

贝塞尔光束通过环形硬边光阑的 ABCD 光学系统传输

张永利¹, 潘留占^{1,2}

(1. 河南师范大学物理与信息工程学院, 河南 新乡 453007; 2. 洛阳师范学院物理与电子信息学院, 河南 洛阳 471022)

摘 要: 通过把环形光阑函数展开为复高斯函数的方法, 推导出贝塞尔光束通过有环形光阑限制的近轴 ABCD 光学系统的传输近似解析公式。通过数值计算, 对贝塞尔光束通过环形光阑的传输特性进行了详细的研究, 给出了光阑内、外半径等参数对光强分布的影响规律。

关键词: 贝塞尔光束; 环形光阑; 传输特性; 复高斯函数

中图分类号: TN247

文献标识码: A

Propagation Properties of Bessel Beams Through a Hard-edged Annular Apertured ABCD Optical System

ZHANG Yong-li¹, PAN Liu-zhan^{1,2}

(1. College of Physics and Information Engineering, Henan Normal University, Xinxiang 453007, China;

2. College of Physics and Electronic Information, Luoyang Normal University, Luoyang 471000, China)

Abstract: The propagation approximation analytic expressions of Bessel beams through a hard-edged annular apertured ABCD optical system have been studied by using the method of compound Gaussian function. Analysis for the propagation properties of Bessel beams through an annular aperture from the numerical calculations and the effect of the output beam caused by different inner and outer radius of the annular aperture has been given.

Key words: Bessel beam; annular aperture; propagation property; compound gaussian function

1 引 言

在实际的光学系统中, 光束的传输总要受到光阑的限制, 因此对光阑限制下光束的传输特性的研究是非常有意义的。对软边光阑, 例如高斯光阑, 问题比较简单。而光束通过硬边光阑的传输常常需要直接从 Collins^[1]公式出发作数值积分, 得不到解析式。1988 年 J. J. Wen 和 M. A. Breazeale 提出用有限个复高斯函数之和来逼近硬边光阑窗口函数的方法^[2], 使光束通过硬边光阑的变换可用解析公式近似描述。之后, 这一方法被很多学者用于对激光光束通过受硬边光阑限制的光学系统的传输特性的研究^[3-8]。本文用这一方法对贝塞尔光束通过环形光阑限制的 ABCD 光学系统传输进行了研究。通过把圆孔光阑函数展开为复高斯函数的方法, 推导出了贝塞尔光束通过圆环形光阑的传输近似解析公式, 并利用计算机数值计算, 对贝塞尔光束的衍射特性

进行了研究, 得到了有一定实际应用价值的结果。

2 贝塞尔光束通过环形硬边光阑近轴 ABCD 系统的场分布

在柱坐标下, $z=0$ 入射面的贝塞尔光束的场分布为^[9-10]:

$$E_1(r_1, z=0) = E_0 J_0(\alpha r_1) \quad (1)$$

式中, E_0 是一常数; J_0 是零阶贝塞尔函数; α 是参数。

在近轴条件下, 贝塞尔光束通过无光阑近轴光学系统后, 出射场的分布可由柱坐标下的 Collins 积分得到:

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 60678055); 河南省自然科学基金 (No. 200510482005) 资助。

作者简介: 张永利 (1983 -), 男, 硕士研究生, 主要从事光束传输与控制的研究。E-mail: z-yly@163.com

收稿日期: 2008-08-31

$$E(r, z) = -\frac{iE_0}{\lambda B} \exp(ikz) \int_0^\infty \int_0^{2\pi} E_1(r_1, z=0) \cdot \exp\left\{\frac{ik}{2B}[Ar_1^2 - 2rr_1 \cos(\theta - \theta_1) + Dr^2]\right\} r_1 dr_1 d\theta_1 \quad (2)$$

式中, k 是波数; λ 是波长; A, B, C, D 是近轴光学系统的变换矩阵元。

把式(1)代入式(2), 并应用积分公式(3):

$$\exp\left[in\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) J_n\left(k \frac{r_1 r}{L}\right)\right] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left[ik\left(k \cdot \frac{r_1 r}{L} \cos(\theta - \theta_1) - in\theta_1\right)\right] d\theta_1 \quad (3)$$

