

基于 TLS 的正交小波变换红外图像去噪

宋长新

(青海师范大学计算机系, 青海 西宁 810008)

摘要:提出了一种基于总体最小二乘的正交小波变换红外图像去噪算法。对红外图像进行离散正交小波变换,分别对各个分解层的高频子带,通过总体最小二乘算法估计小波系数,获得各个高频子带信号的估计系数,然后通过正交小波反变换得到去噪图像。仿真结果表明,该红外图像去噪算法能有效去除加性红外图像噪声,在信噪比、直方图匹配等方面都有较大改善,并获得了良好的主观视觉效果。

关键词:红外图像去噪;正交小波变换;总体最小二乘;小波系数块

中图分类号:TP391

文献标识码:A

Infrared Image Denoising Through Orthogonal Wavelet Transform Based on TLS

SONG Chang-xin

(Department of Computer, Qinghai Normal University, Xining 810008, China)

Abstract: A methods using orthogonal wavelet transform based on total least squares for infrared image denoising is proposed. The infrared image is decomposed using orthogonal wavelet transform. For the high frequency components of image decomposition, the wavelet coefficients are estimated using total least squares. Then the high frequency coefficients of signal was obtained. The denoised image is obtained through inverse wavelet transform. The experimental results show that the infrared image can be denoised effectively in this means. The SNRs and histograms matching are improved substantially, and the visual quality is achieved well.

Key words: infrared images denoise; orthogonal wavelet transform; total least squares; the batches of wavelet coefficients

1 引言

红外图像是通过红外成像装置将外界的物体热辐射转变成可见的灰度图像。红外图像在生成、传输和数字化过程中常常会受到各种噪声源污染而使图像质量变差。红外图像普遍存在对比较差、边缘模糊、噪声较大等缺点。为了改善图像质量,提高红外图像分割、特征提取、目标检测及识别等红外图像理解的有效性与可靠性,必须滤除红外图像中的噪声干扰,红外图像噪声去除技术研究是一个重要研究课题。

小波理论的成熟和发展在图像去噪领域得到广泛应用,小波的多分辨率分析具有良好的时频特性,

已成为图像去噪的重要方法^[1-4],并用于红外图像去噪^[1,5]。正交小波变换红外图像去噪大致为:小波系数阈值和萎缩去噪等。根据正交小波变换产生的信号小波系数和噪声小波系数的特点,采用阈值^[2]或最小均方误差(LMMSE)算法估计信号小波系数,再采用估计出的信号高频小波系数和低频小波系数重构去噪图像。为了改善图像去噪的效果人们提出了许多改进的信号小波系数估计算法试图获得更好的红外图像去噪效果。近些年来,国内外学

作者简介:宋长新(1971-),女,博士,副教授,研究方向是生物信息,数据挖掘和图像处理等。E-mail:chxinsong@163.com
收稿日期:2008-07-06;**修订日期:**2008-12-09

者提出了采用总体最小二乘算法(TLS)^[6-9]用于图像去噪,并获得了较好的结果。本文结合红外图像细节信息不明显的特点,利用总体最小二乘算法去估计信号小波系数,给出了一种有效去除红外图像噪声的算法。通过实验分析信噪比和对比红外图像直方图及主观视觉质量表明,基于正交小波变换和总体最小二乘的红外图像去噪算法优于通常红外图像去噪时采用的小波系数最小均方误差估计算法和部分当前小波去噪算法。

2 红外图像正交小波变换去噪

2.1 正交小波变换

正交小波变换具有良好的时、频局部化性能,图像分解后可获得对角、水平和垂直三个方向上的小波系数,离散正交小波分解为^[5]:

$$\begin{cases} W_\varphi(j_0, k, l) = \frac{1}{\sqrt{KL}} \sum_{x=0}^{K-1} \sum_{y=0}^{L-1} f(x, y) \varphi_{j_0, k, l}(x, y) \\ W_\psi^D(j, k, l) = \frac{1}{\sqrt{KL}} \sum_{x=0}^{K-1} \sum_{y=0}^{L-1} f(x, y) \psi_{j, k, l}^D(x, y) \\ W_\psi^H(j, k, l) = \frac{1}{\sqrt{KL}} \sum_{x=0}^{K-1} \sum_{y=0}^{L-1} f(x, y) \psi_{j, k, l}^H(x, y) \\ W_\psi^V(j, k, l) = \frac{1}{\sqrt{KL}} \sum_{x=0}^{K-1} \sum_{y=0}^{L-1} f(x, y) \psi_{j, k, l}^V(x, y) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $W_\varphi(j_0, k, l)$, $W_\psi^D(j, k, l)$, $W_\psi^H(j, k, l)$ 和 $W_\psi^V(j, k, l)$ 分别为正交小波分解后尺度 j 的低频分量、对角高频分量、水平高频分量和垂直分量; ψ 为小波函数; K , L 为图像大小。而二维正交小波逆变换公式为:

$$\begin{aligned} f(x, y) = & \frac{1}{\sqrt{KL}} \sum_k \sum_l W_\varphi(j_0, k, l) \varphi_{j_0, k, l}(x, y) + \\ & \frac{1}{\sqrt{KL}} \sum_{j_0}^{\infty} \sum_k \sum_l W_\psi^D(j_0, k, l) \psi_{j_0, k, l}^D(x, y) + \\ & \frac{1}{\sqrt{KL}} \sum_{j_0}^{\infty} \sum_k \sum_l W_\psi^H(j_0, k, l) \psi_{j_0, k, l}^H(x, y) + \\ & \frac{1}{\sqrt{KL}} \sum_{j_0}^{\infty} \sum_k \sum_l W_\psi^V(j_0, k, l) \psi_{j_0, k, l}^V(x, y) \end{aligned} \quad (2)$$

2.2 红外噪声图像小波变换

受到噪声污染的红外图像噪声模型如下:

$$y = f + z \quad (3)$$

式中, y 为观测图像; f 是原始图像; 噪声 z 为高斯白噪声; 方差为 σ^2 。设离散正交小波变换为 T , 经过正交小波变换后为:

$$w = u + t \quad (4)$$

式中, $w = Ty$, $u = Tf$, $t = Tz$, 对于正交小波变换, 噪声高频系数 t 的方差仍为 σ^2 。图像噪声是图像中的高频部分, 噪声的分解系数主要集中在高频部分, 而图像信号信息主要集中在低频部分, 如图 1 所示对高频信号小波系数进行估计再通过小波逆变换重构无

噪图像。

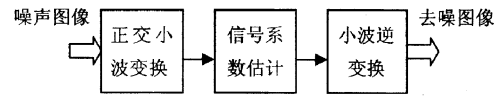


图1 小波变换图像去噪示意图

2.3 基于最小均方误差的信号小波系数估计

对于信号小波系数采用最小均方误差原则进行估计, 即线性最小化均方误差 $\min_k \| \hat{u} - u \|^2$, 其中

$\hat{u} = k \cdot w$, 可以得到 $k = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2 + \sigma^2}$, 其中 σ_u^2 是 u 的方差, 噪声方差 σ^2 采用鲁棒的中值估计器: $\sigma^2 = \frac{\text{Median}(|d_1|)}{0.6745}$, d_1 为正交小波变换的对角小波系数;

由于噪声与图像信号相互独立, 原始图像方差 σ_u^2 可以由 $\hat{\sigma}_w^2 = \sigma_w^2 - \sigma^2$ 进行近似估计, 其中, $\sigma_w^2 = \frac{1}{K \times L} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L w^2(k, l)$ 。根据基于最小均方误差估计的信号小波系数, 再结合低频分量通过正交小波逆变换可得到去噪图像。

3 基于总体最小二乘的小波变换去噪

3.1 总体最小二乘算法

如果信号小波系数的估计不准确在去噪的同时也会破坏图像的细节信息等, 并且由于 k 一般小于 1, 使得去噪后的图像能量变小。为了更准确的估计信号小波系数, 保留图像的细节信息, 我们试图通过总体最小二乘算法得到更为准确的信号小波系数。设 $s_0 \in \mathbb{R}^m$ 为从原始图像正交小波变换的高频子带 u 中截取的一个局部高频子带块(设为 $\sqrt{m} \times \sqrt{m}$) 拉直形成的向量, $\{x_i \in \mathbb{R}^m\}_{i \in \{1, \dots, n\}}$ 从高频子带 w 中截取的一组小波系数块向量, 如图 2 所示, 并有 $m \geq n + 1$ 。

