

基于小波变换和改进 SVD 的红外图像去噪

黄飞江¹, 朱守业²

(1. 长沙学院电子与通信工程系, 湖南 长沙 410003; 2. 徐州师范大学信息传播学院, 江苏 徐州 221009)

摘要:针对小波变换红外图像去噪需要已知噪声先验知识的缺点,提出了一种基于分块奇异值分解的正交小波变换红外图像去噪新算法。首先对红外图像进行离散正交小波变换,并对高频图像采用改进的分块奇异值分解估计小波系数,其中对奇异向量采用傅里叶变换进行了修正;最后将低频图像与估计的高频图像通过小波反变换得到去噪图像。仿真结果表明,该图像去噪算法能在无噪声先验知识条件下有效去除图像噪声,信噪比有了明显提高,并获得了良好的主观视觉效果。

关键词:红外图像去噪;正交小波变换;奇异值分解;傅里叶变换

中图分类号:TP391

文献标识码:A

Infrared Image Denoising Based on Wavelet Transform and Improved SVD

HUANG Fei-jiang¹, ZHU Shou-ye²

(1. Department of Electronics and Communication Engineering, Changsha University, Changsha 410003, China;

2. School of Information and Media, Xuzhou Normal University, Xuzhou 221009, China)

Abstract: Due to the problem of the knowledge of noise using wavelet transform denoising, a new method based on orthogonal wavelet transform using block-based singular value decomposition for infrared image denoising is proposed. Firstly, infrared image is decomposed using orthogonal wavelet transform. For the high frequency components of image decomposition, the wavelet coefficients are estimated using improved block-based singular value decomposition. And the singular vectors are modified using fourier transform. Then the high frequency coefficients of signal was obtained. The denoised image is obtained through inverse wavelet transform by the low frequency image and the high frequency images. The experimental results show that the infrared image can be denoised effectively in this means without the knowledge of noise. The SNRs are improved substantially, and the visual quality is achieved well.

Key words: infrared images denoising; orthogonal wavelet transform; SVD; fourier transform

1 引言

目前红外成像技术已广泛应用于军事目标侦察、导弹制导、天文和遥感等军事和民用领域。由于红外探测仪器不完善和恶劣外界环境干扰造成红外图像在获取、传输和存储过程中不可避免地引入噪声,造成红外图像模糊、噪声较大,直接影响后续的红外目标检测、识别^[1],因此研究红外图像去噪算法具有重要意义。

小波变换由于其良好的时频特性、低熵性、去相关性和选基的灵活性等特点,且噪声在变换后有白化趋势,采用小波进行去噪已成为图像去噪的主要方法之一^[2-4]。小波去噪主要是估计图像小波分解后的高频小波系数,其中基于阈值法和最小均方误

作者简介:黄飞江(1972-),男,硕士,讲师,主要研究方向为信号与图像处理,时间同步与导航。E-mail: feijiangh@163.com

收稿日期:2008-09-08

差算法的小波系数估计方法是较为常用的去噪算法。但是基于上述算法的去噪方法需要知道噪声和图像的某些先验知识,利用噪声的统计特性来实现去噪,且需要进一步估计噪声方差。而实际应用中噪声的确切统计特性一般是未知的,噪声估计的不准确也会造成去噪效果不理想^[2]。因此,本文基于正交小波变换,提出了一种基于奇异值分解的红外图像去噪算法。奇异值分解(SVD)作为一种重要的非线性滤波方法,具有良好的数值稳健性,已经广泛地应用于图像去噪,并且无需有关噪声的先验知识^[5-9]。如果直接对图像进行SVD处理难以取得良好的去噪效果,为此我们首先通过小波变换,将图像的低频信息提取出来,这时大部分噪声信息位于高频图像中;然后对高频信息分别进行分块SVD处理,这种多尺度处理方式可以明显改善图像的去噪效果。其中在采用SVD处理高频图像时,我们注意到由于噪声的干扰,高频图像的奇异向量与无噪高频图像相比发生了改变,为此采用傅里叶变换对奇异向量进行修正,再进行低秩重构。实验结果表明,本文所提出的方法不需估计噪声方差能,有效去除红外图像噪声,获得较好的视觉质量和信噪比。

2 奇异值分解(SVD)