可得:

$$E(r, z) = -\frac{ikE_0}{B} \exp(ikz) \int_0^\infty J_0(\alpha r_1) J_0\left(k \frac{rr_1}{B}\right) \cdot \exp\left\{\frac{ik}{2B}[Ar_1^2 + Dr^2]\right\} r_1 dr_1 \quad (4)$$

若入射面是一内半径为 a , 外半径为 b 的环形光阑, 则通过光阑近轴光学系统后出射场的分布为:

$$E(r, z) = -\frac{ikE_0}{B} \exp(ikz) \int_a^b J_0(\alpha r_1) J_0\left(k \frac{rr_1}{B}\right) \cdot \exp\left\{\frac{ik}{2B}[Ar_1^2 + Dr^2]\right\} r_1 dr_1 \quad (5)$$

引入环形光阑的窗口函数:

$$A_p(r_1, z) = \begin{cases} 0 & r_1 < a, r_1 > b \\ 1 & a \leq r_1 \leq b \end{cases} \quad (6)$$

式(5)可改写为:

$$E(r, z) = -\frac{ikE_0}{B} \exp(ikz) \int_0^\infty A_p(r_1) J_0(\alpha r_1) \cdot J_0\left(k \frac{rr_1}{B}\right) \exp\left\{\frac{ik}{2B}[Ar_1^2 + Dr^2]\right\} r_1 dr_1 \quad (7)$$

将硬边环形光阑的窗口函数拓展为一组复高斯函数之和:

$$A_p(r_1) = \sum A_h \left[\exp\left(-\frac{B_h r_1^2}{b^2}\right) - \exp\left(-\frac{B_h r_1^2}{a^2}\right) \right] \quad (8)$$

式中, A_h 和 B_h 分别为拓展的高斯系数, 这些系数可以从计算机优化中得到。将式(8)代入式(7)应用积分公式得到:

$$\int_0^\infty x \exp(-\beta x^2) J_n(\alpha x) J_n(\gamma x) dx = \frac{1}{2\beta} \exp\left(-\frac{\alpha^2 + \gamma^2}{4\beta}\right) I_n\left(\frac{\alpha\gamma}{2\beta}\right) \quad (9)$$

式中, $J_n(x)$ 和 $I_n(x)$ 分别为第一类 n 阶贝塞尔函数和变形贝塞尔函数。经积分运算得到出射场的分布:

$$E(r, z) = -\frac{ikE_0}{B} \exp\left(\frac{ikDr^2}{2B}\right) \sum_h A_h \left\{ \frac{1}{2B_h b^{-2} - ikA/B} \cdot \exp\left[-\frac{\alpha^2 + (kr/B)^2}{4B_h b^{-2} - 2ikA/B}\right] I_0\left(\frac{\alpha kr/B}{2B_h b^{-2} - ikA/B}\right) - \frac{1}{2B_h a^{-2} - ikA/B} \exp\left[-\frac{\alpha^2 + (kr/B)^2}{4B_h a^{-2} - 2ikA/B}\right] I_0\left(\frac{\alpha kr/B}{2B_h a^{-2} - ikA/B}\right) \right\} \quad (10)$$

光束通过有光阑限制的自由空间后的变换矩阵

为 $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, 光阑如图 1 所示。

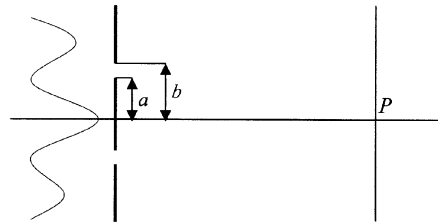


图1 环形光阑系统示意图

则式(10)可变换为:

$$E(r, z) = -\frac{ikE_0}{z} \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) \sum_h A_h \left\{ \frac{1}{2B_h b^{-2} - ik/z} \cdot \exp\left[-\frac{\alpha^2 + (kr/z)^2}{4B_h b^{-2} - 2ik/z}\right] I_0\left(\frac{\alpha kr/z}{2B_h b^{-2} - ikA/z}\right) - \frac{1}{2B_h a^{-2} - ik/z} \exp\left[-\frac{\alpha^2 + (kr/z)^2}{4B_h a^{-2} - 2ik/z}\right] I_0\left(\frac{\alpha kr/z}{2B_h a^{-2} - ikA/z}\right) \right\} \quad (11)$$