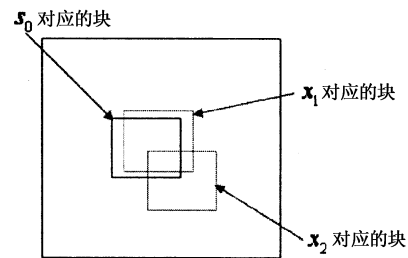


图2 小波系数块位置图

考虑到小波系数之间存在的空间约束关系, 可用 $\{x_i\}$ 的线性组合来恢复 s_0 , 即:

$$s_0 = X\alpha \quad (5)$$

式中, α 为系数向量, $X = [x_1, \dots, x_n]$ 为截取的小波系数块向量组成的矩阵, 但是由于 $s_0 \notin \text{span}\{x_i\}$, 一般不存在 α 使得式(5)成立。在式(5)中加入一个扰动项 e_0 , 即:

$$s_0 + e_0 = X\alpha \quad (6)$$

将问题转化为求解在 L^2 意义下使 $\|e_0\|$ 最小的 α , 即最小二乘法。但是上式只考虑到估计局部小波系数 s_0 存在的误差, 忽略了 $\{x_i\}$ 受到的噪声干扰对准确估计信号小波系数的影响, 为此在式(5)的左边和右边都引入一个扰动项, 这样求解的 α 将更为准确的反映真实的约束关系:

$$s_0 + e_0 = (X + E)\alpha \quad (7)$$

问题转化为求解使 $\|[E, e_0]\|^2$ 值最小的向量 α , 称之为总体最小二乘算法^[8-9]。

3.2 自适应权重

由于各个不同的小波系数块之间空间约束关系的不同, 不同的小波系数块 $\{x_i\}$ 对 s_0 的约束程度不同, 加入权重因子约束各小波系数块, 设 $A = \text{diag}(a_1, \dots, a_m)$, $B = \text{diag}(b_1, \dots, b_{n+1})$, A 和 B 为非奇异阵, 问题转化为求解使 $\|A[E, e_0]B\|^2$ 值最小的 α , 其中 A 和 B 表示如下^[7]:

$$a_i = \exp(-D([x_{i,1}, \dots, x_{i,n}], [x_{c,1}, \dots, x_{c,n}])/k_A)$$

$$b_i = \begin{cases} \exp(-D(x_j, x_0)^2/k_B), & \forall j \leq n \\ \gamma, & \forall j > n \end{cases} \quad (8)$$

式中, k_A, k_B 和 γ 是常值; 定义 D 为 $D(h, l) = \|h - l\|$ 是距离函数; $x_{c,1}, \dots, x_{c,n}$ 是由各小波系数块的中心位置像素点组成的行向量。

3.3 信号小波系数估计

设与小波系数块 $\{x_i\}$ 对应的信号小波系数块拉直形成的向量分别为 s_i , 则有 $s_0 \in \{s_i\}$, 且 $x_i = s_i + \sigma n_i, n_i \in \mathbb{R}^m$, 是对应的由噪声分解得到的高频子带小波系数块拉直形成的向量, 并有 $E[n_i] = 0, E\{n_i n_j\} = \begin{cases} I, i=j \\ 0, i \neq j \end{cases}$ 。设 $S_0 = [s_1, \dots, s_p]$, 从而总体最小二乘算法可表示为 $S_0 + E_0 = (X + E)\alpha$, 一般由奇异值分解求解 α , 若 $A[X, S_0]B = U\Sigma V^T$, 其中 $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_{n+p})$ 为奇异值矩阵 ($\sigma_i^2 > \sigma_{i+1}^2$), 设右奇异阵 V 和左奇异阵 U 有如下表示形式:

$$U = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (9)$$

这时使 $\|A[E, e_0]B\|^2$ 最小的 α , 可表示为 $\alpha_{\text{TLS}}^{[7]}$:

$$\alpha_{\text{TLS}} = -B_1 V_{12} V_{22}^{-1} B_2^{-1} \quad (10)$$

式中, $B_1 = \text{diag}(b_1, \dots, b_n)$, $B_2 = \text{diag}(b_{n+1}, \dots, b_{n+p})$, 为了求解 α_{TLS} 需要估计 $A[X, S_0]B$ 。

