

文章编号:1001-5078(2007)11-1198-03

一维非稳态导热问题的红外热诊断方案

曹春梅, 张晓宏
(华北电力大学数理系, 河北 保定 071003)

摘要:结合红外热诊断由表及里的诊断功能, 以无限大平板为研究对象, 建立了一维非稳态导热的反问题模型, 并给出了该反问题同步分析的向后差分方法, 确定了这类非稳态导热反问题的红外热诊断方案。

关键词:红外热诊断; 一维非稳态导热; 向后差分

中图分类号:TN219; O551.2 **文献标识码:**A

Infrared Thermal-diagnosis of One-dimensional Unsteady Heat Conduction Problem

CAO Chun-mei, ZHANG Xiao-hong

(Dept. of Mathematics and Physics, North China Electric Power University, Baoding 071003, China)

Abstract: According to the infrared thermodiagnosis, this paper takes an infinity flat as studying object. An unsteady inverse model is constructed to identify the unknown boundary temperature division by using backwards finite difference method. It can be drawn from this study that one-dimensional unsteady inverse heat conduction problem can be thermal-diagnosed.

Key words: infrared thermodiagnosis; one-dimensional unsteady heat conduction; backwards finite difference method

1 引言

一般情况下工业热设备内部温度是很难通过测量获得的, 而工业热设备内部的温度分布将直接影响运行过程, 对设备的运行状态有非常大的影响。在这种情况下, 求解设备内部温度分布变得非常重要。而热设备在启动过程中, 发生的是瞬态热传导, 因此这一实际问题应该是一个瞬态热传导反问题。已有文献[1]、[2]对筒状热设备的瞬态热传导反问题进行了研究, 给出了相应的解决方法。

红外热诊断学是现代红外检测技术与计算传热学中的导热反问题研究相结合的产物, 而红外热成像检测采集到的物体表面温度场数据, 为后面导热反问题的求解提供了至关重要的第一类强加边界条件, 这一强加边界条件, 由于限定了设备外表面边界上的温度值, 对区域内部具有强烈的影响, 因而对确定设备内部及内边界上的温度之值提供了最大限度

的信息。本文结合红外热诊断由表及里的诊断功能, 针对无限大导热平板分析其非稳态导热过程的反问题, 给出此类问题的物理数学模型及相应的此类问题的数值求解方案。

2 正问题物理、数学模型^[3]

当一块导热平板的长度和宽度都远远大于其厚度时, 可把它们近似看作一块无限大平板, 即认为平板长度和宽度的边缘向四周的散热对板内各点温度影响极小, 以致于可把板内各点温度看作只是厚度的函数。这样一来, 就能够把问题简化为一维导热问题。

基金项目:河北保定华北电力大学青年教师基金(93210028)资助。

作者简介:曹春梅(1965-),女,教授,在读博士,从事物理教学工作,主要研究方向为红外热诊断在工程实际上的应用,已发表论文多篇。E-mail:caochunmeihd@sohu.com

收稿日期:2007-05-12

设无限大平板的厚度为 δ , 初始温度为 T_0 , 板材料物性参数均为恒量, 周围物体温度 T_∞ 以及平板壁与周围物体介质的换热系数 h 都是均匀一致的恒量。无限大平板的瞬态导热问题模型如图1所示。对于物性参数为恒量的无内热源的一维非稳态热传导问题, 根据普遍性非稳态导热微分方程式, 可以列出如下以平板内边界为坐标原点的一维无热源非稳态导热微分方程式:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (0 \leq x \leq \delta, t > 0) \quad (1)$$

初始条件:

$$T(x, 0) = T_0 \quad (0 \leq x \leq \delta) \quad (2)$$

内边界条件:

$$T_A = T(t) \quad (3)$$

外边界对流换热条件:

$$h(T - T_\infty) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\delta} \quad (4)$$

其中, 内边界条件中的 $T(t)$ 表示平板内壁温度为已知或者是仪器能够测定的温度, 边界条件 $h(T - T_\infty) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\delta}$ 表示平板外表面上的导热量与对流换热量相等。

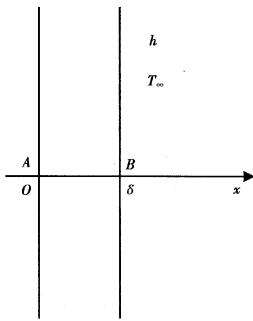


图1 无限大平板的瞬态导热问题模型

利用有限差分将热传导方程离散化, 当温度对时间的一阶微商取向后差商, 即 $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_i^n - T_{i-1}^{n-1}}{\Delta t}$, 而温度对空间坐标的二阶微商用二阶中心差商代替时, 对于内部任意一个节点 i 在 n 时刻的向后差分格式为:

$$\frac{T_i^n - T_{i-1}^{n-1}}{\Delta t} = \alpha \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{\Delta x^2} \quad (5)$$