令 $r=0$ 得到轴上光场为:

$$E(0, z) = -\frac{ikE_0}{z} \sum_h A_h \left\{ \frac{1}{2B_h b^{-2} - ik/z} \cdot \exp\left[-\frac{\alpha^2}{4B_h b^{-2} - 2ik/z}\right] - \frac{1}{2B_h a^{-2} - ik/z} \cdot \exp\left[-\frac{\alpha^2}{4B_h a^{-2} - 2ik/z}\right] \right\} \quad (12)$$

其中, 当 $a=0$ 时, 式(12)过渡为贝塞尔光束通过圆孔光阑限制的 ABCD 光学系统的传输, 其公式为:

$$E(r, z) = -\frac{ikE_0}{z} \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) \sum_h A_h \left\{ \frac{1}{2B_h b^{-2} - ik/z} \cdot \exp\left[-\frac{\alpha^2 + (kr/z)^2}{4B_h b^{-2} - 2ik/z}\right] I_0\left(\frac{\alpha kr/z}{2B_h b^{-2} - ikA/z}\right) \right\} \quad (13)$$

3 数值计算和分析

由式(11)~式(13)可知出射场分布与光阑内径、外径、传输距离都有直接的关系。通过数值计算可以得出贝塞尔光束通过环形光阑后光强分布, 对各个参数的变化进行比较, 以发现各个参数对光出射场分布的影响。其中, 光强 $I = |E(r, z)|^2$ 。取 $E_0 = 1, \alpha = 1 \text{ mm}^{-1}, \lambda = 1.06 \mu\text{m}$ 。

图 2 是 $z=1 \text{ m}$ 处在内半径 a 相同的情况下, 取不同外半径 b 后出射场光强分布曲线。从图中我们

可以看到中心处光强有个极大值,其光强相对次级极大随外半径变化:外半径 b 越小,光强分布范围越宽,级次越多,即衍射效应越明显。当外半径达到 $b = 1.6\text{mm}$ 时,2 级次极大值逐渐超越了 1 级次极大;当外半径达到 $b = 2.2\text{mm}$ 时,更外层的 3 级次极大超越了 2 级次极大。

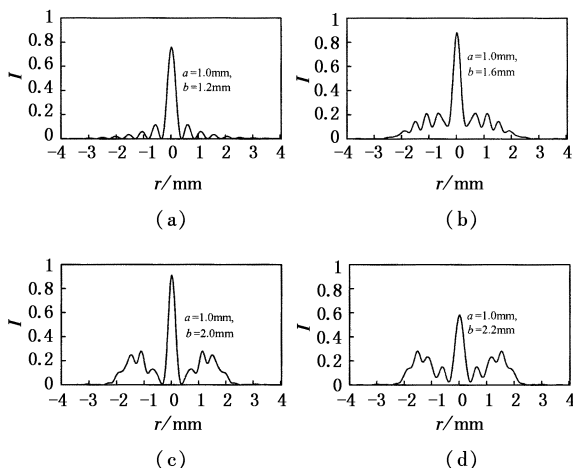


图2 贝塞尔光束通过不同外半径光阑后出射场光强分布

图3是在 $z = 1\text{m}$ 处,外半径 b 相同的情况下,取不同内半径 a 后出射场光强分布,其他计算参数与图2相同。从图中我们可以看到中心处光强有个极大值,其光强相对次级极大随内半径变化:内半径较大时,即环缝较小时,中央亮纹变窄,光强分布范围增大,次级极大增多,衍射效应越明显。