因为 $P = (A[X, S_0]B)^T(A[X, S_0]B) = V\Sigma^2 V^T$, 并且对于数学期望运算, 当 $m \gg n + p$ 时, 有 $P \approx E[P]^{[6-7]}$, 所以:

$$P \approx E\{A[X, S_0]B\}^T(A[X, S_0]B)$$

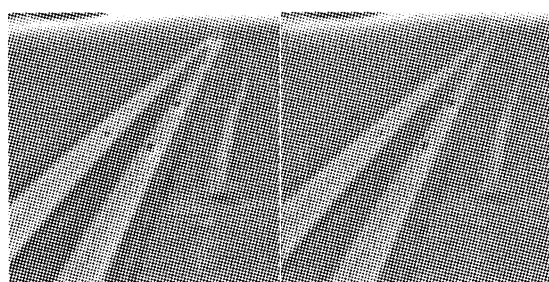
$$= B^T \begin{bmatrix} P_{XX} & S^T A^2 S_0 \\ S_0^T A^2 S & S_0^T A^2 S_0 \end{bmatrix} B \quad (11)$$

式中, $P_{XX} = E\{X^T A^2 X\}$, 又因为 $E\{X^T A^2 X\} = S^T A^2 S + \sigma^2 (\sum_{i=1}^m \alpha_i^2) I_{n \times n}$, 则 $S^T A^2 S = P_{XX} - \sigma^2 (\sum_{i=1}^m \alpha_i^2) I_{n \times n} \approx X^T A^2 X - \sigma^2 (\sum_{i=1}^m \alpha_i^2) I_{n \times n}$; 而 $S_0^T A^2 S_0$ 是 $S^T A^2 S$ 的左上 $p \times p$ 子矩阵, $S_0^T A^2 S$ 是 $S^T A^2 S$ 的前 p 行, $S^T A^2 S_0$ 是 $S_0^T A^2 S$ 的转置, 由得到的矩阵 P 可以获得右奇异阵 V , 再通过式(10)计算 α_{TLS} , 从而得到的信号小波系数估计值为:

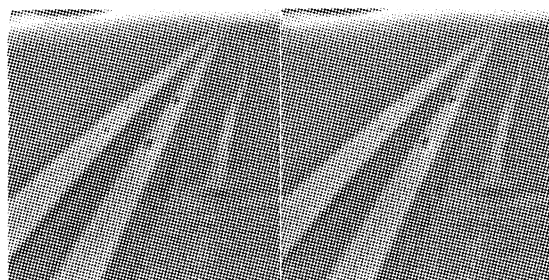
$$S_0 = X\alpha_{\text{TLS}} \quad (12)$$

4 仿真结果及分析

为了验证所提出去噪算法的有效性, 对 256×256 大小的红外图像进行仿真实验。在去噪算法里取 sym4 正交小波, 采用三层小波分解, 对于尺度 $j(j=1, 2, 3)$ 的小波系数, 采用总体最小二乘估计小波系数再进行图像重构, 对应的 $m_j = (24 \times 24)/2^j$, $n_j = 5 \times 5 = 25$ 。图 3(a) 表示机载对地目标的红外图像, 图 3(b) 表示高斯噪声标准差为 10 时的红外噪声图像, 图 3(c) 表示小波域最小均方误差 (WOWT) 去噪结果, 图 3(d) 表示基于总体最小二乘的小波域 (TLSOWT) 去噪结果, 图 4 表示噪声图像与滤波后图像的直方图对比。可以看出本文给出的方法在图像主观质量和信噪比及直方图相似性等方面有了明显改善。

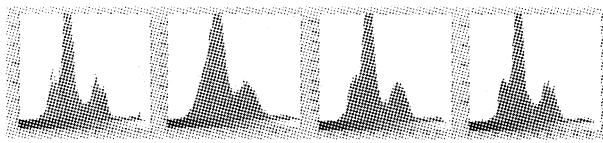


(a) 无噪红外图像 (b) 噪声图像(21.1069dB)



(c) WOWT(27.6478dB) (d) TLSOWT(30.9133dB)

