

文章编号:1001-5078(2008)08-0799-03

· 光电材料与器件 ·

# 一种研究一维光子晶体缺陷模的新方法——解析法

刘启能

(重庆工商大学计信学院,重庆 400067)

**摘要:**为了解析地研究一维光子晶体的缺陷模,利用多光束干涉原理和布洛赫定理,推导出一维光子晶体缺陷模的解析公式。利用它对一维光子晶体的缺陷模进行了解析研究,得到了缺陷模的变化规律。这一方法克服了特征矩阵法和F-P法不能对缺陷模进行解析分析的弱点,是一种研究一维光子晶体缺陷模的精确和有效的方法。

**关键词:**光电子学;光子晶体;缺陷模;解析方法

中图分类号:O436 文献标识码:A

## A New Method of Study the Defect Mode of One-dimensional Photonic Crystal

LIU Qi-neng

(Calculator Science College of Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China)

**Abstract:** For analytic studying the defect mode of 1D photonic crystal, the multiple-beam interference method and Bloch theorem are adopted, the analytical formula of defect mode is derived and the defect mode of 1D photonic crystal is studied. The variety regulation of defect mode is obtained. The method avoided the characteristic matrix methods and the F-P methods weakness that can't carry on analysis defect mode. The method is valid and accurate methods that study the defect mode of 1D photonic crystal.

**Key words:** optoelectronics; photonic crystal; defect mode; analytic method

### 1 引言

光子晶体是一种折射率在空间周期性变化的带隙材料。由于光子晶体特殊的周期性结构,使光在其中传播时某些频率的光波受到抑制,形成光子的禁带,某些频率的光波能顺利通过,形成光子的通带。光子晶体的概念自1987年分别由S. John和E. Yablonovitch提出后<sup>[1-2]</sup>,由于光子晶体在能带和带隙方面的特殊性质,使它很快成为光学前沿领域中一个十分活跃的研究课题。

对一维掺杂光子晶体缺陷模的研究已经取得丰富成果,发表了很多论文<sup>[3-11]</sup>,在这些研究中使用的方法主要有两种:特征矩阵法<sup>[8-10]</sup>和F-P法<sup>[11]</sup>。这两种方法都是通过数值计算绘出光子晶体缺陷模的图像,通过图像分析缺陷模的特征,并得到缺陷模的有关数据。这也造成了它们存在一个共同的弱点:不能给出缺陷模的波长(或频率)的解析表达式,也不能得到缺陷模的波长(或频率)的精确值。因此这两种方法都不便于对一维掺杂光子晶体的缺陷模的波长(或频率)进行解析分析,难于对缺

陷模产生的原因给出清晰的物理解释。

为了克服这两种方法的弱点,下面利用多光束干涉原理和无限周期排列的系统布洛赫定理,推导出一维掺杂光子晶体缺陷模波长的解析表达式,并对缺陷模的特征以及产生原因作解析分析和物理解释。

### 2 缺陷模的解析公式

一维掺杂光子晶体的两边是由两层介质A,B周期性叠置组成。介质层A的折射率为n<sub>1</sub>,其厚度为d<sub>1</sub>;介质层B的折射率为n<sub>2</sub>,其厚度为d<sub>2</sub>(一个周期的厚度d=d<sub>1</sub>+d<sub>2</sub>);中间是一层杂质,即C层,其折射率为n<sub>3</sub>,其厚度为d<sub>3</sub>,形成(AB)<sup>N</sup>C(BA)<sup>N</sup>的结构。取A,B两层介质的光学厚度相等n<sub>1</sub>d<sub>1</sub>=n<sub>2</sub>d<sub>2</sub>=λ<sub>0</sub>/4,λ<sub>0</sub>为中心波长,取λ<sub>0</sub>=600nm。掺杂后光子晶体的整体周期性被破坏,但仍具有中心对称性。下面研

**基金项目:**教育部工程研究中心重点项目基金(No. 07011302)资助。

**作者简介:**刘启能(1957-),男,教授,从事光学和原子与分子物理研究。E-mail:ybxjw@ sina. com 或 liuqineng@ yahoo. com. cn  
**收稿日期:**2008-02-29

究光正入射的情况。

## 2.1 禁带和缺陷模产生的物理机理

当光射入该一维掺杂光子晶体后,就会在原来没有掺杂的一维光子晶体的禁带中间出现一些狭窄的透射峰带,即缺陷模。为什么光在一维光子晶体中会出现禁带?为什么光在一维掺杂光子晶体中会出现缺陷模?其产生的物理机理解释如下:

光在一维光子晶体中会出现禁带的原因是:光在无限周期排列的系统中传播遵从布洛赫定理:

$$\psi(z+d) = e^{-ikd}\psi(z) \quad (1)$$

$K$ 为布洛赫波矢,由式(1)和一维光子晶体的特征矩阵可推出,光在一维光子晶体中满足色散关系<sup>[12]</sup>:

$$\cos(Kd) = \cos\delta_1 \cos\delta_2 - \frac{1}{2} \left[ \frac{n_1}{n_2} + \frac{n_2}{n_1} \right] \sin\delta_1 \sin\delta_2 \quad (2)$$

其中, $\delta_1 = \delta_2 = \delta = (2\pi/\lambda)(\lambda_0/4)$ , $\lambda$ 为入射波的波长。当式(2)的绝对值 $|\cos Kd| < 1$ 时, $K$ 为实数,布洛赫波为非衰减波,对应光波的通带。当 $|\cos Kd| > 1$ 时, $K$ 为复数,布洛赫波为衰减波,对应光波的禁带。这就是产生禁带的物理机理。同时,由式(2)能得到禁带的波长(或频率)满足的关系:

$$\left| \cos^2 \delta - \frac{1}{2} \left[ \frac{n_1}{n_2} + \frac{n_2}{n_1} \right] \sin^2 \delta \right| > 1 \quad (3)$$

光在一维掺杂光子晶体中出现缺陷模的原因是:光子晶体中的杂质层相当于一个法布里-珀罗干涉仪,光在杂质层中多次反射而透射出的光会产生多光束干涉,相邻两束透射光的光程差为 $\Delta = 2n_3 d_3$ ,当相邻两束透射光的光程差为入射波长的整数倍时,即<sup>[13]</sup>:

$$2n_3 d_3 = m\lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

这些波长的光就会在透射波中产生干涉极大,即在原来的禁带中出现缺陷模。这种现象又可以称为光的隧穿。这就是产生缺陷模的物理机理。同时,式(4)也是缺陷模的波长(或频率)满足的关系式。

下面利用式(4)和式(2)推导缺陷模波长的解析表达式和禁带波长宽度的解析表达式。

## 2.2 缺陷模波长的解析公式

在一维光子晶体研究中介质层的光学厚度常以 $\lambda_0/4$ 为单位,令杂质层的光学厚度 $n_3 d_3 = X\lambda_0/4$ ,称 $X$ 为杂质层的光学厚度变量。由于缺陷模的波长与 $m$ 有关,所以用 $\lambda_m$ 表示缺陷模的波长。由式(4)可得 $\lambda_m$ 的解析公式:

$$\lambda_m = \frac{2X(\lambda_0/4)}{m} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

由式(5)可知,缺陷模的波长 $\lambda_m$ 由 $X$ 和 $m$ 决定, $\lambda_m$ 随 $X$ 成正比连续变化,而随 $m$ 成分离变化。 $m$ 取一个数对应一条缺陷模带, $m$ 取 $1, 2, 3, \dots$ 对应的缺陷模带为:

$$\lambda_1 = \frac{2X(\lambda_0/4)}{1}, \lambda_2 = \frac{2X(\lambda_0/4)}{2},$$

$$\lambda_3 = \frac{2X(\lambda_0/4)}{3}, \dots$$

分别称它们为一级缺陷模带,二级缺陷模带,三级缺陷模带,……。

## 2.3 禁带的波长变化范围

式(5)给出的各级缺陷模带的波长 $\lambda_m$ 的变化范围必须在禁带的范围内,因此必须解出禁带的波长变化范围,从而确定缺陷模波长的变化范围。由式(3)解出禁带波长的变化范围满足:

$$\begin{aligned} \frac{k-1}{2} + \frac{1}{2\pi} \arcsin \frac{2\sqrt{n_1 n_2}}{n_1 + n_2} &< \frac{\lambda_0/4}{\lambda} < \frac{k}{2} - \\ \frac{1}{2\pi} \arcsin \frac{2\sqrt{n_1 n_2}}{n_1 + n_2}, k = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $k = 1, 2, 3, \dots$ 分别称一级禁带、二级禁带、三级禁带……。由于一级禁带最有应用价值,所以下面只研究一级禁带中的缺陷模。由式(6)解出一级禁带波长的变化范围为:

$$\frac{\lambda_0}{2(1 - \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{2\sqrt{n_1 n_2}}{n_1 + n_2})} < \lambda < \frac{\lambda_0}{\frac{2}{\pi} \arcsin \frac{2\sqrt{n_1 n_2}}{n_1 + n_2}} \quad (7)$$

