

一种基于局部估计模型的小波域降噪技术

石良武, 谭利娜

(湖南商学院, 湖南 长沙 410205)

摘要:提出了一种稳健的用于磁共振图像噪声过滤的非抽取小波域方法。这种方法通过一个单一的参数来平衡降噪程度和相关细节的保护。这个算法开发了一种通用的关于不同尺度级间重要图像特征相关性的有效知识来完成预备的系数分类。这种预备系数分类被用来先验估计图像特征和噪声系数的统计学的分布。使用具有局部空间活跃性的小波域标记能达到对图像空间上下文关系的适应。实验结果表明它在磁共振图像抑噪方面的高效性。

关键词:磁共振成像;非抽取小波变换;广义似然比;联合检测与估计;可调参数

中图分类号:TN911.73

文献标识码:A

A Wavelet Domain Denoising Technique Based on Local Estimation Model

SHI Liang-wu, TAN Li-na

(Hunan Business College, Changsha 410205, China)

Abstract:In the text, a robust undecimated wavelet domain noise filtering method for magnetic resonance (MR) images was proposed. A single parameter was used to balance the degree of noise reduction and preservation of relevant details. The algorithm developed a generally valid knowledge about significant image features across the wavelet scales to perform a preliminary coefficient classification, which was used to empirically estimate the statistical distribution of image features or noise coefficients. A wavelet domain indicator of the local spatial activity achieved the adaption to the spatial context in the image. The results show its efficiency in MRI denoising.

Key words:magnetic resonance imaging; undecimated wavelet transform; generalized likelihood ratio; joint detection and estimation; tunable parameter

1 引言

在磁共振成像(magnetic resonance imaging, MRI)中,噪声衰减是一项特别精密而又复杂的工作。如何在抑噪的同时保留真实的图像特征是非常重要的课题。图像处理专家通常缺乏考量降噪结果的生物医学技术。在MR图像中,Rician噪声的强度是与信号相关的,也许包含医学专家所需的有用信息。这样,MR图像比一般图像有更大的灵活性,有必要根据具体案例进行具体分析。这便激发了能

自适应不同情况的鲁棒方法的产生。

MRI原始数据是复数型的,在终端接收到的可视化的MR图像是把这些复数信号取模得到的灰度图像,称之为幅度图像。因此,目前的MRI降噪方法大致分为两类:幅度去噪法(magnitude denoising)

基金项目:国家社科基金规划办“十一五”规划课题(No. BCA060016);湖南省科技厅软科学项目(ZK3007)资助。

作者简介:石良武(1960-),男,教授,硕士,主要研究方向为多媒体与网络技术应用。E-mail:shilw@hnbc.com.cn

收稿日期:2008-01-04;**修订日期:**2008-02-29

和复数域去噪法 (complex denoising)^[1-3]。幅度方法是从信号幅度进行分析,降噪处理仅针对 MR 图像本身;而复数域方法是直接从原始 k -空间进行估计,对原始数据进行滤波。

本文中,我们提出了一种更为灵活的方法,该方法不依赖于 Rician 噪声分布的精确的预备知识,能从含噪的直方图中估计无噪声小波系数的概率密度函数。文中采用了预备系数分类来经验式地估计相应的局部空间活跃性标记的条件概率密度函数。这个预分类步骤依赖于不同尺度间小波系数的连续性,跟文献[4]中提出的类似,但避免了它的迭代过程。这个分类步骤包含一个可调整参数,它对应于专家定义的“相关图像特征”。在应用中这个参数的最优值能最大化信噪比。

2 基本概念

非抽取小波变换类似于没有子采样的快速正交小波变换,即在正交小波变换的基础上,在每一级变换后不再对小波系数进行下采样,而对滤波器系数进行上采样。我们用 $f^{(j)}[n]$ 记在 $f[n]$ 的每一样本间插入 $(2^j - 1)$ 个的零后所得的滤波器,具体可描述为:

$$f^{(j)} = (\cdots, f_{-2}, 0, f_{-1}, 0, f_0, 0, f_1, 0, f_2, \cdots) \quad (1)$$

