^2)x_2^2}{2hx}\right] - \\ \frac{2B_h d/a^2}{hx} x_2 + \frac{2BB_h^2 d^2/ika^4 - B_h w_x d^2/a^2}{hx} \} + \\ \times \sum_{g=1}^N A_g \frac{1}{\sqrt{w_y^2/gy}} \left(1 + \frac{4B_g}{k^2 w_y^2/gy}\right)^{n/2} \\ \exp\left[-\frac{ik(C + D/q_y - 2DB_g/kb^2)y_2^2}{2gy}\right] \times \\ H_n\left(\frac{\sqrt{2}y_2}{\sqrt{w_y^2/gy + 4B_g^2/k^2}}\right) \quad (8)$$

$$\text{式中: } w_x = A + \frac{B}{q_x} - \frac{2BB_h}{ka^2}, \quad w_y = A + \frac{B}{q_y} - \frac{2BB_g}{kb^2} \quad (9)$$

### 3 数值模拟

在 Matlab 的环境下对式(8)进行数值模拟, 模拟时假设束腰在孔面上, 取  $x = y = z = 0$  mm,  $= 1064$  nm,  $A_{h,g}$  和  $B_{h,g}$  取值见<sup>[8]</sup>。

图(2)、(3)表示经双孔后自由传输  $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  的情况, 在相同的菲涅耳数  $N$  ( $N = \frac{z}{\lambda}$ )、相同的  $TEM_{mn}$  下, 得到夫琅和费衍射 ( $N = 0, 1$ ) 情况下

的光强分布,菲涅耳衍射( $N = 10$ )情况下的光强分布,此结果与实验结果相符。

#### 4 结论

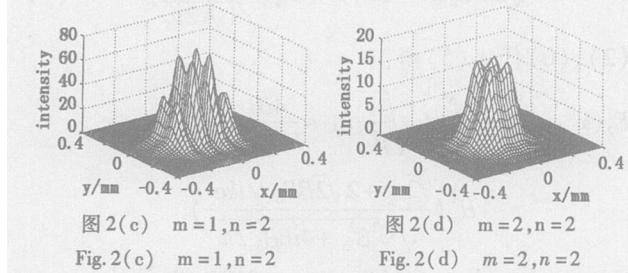
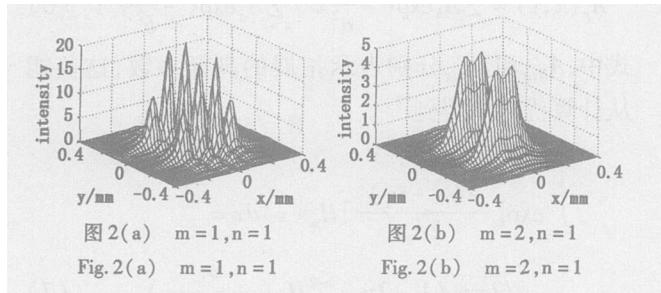


图2 经双孔后自由传播的情况,光强分布与菲涅耳数的关系;  
 $a = 0.1\text{ mm}$ ,  $b = 0.2\text{ mm}$ ,  $N = 10$ ,  $d = 0.1\text{ mm}$ 。

fig. 2 the propagation characters of Hermite-Gaussian beams passing through double rectangular apertured, the relation between intensity distributions and Fresnel number:  
 $a = 0.1\text{ mm}$ ,  $b = 0.2\text{ mm}$ ,  $N = 10$ ,  $d = 0.1\text{ mm}$

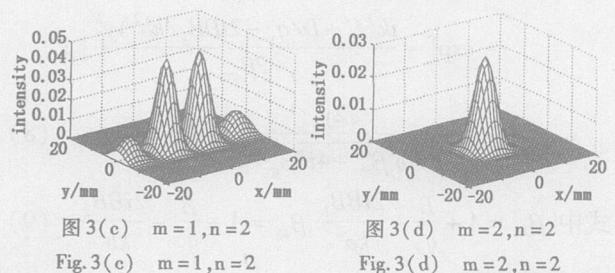
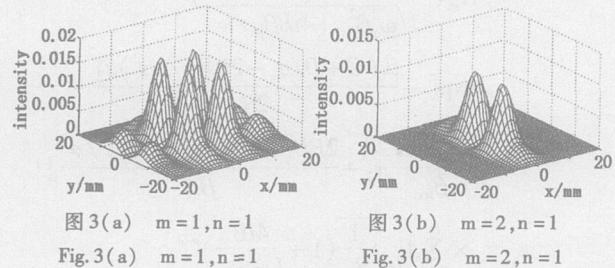


