

基于矢量运算的光电自准直系统建模研究

黄银国, 林玉池, 王 为, 赵美蓉

(天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072)

摘 要:针对光电自准直系统现有简化模型的局限,研究了一种基于矢量运算的建模方法。以矢量运算理论为基础,通过对分划板任意点经光电自准直系统成像进行一般性分析,建立了分划板点坐标、平面镜转角与回像点坐标相互关系的数学模型,并提出了理想自准直系统的概念。通过数值仿真,分析了回像轨迹与平面镜转角的关系以及简化模型的原理性误差。根据分析的结论,进行了激光自准直实验验证。文中建立的模型对于大范围、高精度的光电自准直系统设计、误差分析与补偿具有一定的指导意义。

关键词:光电自准直;数学模型;矢量运算;理想自准直系统;激光自准直

中图分类号:TP216 **文献标识码:**A

Research on the model of photoelectric auto-collimating system based on vector operation

HUANG Yin-guo, LIN Yu-chi, WANG Wei, ZHAO Mei-rong

(State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: In view of the limitation of the simplified model, this paper proposes a modeling method for photoelectric auto-collimating system based on vector operation. With the theory of vector operation, arbitrary point imaging of the reticle is analyzed in that method. The mathematical model is derived from the relation of the reticle point coordinates, the reflector space angle and the image point coordinates. With its special case, this paper puts forward an ideal auto-collimating system. Finally, principle error of the simplified model and the corresponding relationship between image trace and reflector space angle are discussed and also simulation and laser auto-collimator experiment results validate the proposed model. The presented model has some practical significance in the design, error analysis and compensation of photoelectric auto-collimating system with large range and high precision.

Key words: photoelectric auto-collimating; mathematical model; vector operation; ideal auto-collimating system; laser auto-collimator

1 引 言

光电自准直测角技术具有精度高、非接触及测量结果与距离无关等优点,广泛用于小角度测量、形变检测以及定位与瞄准等诸多领域^[1]。国内外很早就开展了光电自准直技术的理论研究和系统开发工作,但目前大多采用的光电自准直系统模型是简化模型^[2]。这种模型形式简洁,在小范围测量时具有足够的精度,但通用性差。在某些场合,如涉及多

维角度、多坐标系转换、大范围测量等场合,简化模型误差较大,往往需要寻求新的更精确的数学模型。文献[2]、[3]提出了建立新的激光自准直测角模型方法,获得了基准零位畸变误差模型。

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 60874106)资助。

作者简介:黄银国(1978-)男,讲师,博士研究生,主要从事现代传感与精密测试技术研究。E-mail: mail:hyg@tju.edu.cn

收稿日期:2009-05-05

光电自准直系统完备的数学模型应具备以下特点和功能:①准确描述系统各参数之间的相互关系;②适用于任意形式的分划板和平面镜任意空间角,具有一定的通用性;③不存在原理性误差,对实际系统误差分析与补偿具有指导意义。本文针对这些问题,应用矢量运算方法分析了分划板点坐标、平面镜转角与回像坐标的关系,建立了一种新的光电自准直系统模型。对该模型取特殊值,即可得到理想化的光电自准直系统的模型,通过数值仿真和实验,对得到的模型进行了仿真和分析。