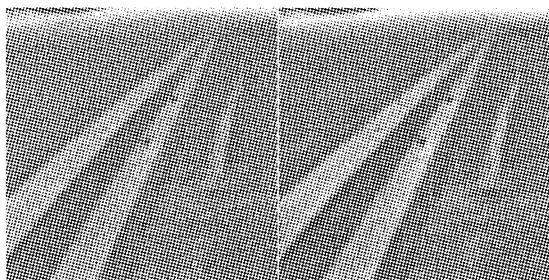
图3 噪声方差为10的仿真结果及信噪比



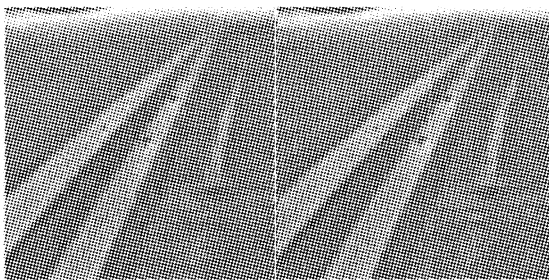
(a) 无噪图像 (b) 噪声图像 (c) WOWT (d) TLSOWT

图4 噪声方差为10时图像的直方图

图5(a)表示噪声方差为20时的红外噪声图像,图5(b)表示小波域最小均方误差(WOWT)去噪结果,图5(c)表示最近提出的SURE-LET算法^[3]去噪结果,图5(d)表示基于总体最小二乘的小波域(TLSOWT)去噪结果。图6表示噪声图像与滤波后图像的直方图对比。可以看出本文给出的方法图像主观质量和信噪比及直方图相似性等方面也有了较大提高。



(a) 噪声图像(15.0863dB) (b) WOWT(21.52708dB)



(c) SURE-LET(25.7333dB) (d) TLSOWT(26.8865dB)

图5 噪声标准差为20的仿真结果及信噪比



(a) 噪声图像 (b) WOWT (c) SURE-LET (d) TLSOWT

图6 噪声标准差为20时图像的直方图

图7给出了不同算法下信噪比对噪声方差变化的曲线,噪声越大本文算法要比其他去噪算法的效果更有效。

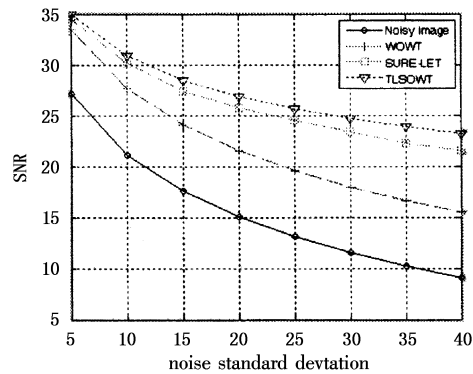


图7 信噪比随噪声方差的变化曲线

5 结论

本文结合正交小波变换和总体最小二乘法,提出了采用总体最小二乘估计信号小波系数的去噪方法。在信号小波系数的估计中,考虑到了噪声对各个参量的影响,提高了信号小波系数估计的准确度。通过仿真结果可以发现,本文所提方法在信噪比、直方图匹配等方面都优于部分当前和传统的红外图像处理算法,能有效去除噪声,改善了去噪后图像的视觉效果。

参考文献:

- [1] 李迎春,孙继平,付兴建. 基于小波变换的红外图像去噪[J]. 激光与红外,2006,36(10):988-991.
- [2] 侯建华,田金文,柳健. 小波域局部维纳滤波器估计误差分析及图像去噪[J]. 光子学报,2007,36(1):188-191.
- [3] Blu T, Luisier F, Lausanne. The SURE-LET approach to image denoising [J]. IEEE Transactions on Image Processing,2007,16(11):2778-2786.
- [4] 田沛,李庆周,马平,等. 一种基于小波变换的图像去噪新方法[J]. 中国图像图形学报,2008,13(3):394-399.
- [5] 张长江,付梦印,金梅. 基于离散正交小波变换的红外图像去噪方法[J]. 红外与激光工程,2003,32(4):401-406.
- [6] 杨鸿森. 基于总体最小二乘的红外图像去噪[J]. 激光与红外,2008,38(9):961-964.
- [7] K Hirakawa, T Parks. Image denoising using total least squares [J]. IEEE Trans. On Image Processing,2006,15(9):2730-2742.
- [8] Ivan M, Sabine V. Overview of total least-squares methods [J]. Signal Proc.,2007,87(10):2283-2302.
- [9] K Hirakawa, T Parks. Image denoising for signal-dependent noise [C]//Proc. on Acoustics, Speech, and Signal Proc. (ICASSP'05),2005,(2):29-32.