2.1 SVD 基本原理

矩阵的奇异值分解是矩阵所固有的特征。考虑一幅 $I_1 \times I_2$ 的二维图像 $A \in R^{I_1 \times I_2}$ (不妨设 $I_1 \geq I_2$), 图像矩阵 A 的秩 $\text{rank}(A) = R (R \leq I_2)$, 图像矩阵 A 的奇异值分解定义如下:

$$A = USV^T \quad (1)$$

式中, $U = (u_1, u_2, \dots, u_{I_1}) \in R^{I_1 \times I_1}$ 和 $V = (v_1, v_2, \dots, v_{I_2}) \in R^{I_2 \times I_2}$ 均为正交矩阵, 分别称作 A 的左奇异向量矩阵和右奇异向量矩阵, 矩阵 U 和 V 的前 I_2 列向量分别称作 A 的左奇异向量和右奇异向量; $S \in R^{I_1 \times I_2}$ 为奇异值矩阵, 其一般形式为:

$$S = \begin{bmatrix} \Lambda_{R \times R} & 0_{R \times (I_2 - R)} \\ 0_{(I_2 - R) \times R} & 0_{(I_2 - R) \times (I_2 - R)} \\ 0_{(I_1 - I_2) \times R} & 0_{(I_1 - I_2) \times (I_2 - R)} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中, $\Lambda_{R \times R} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_R)$, 且对角线元素 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_R > 0$ 为矩阵的非零奇异值; 矩阵还有 $I_2 - R$ 个零奇异值 (即矩阵 $0_{(I_2 - R) \times (I_2 - R)}$ 的对角元), 记为 $\lambda_{R+1} = \dots = \lambda_{I_2} = 0$; S 的 $I_1 - I_2$ 元素均为零, 为方便起见, 将 S 简记为 $S \triangleq \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_{I_2})$,

并称 λ_i 为矩阵 A 的第 i 个奇异值, 则可以表示如下形式:

$$A = \sum_{i=1}^R \lambda_i u_i v_i^T \quad (3)$$

从这个意义上, 奇异值反映了矩阵的能量分布。奇异值越大, 其对应的成分占矩阵的比重就越大; 奇异值越小, 比重就越小。根据这个特性, 选择特定的成分集 Ω 可以重构矩阵以满足特定的处理需要^[8]:

$$\hat{A} = \sum_{i \in \Omega} \lambda_i A_i \quad (4)$$

式中, $\hat{A}$ 为重构矩阵, 若选择 $\Omega = \{1, 2, \dots, k | k \leq R\}$, 即取前 k 个成分进行二维图像处理, 上式是图像去噪、压缩、重构与复原等的一般形式。

2.2 SVD 去噪

对如下噪声图像模型:

$$B = A + N \quad (5)$$

式中, $A \in R^{I_1 \times I_2}$ 是无噪图像; $B \in R^{I_1 \times I_2}$ 为噪声观测图像; N 为随机噪声 (设 $I_1 \geq I_2$)。通常认为较小的奇异值及其对应的奇异向量表示噪声, 采用较大的奇异值及其对应的特征向量近似表示无噪图像信号, 以去除图像噪声。

令 $B = U \Sigma V^T$, 其中奇异值矩阵, $\Sigma = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_{I_2})$, ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{I_2} \geq 0$)。选取合适的秩 $r (1 \leq r \leq I_2)$, 对 A 近似估计, 得到的去噪图像为:

$$\hat{A} = \sum_{i=1}^r \lambda_i u_i v_i^T \quad (6)$$

式中, u_i 和 v_i 为 B 的对应于 λ_i 的左、右奇异向量, 得到的 $\hat{A}$ 即为 B 去噪后的图像。

3 基于小波变换和 SVD 的图像去噪

3.1 正交小波变换

小波变换具有良好的时、频局部化性能, 在信号分析、图像处理及信号去噪等方面得到广泛应用。离散二维正交小波变换公式为:

$$\begin{cases} W_\varphi(j_0, i_1, i_2) = \frac{1}{\sqrt{I_1 I_2}} \sum_{x=0}^{I_1-1} \sum_{y=0}^{I_2-1} f(x, y) \varphi_{j_0, i_1, i_2}(x, y) \\ W_\psi^H(j, i_1, i_2) = \frac{1}{\sqrt{I_1 I_2}} \sum_{x=0}^{I_1-1} \sum_{y=0}^{I_2-1} f(x, y) \psi_{j, i_1, i_2}^H(x, y) \\ W_\psi^V(j, i_1, i_2) = \frac{1}{\sqrt{I_1 I_2}} \sum_{x=0}^{I_1-1} \sum_{y=0}^{I_2-1} f(x, y) \psi_{j, i_1, i_2}^V(x, y) \\ W_\psi^D(j, i_1, i_2) = \frac{1}{\sqrt{I_1 I_2}} \sum_{x=0}^{I_1-1} \sum_{y=0}^{I_2-1} f(x, y) \psi_{j, i_1, i_2}^D(x, y) \end{cases} \quad (7)$$

其中, $W_\varphi(j_0, i_1, i_2)$, $W_\psi^H(j, i_1, i_2)$, $W_\psi^V(j, i_1, i_2)$,

$W_{\psi}^D(j, i_1, i_2)$ 分别表示正交小波变换后尺度 j 的低频分量、水平高频分量、垂直高频分量和对角分量, ψ 为小波函数。离散二维正交小波反变换重构公式为:

$$\begin{aligned} f(x, y) = & \frac{1}{\sqrt{I_1 I_2}} \sum_{i_1} \sum_{i_2} W_{\varphi}(j_0, i_1, i_2) \varphi_{j_0, m, n}(x, y) + \\ & \frac{1}{\sqrt{I_1 I_2}} \sum_{j=j_0}^{\infty} \sum_{i_1} \sum_{i_2} W_{\psi}^H(j_0, i_1, i_2) \psi_{j_0, m, n}^H(x, y) + \\ & \frac{1}{\sqrt{I_1 I_2}} \sum_{j=j_0}^{\infty} \sum_{i_1} \sum_{i_2} W_{\psi}^V(j_0, i_1, i_2) \psi_{j_0, m, n}^V(x, y) + \\ & \frac{1}{\sqrt{I_1 I_2}} \sum_{j=j_0}^{\infty} \sum_{i_1} \sum_{i_2} W_{\psi}^D(j_0, i_1, i_2) \psi_{j_0, m, n}^D(x, y) \end{aligned} \quad (8)$$

设离散正交小波变换矩阵为 W , 对于式(5)所示的噪声图像模型, 对上式进行正交小波变换, 则图像小波域描述为:

$$w = u + v \quad (9)$$

式中, $w = WB, u = WA, v = WN$; 设 j 尺度的小波域描述为:

$$w_j = u_j + v_j \quad (10)$$

式中, w_j 是 B 在尺度 j 的小波系数; u_j 是 A 在尺度 j 的小波系数; v_j 是 N 在尺度 j 的小波系数。通过小波变换, 噪声主要集中在高频部分, 而有用的图像信息集中在低频部分, 通常是对各小波系数采用最小均方误差或阈值法进行估计再通过小波反变换重构, 得到无噪图像。这种处理方式一般需要估计噪声的方差, 我们这里的处理方式是对小波系数采用奇异值分解进行估计, 为了提高小波系数估计的准确性, 我们将高频图像划分为多个图像块, 对每个图像块分别进行 SVD 去噪, 这样不但可以避免噪声方差的估计, 而且可以获得较好的估计效果。

3.2 分块 SVD 估计

我们采用分块 SVD 处理方式, 将某一尺度高频图像划分为不同的块, 对每一个高频图像图像块进行 SVD, 设对大小为 $G_1 \times G_2$ 的高频图像 w_j , 分为大小 $b \times b$ 为的非重叠平方块, 不失一般性, 认为 $G_1 = Kb, G_2 = Lb$, 则每个高频图像子块 $w_{j,kl}$ 的 SVD 描述为:

$$w_{j,kl} = U_{kl} \Sigma_{kl} V_{kl}^T \quad (11)$$

式中, $k = 1, \dots, K, l = 1, \dots, L, U_{kl} \in R^{b \times b}$ 为左奇异矩阵; $V_{kl} \in R^{b \times b}$ 为右奇异矩阵; $\Sigma_{kl} \in R^{b \times b}$ 为奇异值对角矩阵, 则估计的高频图像图像为:

$$\hat{w}_{j,kl} = \sum_{r=1}^{R_{kl}} \lambda_{klr} u_{klr} v_{klr}^T \quad (12)$$