图3 经双孔后自由传播的情况,光强分布与菲涅耳数的关系;  
 $a = 0.1\text{ mm}$ ,  $b = 0.2\text{ mm}$ ,  $N = 0.1$ ,  $d = 0.1\text{ mm}$ 。

Fig. 3 the propagation characters of Hermite-Gaussian beams passing through double rectangular apertured, the relation between intensity distributions and Fresnel number:  
 $a = 0.1\text{ mm}$ ,  $b = 0.2\text{ mm}$ ,  $N = 0.1$ ,  $d = 0.1\text{ mm}$

通过将一硬边孔的函数拓展为一组复高斯函数的和,从而得出厄米-高斯光束通过双矩孔的传输特性。由(8)式可知:传输特性与光束的参数、孔的大小、个数及间距,光学系统的矩阵元密切相关。对

于式(8),如果 $b$  ,相当于间距为 $2d$ ,缝宽为 $2a$ 的双缝衍射;对于式(8),如果 $a$  , $b$  相当于光束自由传输;对于式(8),如果孔后为一透镜,则系统为带双矩孔的光学系统。

计算机模拟的结果,说明传输特性与光束的参数、光学系统的参数、孔的大小等密切相关,同时,也说明在菲涅耳衍射和夫琅和费衍射条件光强的分布。其结果与实验结果相符合。事实上,以上的方法能用来分析和说明其它激光束的传输特性,如:拉盖尔-高斯光束,平顶-高斯光束,厄米-余弦-高斯光束,厄米-双曲余切-高斯光束,贝塞尔-高斯光束等。此外,也能将一束光增加为多束光。这些传输特性的研究,对控制和更好地利用光束十分有用,也可用于设计光学系统。

#### 参考文献:

- [1] Juguan Gu, Daomu Zhao, Zhangtong Mei, et al Propagation of the relative phase shift of two-dimensional Hermite-cosh-Gaussian beam through rectangular apertured optical systems [J]. Optik, 2004, 115 (8): 337 - 342.
- [2] Juguan Gu, Daomu Zhao Relative phase shift of two-dimensional cosine-Gaussian beams passing through apertured paraxial ABCD optical systems [J]. Optik, 2004, 115 (2): 67 - 70.
- [3] 吕百达. 激光光学 [M]. 高等教育出版社, 2003.
- [4] Juguan Gu, Daomu Zhao, Zhangtong Mei, et al The relative phase shift of off-axial Gaussian beams through an apertured and misaligned optical systems [J]. Optik, 2004, 115 (4): 187 - 191.
- [5] Juguan Gu, Daomu Zhao, Haidan Mao, et al Propagation characteristics of the two-dimensional off-axial Hermite-cosh-Gaussian beams through rectangular apertured and misaligned optical system [J]. Optics & Laser Technology, 2005, 37: 173 - 179.
- [6] Juguan Gu, Daomu Zhao, Zhangtong Mei, et al Propagation characteristics of linearly polarized Bessel-Gaussian beams through an annular apertured paraxial ABCD optical system [J]. Optik, 2004, 115 (12): 529 - 532.
- [7] Juguan Gu, Daomu Zhao Propagation characteristics of Gaussian beams through a paraxial ABCD optical system with an annular aperture [J]. Journal of Modern Optics, 2005, 52: 1065 - 107.
- [8] W JJ, Breazeale MA. A diffraction beam field expressed as the superposition of Gaussian beams [J]. J. Acoust Soc Am, 1988, 83: 1752 - 1756.