2 光电自准直系统原理与建模

2.1 光电自准直系统原理

光电自准直系统是基于光学自准直原理工作的,图1给出了一种光电自准直系统的典型结构。

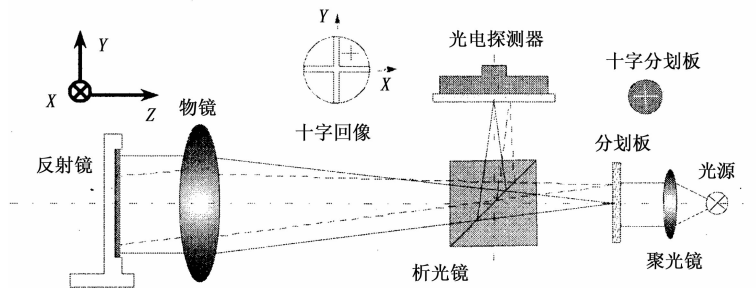


图1 光电自准直系统典型结构

2.2 基于矢量运算的建模

为方便分析,对图1给出的系统结构进行调整,将光电探测器移至与分划板重合的位置。按右手法则建立坐标系 OXYZ,如图2所示。Z轴与主光轴重

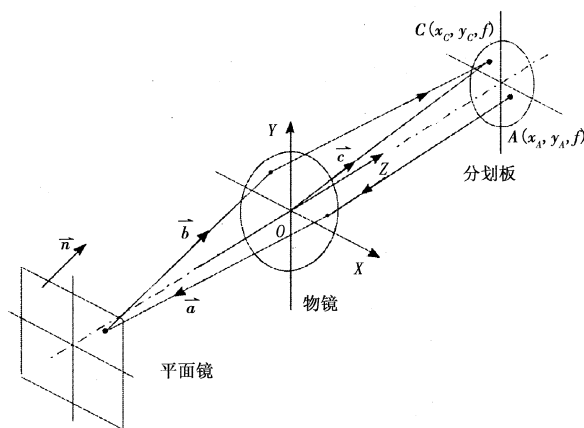


图2 等效光路

合,O点位于物镜中心。分划板和平面镜平行于分别位于 $z=f$ 和 $z=-L$ 处(L 为平面镜到物镜的距离)。在理想光学系统条件下,以下分析中用矢量表示光线。仅关心光线方向时,则可以用单位方向

当平面镜绕 X 轴转动 α 角,则像点在光电探测器敏感面上相应沿 Y 轴移动 y ,若自准直系统的焦距为 f ,根据光学自准直原理,有:

$$\tan(2\alpha) = \frac{y}{f} \tag{1}$$

当 α 角很小时, $\tan(2\alpha) \approx 2\alpha$,则光电自准直系统的简化模型为:

$$\alpha \approx \frac{y}{2f} \tag{2}$$

同理,若平面镜绕 Y 轴转动时,转角 β 可以由像点沿 X 轴的移动距离表示。通过光电探测器检测出像点的二维移动,实现光电自准直系统的二维小角度测量。但在公式(2)中,二维转角的相互影响被忽略了。

矢量表示,不必考虑光线的平移和伸缩^[4]。当光束经过物镜时,只需分析经过 O 点的光线^[5]。

被照亮的分划板上任一点 $A(x_A, y_A, f)$ 发出同心光束,经过物镜出射平行光束,该光束的单位方向矢量 \vec{a} 可写为:

$$\vec{a} = \{a_x, a_y, a_z\} = \frac{-1}{\sqrt{x_A^2 + y_A^2 + f^2}} \{x_A, y_A, f\} \tag{3}$$

以 \vec{a} 方向入射的光束,遇到平面镜发生反射。设入射角为 γ ,平面镜的单位法线矢量为 \vec{n} ,反射光束单位方向矢量为 \vec{b} 。在入射光线与平面镜法线构成的空间平面内,三者关系如图3所示。由矢量运算关系可得:

$$\cos\gamma = -(n_x a_x + n_y a_y + n_z a_z) \tag{4}$$

$$\vec{b} = \{b_x, b_y, b_z\} = \{2n_x \cos\gamma + a_x, 2n_y \cos\gamma + a_y, 2n_z \cos\gamma + a_z\} \tag{5}$$

若初始时平面镜平行于 OXY 平面,当绕 X 轴转

动 α 角,绕 Y 轴转动 β 角,根据坐标系旋转变换可知^[6]:

$$\vec{n} = \{n_x, n_y, n_z\} = \{\cos\alpha\sin\beta, -\sin\alpha, \cos\alpha\cos\beta\} \quad (6)$$