在一级禁带中的各级缺陷模带的波长 $\lambda_m$ 的变化范围受式(7)的限制。

## 3 缺陷模特征的解析分析

由式(5)和式(7)可以对缺陷模的特征作解析分析。取 $n_1 = 2.38, n_2 = 1.8, n_3 = 3.5$ ,由式(7)计算出在一级禁带内的各级缺陷模带的波长 $\lambda_m$ 的变化范围为: $551\text{nm} < \lambda_m < 658\text{nm}$ 。由式(5)可以得到各级缺陷模带有以下特征:

(1) 在一级禁带内随着杂质层光学厚度的增加,会出现无限多条缺陷模带( $m = 1, 2, 3, \dots$ ),各条缺陷模带是分离的。

(2) 每条缺陷模带的波长随杂质层光学厚度变量 $X$ 的增加呈线性增加,各条缺陷模带的斜率 $\lambda_m/X$ 随级数 $m$ 的增加呈反比例减小,斜率公式为:

$$\lambda_m/X = \frac{\lambda_0}{2m} \quad (8)$$

(3) 各级缺陷模在中心波长 $\lambda_0$ 处对应的杂质层光学厚度变量 $X_m$ 满足: $\lambda_0 = \frac{2X_m(\lambda_0/4)}{m}$ 。解出 $X_m$ 为:

$$X_m = 2m \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

对应的杂质层的光学厚度 $n_3 d_3$ 为:

$$n_3 d_3 = 2(\lambda_0/4), 4(\lambda_0/4), 6(\lambda_0/4), \dots \quad (9)$$

(4) 各级缺陷模带对应杂质层光学厚度变量 $X_m$ 的变化范围由式(5)和式(7)解出,为:

$$\frac{m}{\left(1 - \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{2\sqrt{n_1 n_2}}{n_1 + n_2}\right)} < X_m < \frac{m}{\frac{1}{\pi} \arcsin \frac{2\sqrt{n_1 n_2}}{n_1 + n_2}}$$

$$m = 1, 2, 3, \dots \quad (10)$$

将  $n_1 = 2.38, n_2 = 1.8$  代入式(10), 得出各级缺陷模带对应的杂质层光学厚度变量  $X_m$  的变化范围为:

$$1.8 < X_1 < 2.2, 3.7 < X_2 < 4.4, 5.5 < X_3 < 6.6, \dots$$

由式(5)和式(7)绘出各级缺陷模带的波长随杂质层光学厚度变量  $X$  的响应曲线, 如图 1 所示。为了比较, 同时也绘出用特征矩阵法计算出的各级缺陷模带的波长随杂质层光学厚度变量  $X$  的响应曲线, 如图 2 所示。在图 1 中, 黑线是缺陷模带, 白色部分是禁带。在图 2 中, 白线是缺陷模带, 黑色部分是禁带。比较图 1 和图 2 可知, 解析法和特征矩阵法的结果是吻合的。但在用特征矩阵法时, 很难对为什么会出现无限多条分离缺陷模带、为什么缺陷模带是直线、为什么随着缺陷模带级数的增加其斜率会减小等问题做出圆满地解释。而解析法确对这些问题做出了物理意义清晰的、定量的解释。

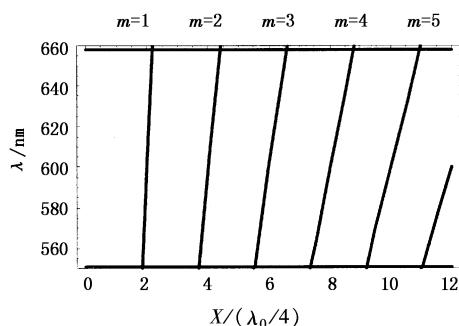


图 1 缺陷模随杂质光学厚度的响应曲线(解析法)