令 $\bar{x}[n] = x[-n]$, $\{h^{(j)}\}$ 和 $\{g^{(j)}\}$ 分别为低通和高通滤波器组; $\tilde{x}$ 表示 x 的共轭矩阵; A 表示二维信号在小波域的低频部分; H, V, D 分别对应水平、垂直和对角三个方向的高频细节。假设 A_0 为原始信号。下面给出卷积公式用来计算二维非抽取小波变换及其逆。

(1) 分解公式

$$A_{j+1}[n] = A_j \times \bar{h}^{(j)} \bar{h}^{(j)}[n] \quad (2)$$

$$H_{j+1}[n] = A_j \times \bar{g}^{(j)} \bar{h}^{(j)}[n] \quad (3)$$

$$V_{j+1}[n] = A_j \times \bar{h}^{(j)} \bar{g}^{(j)}[n] \quad (4)$$

$$D_{j+1}[n] = A_j \times \bar{g}^{(j)} \bar{g}^{(j)}[n] \quad (5)$$

(2) 重构公式

$$\begin{aligned} A_j[n] = & \frac{1}{4} (A_{j+1} \times \hat{h}^{(j+1)} \hat{h}^{(j+1)}[n] + \\ & H_{j+1} \times \hat{g}^{(j+1)} \hat{h}^{(j+1)}[n] + \\ & V_{j+1} \times \hat{h}^{(j+1)} \hat{g}^{(j+1)}[n] + \\ & D_{j+1} \times \hat{g}^{(j+1)} \hat{g}^{(j+1)}[n]) \end{aligned} \quad (6)$$

滤波器组 $(h, g, \tilde{h}, \tilde{g})$ 须满足完全重构条件:

$$h(z^{-1})\tilde{h}(z) + g(z^{-1})\tilde{g}(z) = 1 \quad (7)$$

图像的非抽取小波分解通常采用与标准的正交小波变换一致的滤波器组而获得三个方向的子带(水平、垂直、对角),且每个子带的大小与原始图像相等。由于消除了下采样步骤,每个子带的空间分辨率被保持下来,小波系数所包含的信息是冗余的,这样的冗余性有利于区分原图像中特征和噪声所对应的系数。

3 在非抽取小波域中的局部估计

3.1 局部估计模型

文中考虑了小波域空间 3 个方向的子带: H, V, D 分别对应于每个尺度级的三个细节图像,特征化为水平、垂直和对角线方向。我们用了一个非抽取小波变换,在每个尺度有相等数量的系数。广义噪声模型定义如下:

$$f(x, y) = u(x, y) \oplus n(x, y) \quad (8)$$

其中, $u(x, y)$ 是未知的无噪声小波系数; $n(x, y)$ 是一个任意噪声成分。我们的小波域估计方法涉及联合检测与估计和频谱振幅估计理论^[5]。

我们对感兴趣信号的小波系数进行了一个初步探测来经验式估计假定为有用信息和背景噪声的系数的条件概率密度函数。令 X_k 表示一个随机变量,它的取值为二进标志位 $\{0, 1\}$ 。 $X_k = 1$ 时,小波系数 w_k 代表感兴趣信号; $X_k = 0$ 时,反之。在给定子带中的感兴趣信号的小波系数是统一分布的随机变量,它的概率密度函数为 $p_{w_k|X_k}(w_k|1)$ 。类似地,在相同小波子带对应于噪声区域的系数,其随机变量的概率密度函数为 $p_{w_k|X_k}(w_k|0)$ 。

在我们的模型假定下, u_k 的最小均方误差估计是:

$$\hat{u}_k = E(u_k | w_k, X_k = 1)P(X_k = 1 | w_k) + E(u_k | w_k, X_k = 0)P(X_k = 0 | w_k) \quad (9)$$