同样有内边界节点差分格式为:

$$T_A^n = T^n \quad (A \text{ 代表内边界节点}) \quad (6)$$

外边界为对流边界节点满足:

$$[1 + 2F_0(1 + Bi)] T_B^n = T_B^{n-1} + 2F_0 T_{B-1}^n + F_0 2Bi T_\infty \quad (B \text{ 代表外边界节点}) \quad (7)$$

其中, Δx 和 Δt 分别是空间步长和时间步长; T_i^n 是节点 i 在 t 时刻的温度; 下标 A 代表内边界节点; 下

标 B 代表外边界节点。其中 $F_0 = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2}$ 为傅里叶系数; $Bi = \frac{h \Delta x}{\lambda}$ 为毕渥数。

以上(5)(6)(7)各式及初始条件联立可给出:

$$\begin{cases} (1 + 2F_0) T_i^n = F_0 (T_{i-1}^n + T_{i+1}^n) + T_i^{n-1} \\ [1 + 2F_0(1 + Bi)] T_B^n = T_B^{n-1} + 2F_0 T_{B-1}^n + F_0 2Bi T_\infty \\ T_A^n = T^n, T_i^0 = T_0 \end{cases} \quad (8)$$

由式(8)可以看出, 给出温度的初始分布 T_i^0 , 反复利用已建立的节点差分方程组, 可从时间上逐步求出内节点的温度 T_i^n 及外边界点的 T_B^n 。

3 反问题模型及其数值求解方案

相应的反问题是通过在外边界容易实现的各时刻红外测温温度值随时间的变化, 来确定未知的内边界温度随时间的变化。反问题定解条件的提法与常规正问题不同, 此时根据实际问题已知外边界同时具有两个条件, 分别为:

红外测温温度条件:

$$T(\delta, t) = T(t) \quad (9)$$

对流换热条件:

$$h(T - T_\infty) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\delta} \quad (10)$$

而内边界条件 $T_A(t)$ 为未知, 是待求的物理量。

对复杂的非齐次边界条件的热传导反问题一般情况下均不存在解析解, 而只能进行数值求解。借鉴文献[4]、[5]提出的反问题差分求解方法, 及本文中正问题数值求解的基础, 针对与其对应的反问题, 发现通过重排各节点温度的位置, 可给出反问题数值求解的差分格式, 并进一步通过分析确定了向后差分格式能够根据外壁的温度条件同步的求解出内壁的温度条件且无条件稳定这一对实际问题有价值的重要结论。

类似于正问题已有分析, 仍采用向后差分格式, 重新调整热传导的定解方程和边界条件的递推关系, 得到一个线性反问题模型:

内节点:

$$T_{i-1}^n = \frac{1}{F_0} (T_i^n - T_{i-1}^{n-1}) - T_{i+1}^n + 2T_i^n \quad (11)$$

$$\text{初始条件: } T_i^0 = T_0 \quad (12)$$

第一类边界条件:

$$T_B^n = T^n; \quad n = 2, 3, 4, \dots, n-1 \quad (13)$$

对流边界节点:

$$T_{B-1}^n = \frac{1}{2F_0} \{ [1 + 2F_0(1 + Bi)] T_B^n - T_B^{n-1} \} \quad (14)$$

由式(14)可知要求与外壁紧邻的($B-1$)节点

在 n 时刻的温度 T_{B-1}^n 只需要首先知道外壁节点 B 在 n 和 $(n-1)$ 两个时刻的温度 T_B^n 和 T_B^{n-1} , 由于 T_{B-1}^n 和 T_B^n 属于同一时刻, 因此在时间上不会由于内推产生 Δt 时间段的滞后。对内部节点, 再利用式(11)逐步内推, 最终会得到内壁节点 A 的温度分布规律, 这一规律显然是与外壁温度变化同步的, 且初始条件在反问题中不起作用。因此联立式(13)、(14)和(11), 反复进行即可得到所求内边界温度随时间的变化规律。