Fig. 1 response curve of the defect mode versus the optical thickness of doping

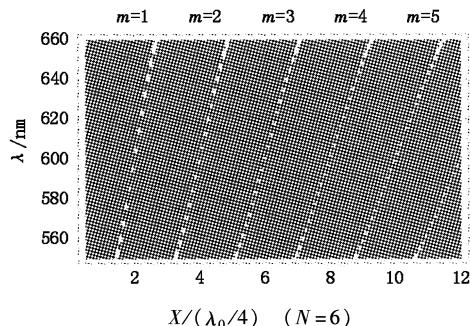


图 2 缺陷模随杂质光学厚度的响应曲线(特征矩阵法)

Fig. 2 response curve of the defect mode versus the optical thickness of doping

#### 4 结 论

前面利用多光束干涉原理和无限周期排列系统的布洛赫定理, 推导出一维掺杂光子晶体中各级缺陷模带随杂质层光学厚度变化的解析公式以及禁带的波长变化范围的解析公式。利用这些解析公式研究了一维掺杂光子晶体缺陷模的特征。得到了各级缺陷模带随杂质层光学厚度变化规律以及缺陷模带

随级数的变化规律, 并与特征矩阵法的计算结果进行了比较。尽管得到的结果与特征矩阵法的计算结果相同, 但它能对一些特征矩阵法难以解释的问题做出物理意义清晰的和定量的解释。将上述研究方法称为研究一维光子晶体缺陷模的解析法。这一方法克服了特征矩阵法和 F-P 法不能对缺陷模进行解析研究的弱点, 因此它是一种研究一维光子晶体缺陷模的精确和有效的方法。

#### 参 考 文 献:

- [1] Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission solid-state physics and electronics [J]. Phys. Rev. Lett., 1987, 58(20): 2059 – 2061.
- [2] John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices [J]. Phys. Rev. Lett., 1987, 58(23): 2486 – 2489.
- [3] Fu Lingli, Chen Weizong, Zheng Xinliang, et al. Modulation of incidence angle to impurity state in photonic crystal [J]. Laser Journal, 2005, 26(2): 22 – 25. (in Chinese)
- [4] Fang Yuntuan, Shen Tinggen, Tan Xilin. Study on one dimensional photonic crystal with impurity defect [J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24(11): 1557 – 1560. (in Chinese)
- [5] Zhou Jingou, Du Guiqiang, Zhang Yawen, et al. Electromagnetic modes of thickness modulated dual periodic one dimensional photonic crystals [J]. Acta Phys. Sin., 2005, 54(8): 3703 – 3707. (in Chinese)
- [6] Du Guiqiang, Liu Nianhua. Optical transmission spectra of one-dimensional photonic crystals with a mirror symmetry [J]. Acta Phys. Sin., 2004, 53(4): 1095 – 1097. (in Chinese)
- [7] Huang Hanjuan, Ouyang Zhangbiao, Xu Guiwen, et al. Investigation of perfect multi-channel filtering properties of complex-period photonic crystals [J]. Journal of Optoelectronics · Laser, 2003, 13(1): 50 – 53. (in Chinese)
- [8] Mao Huibing, Yang Changli, Lai Zongsheng. Theoretical study of the tunable optical filter properties based on photonic crystals [J]. Acta Phys. Sin., 2004, 53(07): 2201 – 2205. (in Chinese)
- [9] Tian Guoxun, Wu Yonggang, Wang Zhanshan, et al. Design and modification of double channel of One-Dimensional photonic crystal [J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(5): 661 – 664. (in Chinese)
- [10] Liu Qi-neng. The complete picture of defect mode of doping one-dimensional photonic crystal [J]. Semiconductor Optoelectronics, 2007, 28(2): 224 – 227. (in Chinese)
- [11] Liu Qi-neng. Effect of impurity absorption on one-dimensional photonic crystal defect mode [J]. Chinese Journal of Lasers, 2007, 34(6): 777 – 780. (in Chinese)
- [12] Liu Qi-neng. A new simple and convenient method of studying the properties of forbidden band of one-dimensional photonic crystals [J]. Acta Photonica Sinica, 2007, 36(6): 1031 – 1034. (in Chinese)
- [13] Born M, Wolf I. Principles of optics [M]. 7th ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005: 298 – 299. (in Chinese)