其中, $E(\cdot)$ 代表期望值。如果在一个给定的小波系数中感兴趣信号确定不存在,那么 $u_k \approx 0$, 且 $E(u_k | w_k, X_k = 0) \approx 0$ 。在感兴趣信号确定存在的情况下,我们约计 $E(u_k | w_k, X_k = 1) \approx w_k$, 这一点说明了代表感兴趣信号的系数强度比噪声水平高的多。应用贝叶斯规则,可将 $P(X_k = 1 | w_k)$ 表示为一个广义似然比,则我们的估计变为:

$$\hat{u}_k = \frac{\xi_k \mu_k}{1 + \xi_k \mu_k} w_k \quad (10)$$

$$\text{其中, } \xi_k = \frac{p_{w_k|X_k}(w_k|1)}{p_{w_k|X_k}(w_k|0)}, \mu_k = \frac{P(X_k=1|\rho)}{P(X_k=0|\rho)} \quad (11)$$

且 ρ 表示用来估计信号存在概率的预备知识。在文献[6]、[7]中提出了一个从局部区域对每个小波系数来估计这个概率的方法,其中使用了一个可选择的局部空间活跃性标记 e_k 。特别地,因为我们对信号存在概率估计是一个 e_k 的函数,因而定义 $P(X_k=1|\rho) = P(X_k=1|e_k)$, 且将式(11)中的 μ_k 替换为:

$$\hat{\mu}_k = \frac{P(X_k=1|e_k)}{P(X_k=0|e_k)} = r \frac{p_{E_k|X_k}(e_k|1)}{p_{E_k|X_k}(e_k|0)} \quad (12)$$

其中, r 是无条件预备概率比:

$$r = \frac{P(X_k=1)}{P(X_k=0)} \quad (13)$$

对于一个给定类型的噪声,我们能分析地得到完整的估计量。在这个方法中,当所需的条件密度要被解析地表示时,局部空间活跃性标记的选择通常有一个简单的限制条件:即使当 e_k 被简单的定义为系数强度局部平均值,为了分析推导 $p_{E_k|X_k}(e_k|x_k)$, 关于小波系数统计特性的某种简化假设也是必须的。

通过以上分析,我们建立了小波域的信号局部估计模型。下面将根据上述模型,利用小波系数在不同尺度级上的连续性对系数进行预备分类和噪声滤波。

3.2 非抽取小波域降噪算法

本算法的实质策略就是经验地估计出式(10)中估计量的概率密度函数。令 N 表示一个高频细节图像中小波系数的数目。对于每个细节图像, $W_j^d = \{w_{1,j}^d, \dots, w_{N,j}^d\}$, 我们首先估计掩模 $\hat{X}_j^d = \{x_{1,j}^d, \dots, x_{N,j}^d\}$, 它能有效判断重要小波系数(代表感兴趣信号)的位置。经典的小波去噪算法中把重要小波系数的提取和噪声的标准差联系起来,且依赖不同尺度级间重要小波系数的传播性。如果一个系数在粗糙尺度级幅值较小,那么它在精细尺度级的派生系数很可能较小。因此,我们利用如下公式来进行粗糙-精细的系数分类估计:

$$\hat{x}_{k,j}^d = \begin{cases} 0, & \text{if } |w_{k,j}^d| |u_{k,j+1}^d| < (K\hat{\sigma}_j^d)^2 \\ 1, & \text{if } |w_{k,j+1}^d| |u_{k,j}^d| \geq (K\hat{\sigma}_j^d)^2 \end{cases} \quad (14)$$

其中, $\hat{\sigma}_j^d$ 是细节图像 W_j^d 的噪声标准差估计; K 是一个反映噪声强度的可调参数,它控制着感兴趣信号的判定。我们将 0.6745 除最精细尺度级上 D 子带中的小波系数的中位数绝对偏差作为输入噪声标准

差 $\hat{\sigma}$ 的估计。在 $\hat{\sigma}_j^d$ 的估计中,我们根据^[8] $(\hat{\sigma}_j^d)^2 = S_j^d \hat{\sigma}^2$, 其中对每个子带, 常量 S_j^d 是从离散小波变换的高通滤波器 g 和低通滤波器 h 的滤波器系数计算得来:

$$\begin{aligned} S_j^{H,V} &= (\sum_k g_k^2) (\sum_l h_l^2)^{2j-1} \\ S_j^D &= (\sum_k g_k^2)^2 (\sum_l h_l^2)^{2(j-1)} \end{aligned} \quad (15)$$