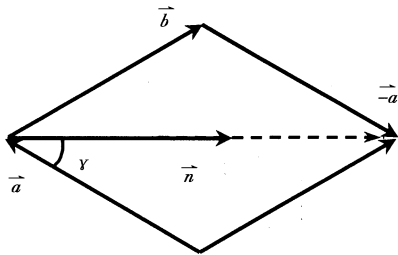


图3 平面镜反射的矢量关系

设反射光束成像在光电探测器表面 $C(x_c, y_c, f)$ 点。按照几何透视原理,过 O 点的反射光线 OC 矢量为:

$$\vec{c} = \{c_x, c_y, c_z\} = \frac{f}{b_z} \{b_x, b_y, b_z\} \quad (7)$$

反射光束不可能垂直于主光轴,所以上式中 $b_z \neq 0$ 。因此,可得到 C 的坐标:

$$C(x_c, y_c, f) = C(c_x, c_y, c_z) = C\left(\frac{b_x}{b_z}f, \frac{b_y}{b_z}f, f\right) \quad (8)$$

联立公式(3)~式(8),可得:

$$\begin{cases} x_c = f \frac{x_A(2\cos^2\alpha\sin^2\beta - 1) - y_A\sin 2\alpha\sin\beta + f\cos^2\alpha\sin 2\beta}{x_A\cos^2\alpha\sin 2\beta - y_A\sin 2\alpha\cos\beta + f(2\cos^2\alpha\cos^2\beta - 1)} \\ y_c = -f \frac{x_A\sin 2\alpha\sin\beta - y_A(2\sin^2\alpha - 1) + f\sin 2\alpha\cos\beta}{x_A\cos^2\alpha\sin 2\beta - y_A\sin 2\alpha\cos\beta + f(2\cos^2\alpha\cos^2\beta - 1)} \end{cases} \quad (9)$$

在平面镜空间角条件下,公式(9)给出了分划板上任意点、相应像点和平面镜空间角之间的相互关系,即光电自准直系统的数学模型。利用该模型可以通过像点计算出平面镜的转角大小和方向。对于任意形式的分划板 $y_A = f_A(x_A)$,通过公式(9)也可以分析出回像的表达式 $y_c = f_c(x_c)$ 。对于实际的光电自准直系统,在公式(9)的基础上可以进一步分析光学、机械系统的加工装配误差与光电探测器安装误差对系统精度的影响。

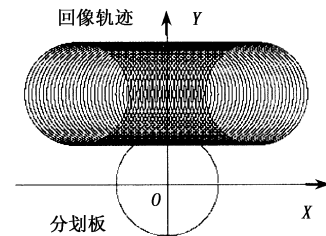
3 仿真与实验

3.1 平面镜转角与回像轨迹关系

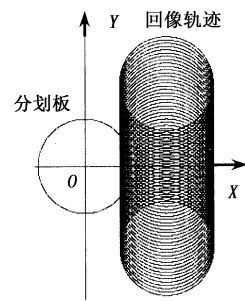
对于公式(9),得到解析解的难度较大,所以本文采用数值仿真的方法进行分析。假设分划板为圆形,半径 r ,仅考虑其边界。极坐标形式的边界方程为:

$$\begin{cases} x_A = r\cos\omega \\ y_A = r\sin\omega \end{cases} \quad \omega \in [0, 2\pi) \quad (10)$$

当 $r=5\text{ mm}, f=500\text{ mm}$,初始时 $\alpha_0 = -0.5^\circ$,平面镜绕 Y 轴转动,转角范围 $-0.5^\circ < \beta < 0.5^\circ$,将公式(10)代入公式(9),计算出相应回像的移动轨迹。与分划板大小和形状非常相近的回像沿水平方向移动,如图4(a)所示。当平面镜绕 X 轴转动时,得到图4(b)所示的运动轨迹。