式中, u_{klr} 和 v_{klr} 分别为 $w_{j,kl}$ 的左奇异向量和右奇异向量; R_{kl} 为重构高频图像块的秩; 最后通过所有估计的高频图像块 $\hat{w}_{j,kl}$ 可重构完整的高频估计图像 $\hat{w}_j$, 即 $u_j \approx \hat{w}_j$ 。

3.3 基于傅里叶变换的奇异向量修正

由于噪声的干扰, 含噪高频图像 w_j 的奇异向量 u_i 和 v_i 与无噪高频图像 u_j 的奇异向量相比发生了变化, 使用奇异向量 u_i 和 v_i 低秩重构估计无噪高频图像 u_j 是不合适的, 受到噪声影响对应于较大奇异值的奇异向量在高频部分有明显增加, 而较小奇异值对应的奇异向量在低频部分有明显增加, 这不依赖于图像的大小和噪声方差^[10], 这里采用傅里叶变换对奇异向量进行修正, 并用修正后的奇异向量来估计小波系数。由于噪声对奇异向量的影响正比于对应的奇异值, 因此只处理前 $b/2$ 个较大的奇异向量, 下面以右奇异向量为例描述了采用傅里叶变换对图像块右奇异向量 v_{klr} 的修正过程:

$$\begin{cases} v_{klrF} = \text{DFT}(v_{klr}) \\ \hat{v}_{klrF}(n) = p v_{klrF}(n), (n = b/2 - d + 1, \dots, b/2) \\ \hat{v}_{klr} = \text{IDFT}(\hat{v}_{klrF}) \end{cases} \quad (13)$$

式中, $\text{DFT}(\cdot)$ 表示傅里叶变换; $\text{IDFT}(\cdot)$ 表示傅里叶反变换, $\hat{v}_{klr}$ 是经过修正的右奇异向量, $r = 1, 2, \dots, b/2; p$ 为奇异向量修正因子 ($p \leq 1$), 并对经过傅里叶变换后的奇异向量 $\hat{v}_{klrF}$ 的 $(d-1)$ 个高频部分进行修正, 与此类似对左奇异向量进行修正, 从而可以根据得到的修正奇异向量获得估计高频图像块:

$$\hat{w}_{j,kl} = \sum_{r=1}^{R_{kl}} \lambda_{klr} \hat{u}_{klr} \hat{v}_{klr}^T \quad (14)$$

式中, $\hat{u}_{klr}$ 和 $\hat{v}_{klr}$ 分别为修正的左奇异向量和右奇异向量, 最后通过所有估计的高频图像块 $\hat{w}_{j,kl}$ 可重构完整的高频估计图像 $\hat{w}_j$ 。

4 仿真结果及分析

在去噪算法里取图像大小为 256×256 , 采用改进的分块 SVD 估计小波系数再通过小波反变换进行图像重构。在去噪算法里正交小波函数取 sym8 小波, 采用三层小波分解, 尺度 j 的图像块大小为 $(64/2^j) \times (64/2^j)$, 奇异向量修正因子 p 取 0.75; 并用下面的信噪比公式对不同的去噪算法进行评价。

$$\text{SNR} = 10 \times \log \left[\frac{\frac{1}{I_1 \times I_2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N a_{ij}^2}{\frac{1}{I_1 \times I_2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (a_{ij} - \hat{a}_{ij})^2} \right] \quad (15)$$

图1(a)表示机载对地目标(车辆和人)的红外图像,图1(b)表示噪声方差为20时的红外噪声图像,信噪比为13.8597dB;图1(c)表示小波域最小均方误差(WLSM)去噪结果,信噪比为20.2195dB;图1(d)表示基于改进奇异值分解的小波域(WSVD)去噪结果,信噪比为24.6216dB。本文给出的方法信噪比较小波域最小均方误差去噪算法提高了4.4012dB,明显改善了去噪后红外图像的信噪比和主观视觉效果。