利用递推关系, 式(11)~(14)也可以表示为矩阵形式:

$$[A][T]^n = [T]^{n-1}$$

即:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 1+2F_0(1+Bi) & -2F_0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & -F_0 & 1+2F_0 & -F_0 & 0 & \cdots & 0 \\ & & & \cdots & & & \\ & & & \cdots & & & \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & -F_0 & 1+2F_0 & -F_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_B^n \\ T_{B-1}^n \\ T_i^n \\ T_{i-1}^n \\ \vdots \\ T_A^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_B^n \\ T_B^{n-1} \\ T_i^{n-1} \\ \vdots \\ T_A^{n-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

式(15)中, 矩阵 $[A]$ 是一个三对角矩阵, 为一常量, 它与热系统的热力学属性及空间、时间坐标步长有关, 矩阵 $[T]^n$ 的分量是各离散点 n 时刻的温度, 矩阵 $[T]^{n-1}$ 的分量是各离散点 $(n-1)$ 时刻的温度, 在外边界同时具有的两个条件和热力学属性都已知的情况下, 通过高斯消去法可解上述矩阵方程(15), 从而获得不同时刻各内节点的温度 T_i^n , 最后得到内边界节点各时刻温度 T_A^n 。

由上分析可知, 向后差分格式得到的式(15)是无条件稳定的, 无需任何限制。方法不仅无需初始条件, 且时间上内外能保持同步性, 不会出现向前差分法中的滞后情况。

4 一维瞬态导热反问题差分方程的求解过程小结

(1) 首先由红外热像仪测定热设备外壁温度, 给出各时刻外边界节点上的温度值 $T_B^n(t)$;

(2) 根据已建立的外节点的外壁温度条件及对流换热条件的向后差分公式, 可推出紧邻外壁的节点($B-1$)节点的温度 T_{B-1}^n 所满足的递推公式:

$$T_{B-1}^n = \frac{1}{2F_0} \{ [1 + 2F_0(1 + Bi)] T_B^n - T_B^{n-1} \}$$

由此可求出任意 n 时刻($B-1$)节点的温度 T_{B-1}^n ;

(3) 再以 T_{B-1}^n 为已知值, 利用式(11), 计算出内部节点 T_{B-2}^n , 再以 T_{B-2}^n 为已知值推出 T_{B-3}^n, \dots , 如此反复计算, 直至求得内壁节点各时刻温度值为止, 由此得到任意时刻内壁节点温度分布 T_A^n 。

或者重复求解三对角矩阵:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 1+2F_0(1+Bi) & -2F_0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & -F_0 & 1+2F_0 & -F_0 & 0 & \cdots & 0 \\ & & & \cdots & & & \\ & & & \cdots & & & \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & -F_0 & 1+2F_0 & -F_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_B^n \\ T_{B-1}^n \\ T_i^n \\ T_{i-1}^n \\ \vdots \\ T_A^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_B^n \\ T_B^{n-1} \\ T_i^{n-1} \\ \vdots \\ T_A^{n-1} \end{bmatrix}$$

最终得到平板模型内壁($x=0$ 处)的不同时刻的温度分布规律 $T_A^n(t)$ 。

5 结论

建立了无限大导热平板的一维瞬态热传导反问题模型, 根据红外测温强加的外边界温度条件, 确定了该反问题同步分析的向后差分方法, 给这类瞬态导热反问题提供了一个红外热诊断方案。由于外壁红外测温的温度值总会存在误差, 若平板沿 x 方向线度较大, 则在向内传递过程中, 产生的误差也会向内传递, 造成误差增值, 对内部节点温度的计算结果会有很大的影响。因此为避免误差积累造成的影响, 本方法适用于 x 方向线度较小的情况。

参考文献:

- [1] 张辉, 陈善年, 徐益谦. 圆筒内壁温度的推算方法[J]. 中国电机工程学报, 1994, 14(4): 8~13.
- [2] 白博峰, 郭烈锦, 陈学俊. 最小二乘原理求解多维瞬态导热反问题[J]. 计算物理, 1997, 14(4, 5): 201~204.
- [3] 陈衡, 侯善敬. 电力设备故障红外诊断[M]. 北京: 中国电力出版社, 1999.
- [4] 曹春梅, 张晓宏, 陈衡. 基于红外测温的方形热设备内壁温度的推算[J]. 激光与红外, 2004, 34(1): 30~31.
- [5] Jin-Hong Liu, Chao-Kuang Chen, Yue-Tzu Yang. An inverse method for simultaneous estimation of the center and surface thermal behavior of a heated cylinder normal to a turbulent air stream[J]. Journal of Heat Transfer, Transactions of the ASME, 2002, 124(8): 601~608.