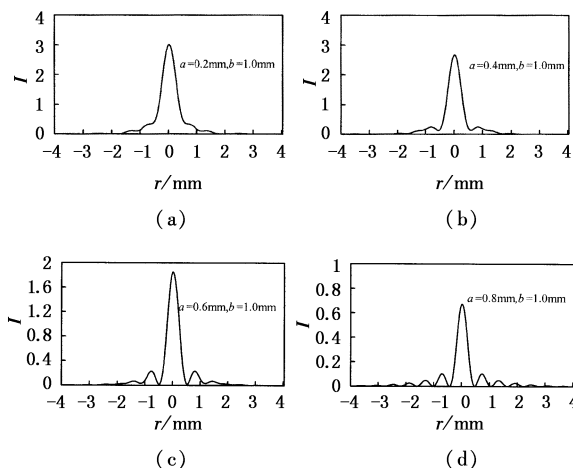


图3 贝塞尔光束通过不同内半径光阑后出射场光强分布

图4为在不同传输距离 z 处贝塞尔光束光强随归一化径向坐标轴的变化情况,其中计算参数 $a = 1.0\text{mm}$ 和 $b = 1.2\text{mm}$,其他参数同图2。从图中和数值计算结果可以看出,在最大准直范围 $z_{\max} = \frac{2\pi b}{\alpha}$ 内,贝塞尔光束在横截面上光强分布随传输距离基本保持不变,超过这段范围后,光束就会发散开来,光强迅速减小。

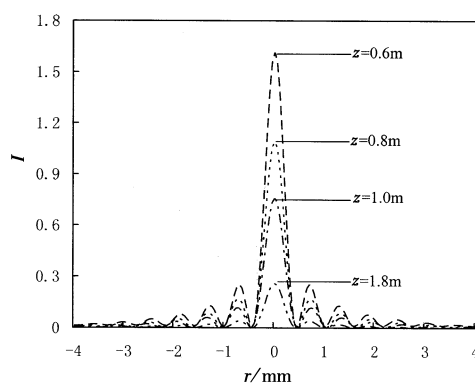


图4 在不同距离 z 处贝塞尔光束光强随归一化径向坐标轴的变化

4 结论

本文采用将环形光阑展开为复高斯函数叠加的方法,推导出了贝塞尔光束通过环形硬边光阑的一阶 ABCD 光学系统传输场分布的解析公式,并对其传输特征进行了分析。结果表明光强的分布以及衍射效应和环形光阑内外径大小有关;在内外径一定的情况下,横平面上光强分布基本保持不变。

参考文献:

- [1] S A Collins. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics [J]. J Opt Soc Am, 1970, 60(9): 1168 - 1177.
- [2] J J Wen, M A A Breazeale. Diffraction beam field expressed as the superposition of Gaussian beams [J]. J Acoust Soc. Am., 1988, 83(5): 1752 - 1756.
- [3] D Ding, X Liu. Approximate description for Bessel, Bessel-Gauss, and Gaussian beams with finite aperture [J]. J. Opt. Soc. A m. A, 1999, 16(6): 1286 - 1293.
- [4] Lü B D, Luo S Approximate propagation equations of flattened Gaussian beams passing through a paraxial ABCD system with hard-edge aperture [J]. J Mod Opt., 2001, 48(15): 2169 - 2178.
- [5] B Lü, S Luo. Approximate propagation equations of flattened Gaussian beams passing through a paraxial ABCD system with hard2edge aperture [J]. J. Mod. Opt., 2001, 48(15): 2169 - 2178.
- [6] 王喜庆, 吕百达. 双曲余弦高斯光束通过有光阑限制的 ABCD 光学系统的传输 [J]. 光学学报, 2001, 21(10): 1214 - 1218.
- [7] 季小玲, 刘雅静, 吕百达. 两种硬边衍射光束计算模拟方法的比较 [J]. 强激光与粒子束, 2005, 17(6): 801 - 807.
- [8] 李汝烯, 赵承良, 陆璇辉, 等. 高阶贝塞尔 - 高斯光束通过圆孔硬边光阑的传输特性 [J]. 激光与红外, 2007, 37(1): 66 - 68.
- [9] J Durnin. Exactsolutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory [J]. J. Op t. Soc. Am. A, 1987, 4(4): 651 - 654.
- [10] J Durnin, J J Micelli, et al. Diffract ion-free beam [J]. Phy. Rew. Lett., 1987, 58(15): 1499 - 1501.