(a) 绕 Y 轴转动



(b) 绕 X 轴转动

图4 回像运动轨迹

若将初始角和转角范围增大,则可直观地发现回像变为椭圆形,椭圆的中心轨迹是一条曲线,图5给出了平面镜绕 Y 轴转动的情形。设回像的长轴 l ,中心点 (x_p, y_p) ,回像中心轨迹交 Y 轴于 $(0, y_{p0})$ 。用直线 $y = y_{p0}$ 拟合回像中心轨迹,相应的误差可表示为 $\Delta y_p = y_p - y_{p0}$;将回像与分划板相比较,其变形程度用 $\Delta l = l - 2r$ 表示。当初始角 $\alpha_0 = 0.5^\circ$ 和 $\alpha_0 = 1^\circ$,转角范围 $-1^\circ < \beta < 1^\circ$ 时,得到 $\Delta y_p, \Delta l$ 与转角的关系,如图6所示。对 r/f 取不同的值进行仿真,结果表明, r/f 越大,非线性程度越严重。若光电探测器(如线阵 CCD)检测的是几何边界,则会产生非线性误差。因此,设计光电自准直系统时,减小分划板尺寸和增大焦距对其线性有利。

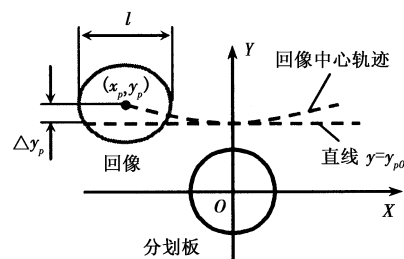


图5 回像的非线性

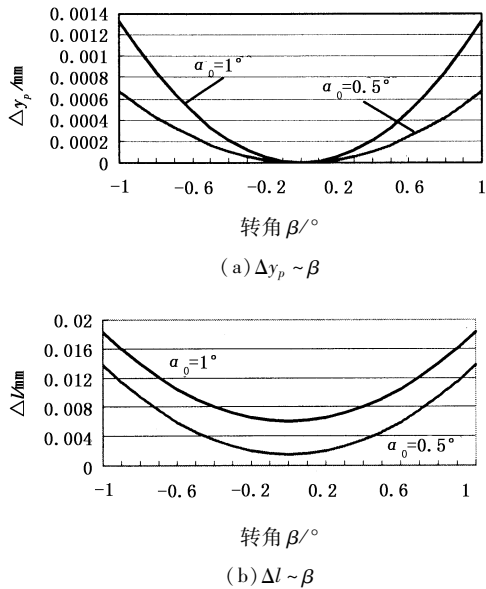


图6 Δy_p 及 Δl 与转角的关系

从以上分析可知,分划板尺寸越小对线性越有利,取 $x_A = y_A = 0$,即分划板为物镜焦点上的理想几何点,代入公式(9)得:

$$\begin{cases} x_c = \frac{\cos^2 \alpha \sin 2\beta}{2\cos^2 \alpha \cos^2 \beta - 1} f \\ y_c = -\frac{\sin 2\alpha \cos \beta}{2\cos^2 \alpha \cos^2 \beta - 1} f \end{cases} \quad (11)$$

因为实际分划板总是一定大小的,本文将这种系统定义为“理想自准直系统”。若 $\beta_0 = 0$,代入公式(11),就得到了公式(1)。可见,简化模型是理想自准直系统的一种近似。若采用光电探测器(如PSD)检测光斑的能量重心,当光斑能量分布较均匀且尺寸较小时,可以视为理想自准直系统。

3.2 简化模型的误差

将理想自准直系统的模型与公式(1)表示的简化模型相比较,分析由于简化产生的误差。对给定的平面镜转角 (α, β) ,计算出简化模型的误差 $(\Delta\alpha, \Delta\beta)$,取均方根误差 $\Delta e = \sqrt{\Delta\alpha^2 + \Delta\beta^2}$ 。当 $f = 500$ mm,两维转角范围 $-0.008 \sim 0.008$ rad (即 $-0.46^\circ \sim 0.46^\circ$),得到仿真结果如图7所示,最大均方根误差为 $\Delta e_{\max} = 0.388''$ 。

可见,简化模型在零点附近具有很高的精度。实际测量过程中,光电自准直系统应尽量在零点附近工作,以减小非线性误差。仅测量一个角度时,另一个角度应尽量在零点附近,而且保持固定不动。对于大测量范围的高精度光电自准直系统而言,如美国API公司的2000型光电自准直系统 $\pm 1000''$ 范