为了初始化分类式(14),我们从 $\hat{u}_j^d = W_j^d$ 开始,其中 J 是小波分解中最粗糙的分辨率级。

现在我们用估计掩模 $\hat{X}_j^d$ 来解决小波系数 W_j^d 的估计问题。估计量式(10)需要条件密度 $p_{w_k|X_k}(w_k|x_k)$ 和 $p_{E_k|X_k}(e_k|x_k)$ 。因为 $p_{w_k|X_k}(w_k|x_k)$ 通常是关于 0 高度对称的,实际当中我们更愿意估计系数强度 $m_k = |w_k|$ 的条件概率密度函数 $p_{M_k|X_k}(m_k|x_k)$ 。我们使用 w_k 相邻系数平均能量作为局部空间活跃性标记 e_k , 其中相邻点是在相同尺度级的一个方形窗口内的邻域系数和父系数。有了估计掩模 $\hat{X} = \{\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_N\}$, 令 $S_0 = \{k: \hat{x}_k = 0\}$, $S_1 = \{k: \hat{x}_k = 1\}$ 。经验估计量 $\hat{p}_{M_k|X_k}(m_k|0)$ 和 $\hat{p}_{E_k|X_k}(e_k|0)$ 分别由 $\{m_k: k \in S_0\}$ 和 $\{e_k: k \in S_0\}$ 的直方图计算得来(通过规范化直方图下的区域)。类似地, $\hat{p}_{M_k|X_k}(m_k|1)$ 和 $\hat{p}_{E_k|X_k}(e_k|1)$ 由相应的直方图对于 $k \in S_1$ 计算得来。

另外,我们的估计算法仍然需要概率比式(13)。由于 $P(X_k=1)$ 能用来估计标志位 $\hat{x}_k = 1$ 的部分数目,我们估计式(13)中的 r 为:

$$\hat{r} = \frac{\sum_{k=1}^N \hat{x}_k}{N - \sum_{k=1}^N \hat{x}_k} \quad (16)$$

这样,我们应用的实际估计量为:

$$\hat{u}_k = \frac{\hat{\xi}_k \hat{\eta}_k}{1 + \hat{\xi}_k \hat{\eta}_k} w_k \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{\xi}_k &= \frac{\hat{p}_{M_k|X_k}(m_k|1)}{\hat{p}_{M_k|X_k}(m_k|0)} \\ \hat{\eta}_k &= \frac{\hat{p}_{E_k|X_k}(e_k|1)}{\hat{p}_{E_k|X_k}(e_k|0)} \end{aligned} \quad (18)$$

以上便完成了小波域中所有参数的概率估计,根据公式(17)计算出感兴趣信号对应的小波系数。对经过上述处理后的小波系数进行非抽取小波逆变换得到去噪后的图像。

算法中,可调参数 K 可由医学专家根据实际情况手动调整,亦可设置为常量(K 的最优值取值范围

在 $[1.8, 2]$), 目的在于临床诊断过程中选取精细结构和冗余噪声之间的一个平衡。下面我们演示它的应用, 使用的分解级为 $J=4$ 。

4 实验结果

首先, 我们在一个添加了 Rician (复数高斯模型) 噪声的磁共振图像上举例说明该方法的性能, 并将它与空间自适应 Wiener 滤波器比较 (如图 1 所示)。标准偏差为 σ_c^2 的复数零均值高斯白噪声被添加到图像中, 含噪图像的 $\sigma_c^2 = 30$ 。无论从视觉效果还是实验数据来观察, 所提方案的降噪结果都明显胜过空间自适应 Wiener 滤波。