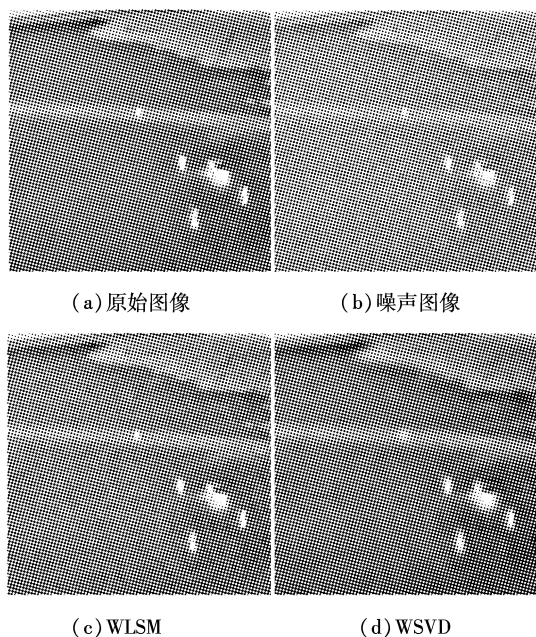


图1 噪声方差为20的红外图像去噪结果

表1给出了在不同噪声方差下两种算法去噪效果的信噪比。通过与WLSM去噪结果相比较,本文给出的WSVD图像去噪算法,不需要假设噪声的统计特性,也不用估计噪声方差,明显改善了去噪后图像的信噪比;并且随着噪声方差的增大,该算法的去噪效果优势越明显。

表1 不同噪声水平的图像去噪后的信噪比(dB)

噪声方差	噪声图像	WLSM	WSVD
5	25.9009	28.6462	29.0015
10	19.8803	26.1573	26.9620
15	15.3586	22.6994	25.6001
20	13.8597	20.2195	24.6216
25	11.9215	18.2930	23.7589
30	10.3379	16.7176	23.1232
35	8.9989	15.3851	22.7432

5 结 论

针对红外图像中存在的噪声干扰,本文提出了

基于改进奇异值分解的小波变换图像去噪新算法,为了提高小波系数的估计精度采用了分块奇异值分解的重构方法;对由于噪声干扰造成的奇异向量变化,采用傅里叶变换修正奇异向量,采用修正的奇异向量估计小波系数,最后通过小波反变换得去噪图像。该去噪方法可以在噪声特性未知和噪声方差的条件下有效去除噪声,获得良好的红外图像,为红外图像的进一步应用奠定了基础。但是红外图像处理中小波基的选取以及如何更好地改进奇异值分解进行小波去噪都是值得继续研究的问题。

参考文献:

- [1] 李迎春,孙继平,付兴建. 基于小波变换的红外图像去噪[J]. 激光与红外,2006,36(10):988-991.
- [2] Hou Z. Adaptive singular value decomposition in wavelet domain for image denoising [J]. Pattern Recognition, 2003,36(8):1747-1763.
- [3] 侯建华,田金文,柳健. 小波域局部维纳滤波器估计误差分析及图像去噪[J]. 光子学报,2007,36(1):188-191.
- [4] 章琳,汪胜前,谢志华,等. 基于遗传算法的多小波自适应阈值去噪研究[J]. 激光与红外,2008,38(2):186-190.
- [5] Konstantinides K, Natarajan B, Yovanof G S. Noise estimation and filtering using block-based singular value decomposition [J]. IEEE Trans. on Image Processing, 1997, 6(3):479-483.
- [6] Napa S, Somkait U. Adaptive block-based singular value decomposition filtering [C]// Computer Graphics, Imaging and Visualisation, 2007:298-303.
- [7] 王智峰,张志佳,李小毛,等. 基于SVD和能量最小原则的图像自适应降噪算法[J]. 中国图像图形学报, 2007,12(4):603-607.
- [8] 胡谋法,董文娟,王书宏,等. 奇异值分解带通滤波背景抑制和去噪[J]. 电子学报,2008,36(1):111-116.
- [9] Napa S, Somkait U. Noise suppression using block-based singular value decomposition filtering [C]// Proceedings of Asia-Pacific Conference on Communications, 2007:491-494.
- [10] Zeljko D, Sven L. SVD block processing for non-linear image noise filtering [J]. Journal of computing and information technology, 1999,7(3):255-259.