围内,精度 $\pm 0.5''$,这种误差不能忽略,应当进行误差修正。

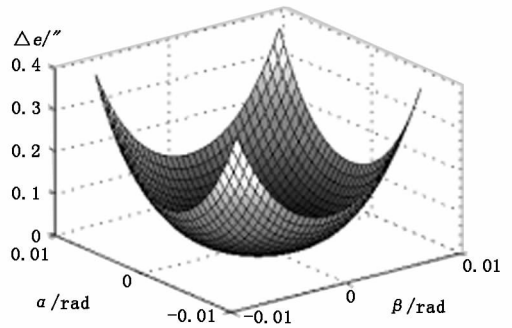
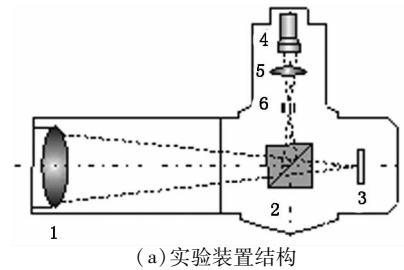


图7 简化模型的误差

3.3 实验

根据上述分析结果,本文构建了一套激光自准直实验装置,如图8所示,该系统可视为理想自准直



(a) 实验装置结构



(b) 实验装置实物

图8 激光自准直实验装置

系统。半导体激光器4经准直发出平行光束,物镜5和物镜1对其进行扩束,同时物镜5对光束汇聚,即以点光源的形式出射,光电探测器3为二维PSD。2为分光棱镜,6为光阑。物镜1焦距 $f = 450$ mm, PSD为W202型。经标定,该实验装置二维测角范围 $\pm 700''$,在中心 $\pm 300''$ 范围内,最大非线性误差 $2.0''$ 。当 $\alpha_0 = 700''$ 时,在 $-700'' < \beta < 700''$ 范围内平均误差 $Q = \frac{1}{n} \sum |\Delta\beta_i| = 1.71''$,按公式(11)进行修正,得到平均误差 $Q' = 1.55''$,减小了 $0.16''$ 。该实验装置精度的进一步提高,需要减小光机系统的误差。

4 结论

以矢量运算理论为基础,分析了分划板任意点

坐标、平面镜空间角和像点坐标的相互关系,建立了光电自准直系统的数学模型。该模型适用于任何形式的分划板和平面镜的任意空间角,具有通用性。通过数值仿真,分析了回像的运动轨迹及现有简化模型的误差。根据分析结论设计了激光自准直实验装置,利用误差修正,减小了平均误差。利用该模型,可以设计合适形式与尺寸的分划板以及选择相应的光电探测器。在此基础上可以进一步建立实际光电自准直系统的误差模型。本文数学模型的建立对于大范围高精度的光电自准直系统设计具有一定的指导意义。

参考文献:

- [1] Huang Yin-guo, Lin Yu-chi, Song le, et al. Inclination angle measurement of inertial platform based on LD-PSD [C]. Proceeding of SPIE, 2008, 6824.
- [2] 张广军, 尚鸿雁, 魏振忠. 激光自准直测角中零位畸变模型及仿真[J]. 机械工程学报, 2006, 42(5): 64 - 68.
- [3] 尚鸿雁. 激光自准直角度测量系统建模方法研究[J]. 测试技术学报, 2007, 21(1): 6 - 12.
- [4] 白素平, 王春艳, 庞春颖. 基于坐标变换的动态光学成像性质研究[J]. 光子学报, 2001, 30(7): 846 - 850.
- [5] Detlef-Matthias, Smilgies. Compact matrix formalism for phase space analysis of complex optical system[J]. Applied optics, 2008, 47(22): E106 - E115.
- [6] Kürsat, Sendur. An integral equation based numerical solution for nanoparticles illuminated with collimated and focused light [J]. Optics Express, 2009, 17(9): 7419 - 7430.