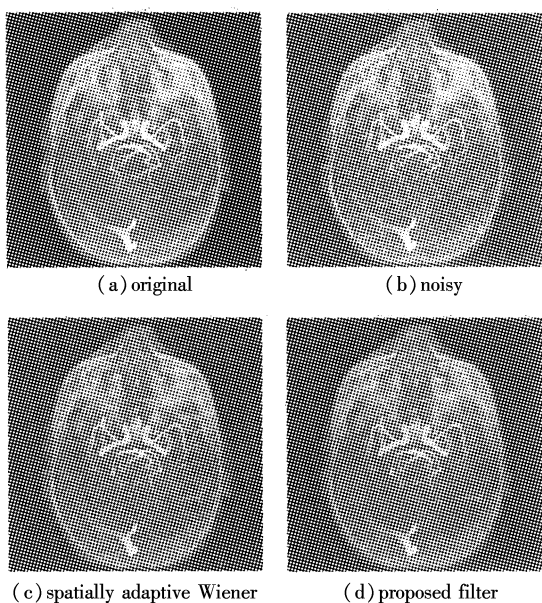


图1 (a)原始 MRI 图像; (b) 添加了 Rician 噪声的 MRI ($\sigma_c = 30$); (c) 空间自适应 Wiener 滤波的结果 (窗口大小 3×3 , $\text{SNR} = 9.3\text{dB}$); (d) 本文方法 (窗口大小 3×3 , $K=2$, $\text{SNR} = 13.7\text{dB}$)

我们以一类具有不同噪声水平的实际图像为样本进行了实验。该方法对于 3×3 的窗口大小的定量性能分析已列出来 (如表 1 所示)。对于不同的噪声水平, K 的最优值取值范围在 $[1.8, 2]$ 。在我们的实验中, 基于大量不同的 MRI 图像, 比空间自适应 Wiener 滤波的改进至少有 0.5dB (对于相对干净的图像), 且对于低 SNR 图像超过 3dB 。

表 1 实际图像的 SNR 评测结果

	dB				
$\hat{\sigma}/\text{dB}$	18.9	21.4	25.0	28.2	31.7
wiener(3×3)	17.5016	14.6213	12.2110	9.5042	8.4694
proposed(3×3)	18.3608	15.8037	15.1592	13.4326	12.3183

5 结论

本文提出的降噪方法包括一个可调参数 K 。参数 K 的调整也可以认为是对由噪声标准差 σ_j^d 的估计值的引入而导致的误差补偿。在我们的算法中, 将 σ_j^d 的精确值代替估计值对于该方法的降噪性能不会有很大的改进。局部空间活跃性标记 e_k 是通过计算相邻系数强度的局部平均值得来的。小波变换采用的是四级分解。使用更高的尺度级并没有明显提高降噪的性能。

本文提出的这一类非抽取小波域降噪方法, 能有效分离与信号相关的 Rician 噪声, 对于组织结构十分精细的图像效果尤为明显。该方法在 MRI 降噪方面有特殊的意义, 因为它考虑了医学专家的临床经验: 一个单一参数能被用来平衡相关细节的保护和降噪的程度。这更加有利于医生的分析诊断和医学影像的后续处理。

参考文献:

- [1] M E Alexander, R Baumgartner, A R Summers, et al. A wavelet-based method for improving signal-to-noise ratio and contrast in MR images [J]. Magn. Reson. Imaging, 2000, 18(2): 169–180.
- [2] A Fan, W M Wells, J W Fisher, et al. A unified variational approach to denoising and bias correction in MR[C]// Ambleside, UK: IPMI, 2003.
- [3] 谭利娜, 高协平, 何胜名, 等. 基于平移不变多小波方法的磁共振去噪研究 [J]. 光子学报, 2007, 36(8): 1552–1556.
- [4] Y Xu, J B Weaver, D M Healy, et al. Wavelet transform domain filters: A spatially selective noise filtration technique [J]. IEEE Trans. Image Proc., 1994, 3(6): 747–758.
- [5] T Aach, D Kunz. Anisotropic spectral amplitude estimation for noise reduction and image enhancement [C]// Lausanne, Switzerland; Proc. IEEE Int. Conf. Image Processing, 1996.
- [6] A Pizurica. Image denoising using wavelets and spatial context modeling [M]. Ghent Univ., Ghent, Belgium; Ph.D. dissertation, 2002.
- [7] A Pizurica, W Philips, I Lemahieu, et al. A versatile wavelet domain noise filtration technique for medical imaging [J]. IEEE Trans. Med. Imag., 2003, 22(3): 323–331.
- [8] S Foucher, G B Benie, J M Boucher. Multiscale MAP filtering of SAR images [J]. IEEE Trans. Image Processing, 2001, 10(1): 49–60.