

# 晶体微粒光致旋转的角速度受其厚度影响分析

管晓微, 朱艳英, 魏 勇, 吕 威, 荆敏娟, 李 解  
(燕山大学物理系, 河北 秦皇岛 066004)

**摘 要:**从理论上分析了光束自旋角动量使晶体微粒光致旋转的原理。基于 MATLAB 模拟了不同激光功率下晶体微粒的厚度与其旋转角速度的变化关系,并给出了同一激光功率下不同厚度的晶体微粒获得最大旋转角速度时的理论数据。该结果对实验中如何有效地提高晶体微粒的旋转角速度有一定的指导意义。

**关键词:**光致旋转;自旋角动量;微粒厚度;旋转角速度

**中图分类号:**TN249      **文献标识码:**A

## Analysis of the thickness effect on angular velocity of optical rotation of the crystal particle

GUAN Xiao-wei, ZHU Yan-ying, WEI Yong, LÜ Wei, JING Min-juan, LI Jie  
(Physics Department Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract:**Theoretical analyze the principle of the optical rotation of the crystal particles by angular momentum of beam spin. Based on MATLAB simulations the relationship between the thickness of the crystal particles and its spin angular velocity with different laser power, and show the theoretical data of maximum spin angular velocity on different thickness of the crystal particles which with the same laser power. This result have a certain significant mean to increase the rotation angular velocity of the crystal particle in experiment.

**Key words:**optical rotation; spin angular momentum; particle thickness; rotation angular velocity

### 1 引言

光致旋转技术是一种新兴的光学微操纵技术,它是在光镊对微粒的三维操作基础上又增加了一维角向的操作,对微操纵的应用具有重要意义。目前,它已经成为当前激光物理学的研究热点。

澳大利亚 Queensland 大学的 Friese<sup>[1]</sup>等人用圆偏光作用碳酸钙微粒,实现了碳酸钙微粒的光致旋转,在激光功率 300 mW 时(波长 1064 nm),获得了厚度为 1  $\mu\text{m}$  的  $\text{CaCO}_3$  微粒的最大旋转速度约为 2198 rad/s。我国中国科学技术大学李银妹<sup>[2-3]</sup>研究小组对双折射微粒的光致旋转特性进行了实验研究,该小组利用双折射微粒获得椭圆偏振激光束的自旋角动量的方法,在现有的光镊装置基础上实现  $\text{CaCO}_3$  微粒的光学旋转,取得了 1~2 mW 低功率下旋转频率达到 1.4 Hz 以上的结果,研究了微粒的旋

转频率随激光功率的变化关系。燕山大学朱艳英<sup>[4]</sup>研究小组利用光镊装置,在不同的激光功率下实现了对不同双折射微粒的旋转,测量了光致旋转的转动频率,实验得出了不同微粒的旋转频率随激光功率的变化关系,实验与理论相结合。中国科学院西安光学精密机械研究所姚保利<sup>[5]</sup>研究了微粒的光致旋转与微粒本身形状之间的关系,解释了实验中观察到的几种旋转现象。实验中碳酸钙微粒旋转的最高转速达到 75.4 rad/s。

利用自旋角动量作用晶体微粒实现光致旋转的实验过程中,微粒的厚度限制了其旋转角速度的提

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 50875232)资助。

作者简介:管晓微(1982-),女,硕士生,主要研究方向为光电检测和激光精密测试。E-mail:0206050662@163.com

收稿日期:2009-10-27

高。本文从理论上分析了利用光束自旋角动量产生光致旋转的原理,基于 MATLAB 模拟了光致旋转过程中不同激光功率下微粒的厚度与其旋转角速度的关系曲线。分析了不同厚度的微粒对其旋转角速度的影响。同时给出了同一激光功率下不同厚度的微粒获得最大旋转角速度的理论数据,对在实际应用中如何有效地提高晶体微粒的旋转角速度有一定的指导意义。

## 2 微粒光致旋转的理论分析

光束自旋角动量是光子本身的属性,其方向取决于光束的偏振状态,光束作用于双折射微粒时其偏振状态会发生改变,那么光束中光子本身所携带的自旋角动量就会发生改变,根据角动量守恒定律,晶体微粒将从激光光束中获得相应的角动量,并产生围绕自身光轴的自转。一束沿  $Z$  轴方向传播的单色激光可以表示为:

$$\vec{E} = (E_x \hat{x} + E_y \hat{y}) \exp(ikz - i\omega t) \quad (1)$$

其中,  $\omega$  表示入射光的角频率;  $k$  为波矢,则平行于  $x$  轴、 $y$  轴的矢量元可以表示为  $\hat{x} = \hat{i} \cos\theta - \hat{j} \sin\theta$ ,  $\hat{y} = \hat{i} \sin\theta + \hat{j} \cos\theta$  对于左旋圆偏振光  $E_x = iE_y$ , 则式(1)可以写成:

$$\vec{E} = (E_e \hat{x} + iE_e \hat{y}) \exp(ikz - i\omega t) \quad (2)$$

对于右旋圆偏振光  $E_x = -iE_y$ , 则式(1)可写成:

$$\vec{E} = (E_e \hat{x} - iE_e \hat{y}) \exp(ikz - i\omega t) \quad (3)$$

为了研究方便,我们取一个圆盘状的单轴晶体进行分析。假定它的柱面沿  $Z$  方向,光轴平行于  $x-y$  平面,与轴  $x$  夹角为  $\theta$ 。晶体的主折射率分别为  $n_o, n_e$ 。设圆柱晶体的前端面  $z = a$ , 后端面  $z = a + d$ 。

则入射光可表示成:

$$\vec{E} = (E_x \hat{x} - iE_y \hat{y}) \exp(ika - i\omega t) \quad (4)$$

透过单轴双折射晶体后,出射光为:

$$\begin{aligned} \vec{E} = & (E_x \cos\theta + E_y \sin\theta) \exp(ikdn_e) \hat{i} \exp(ika - i\omega t) + \\ & (-E_x \sin\theta + E_y \cos\theta) \exp(ikdn_o) \hat{j} \exp(ika - i\omega t) \end{aligned} \quad (5)$$

运用 T. A. nieminem 等<sup>[6]</sup> 的求解方法得到光束作用在单轴双折射晶体上的扭转力:

$$\begin{aligned} \tau = & \frac{c\mathcal{E}}{2\omega} (E_x E_y^* - E_x^* E_y) (1 - \cos kd(n_o - n_e)) \hat{i} + \\ & \frac{c\mathcal{E}}{2\omega} \sin kd(n_o - n_e) [(E_x^* E_x - E_y^* E_y) \sin 2\theta - \\ & (E_x E_y^* + E_x^* E_y) \cos\theta] \end{aligned} \quad (6)$$

运用相同的方法得到左旋圆偏振光光束作用在单轴双折射晶体上的扭转力矩:

$$\begin{aligned} \tau = & \frac{c\mathcal{E}}{\omega} |E_x|^2 (1 - \cos kd(n_o - n_e)) \\ = & \frac{P_{\text{eff}}}{\omega} (1 - \cos kd(n_o - n_e)) \end{aligned} \quad (7)$$

右旋圆偏振光光束作用在单轴双折射晶体上的扭转力矩:

$$\begin{aligned} \tau = & \frac{c\mathcal{E}}{\omega} |E_x|^2 (1 - \cos kd(n_o - n_e)) \\ = & \frac{P_{\text{eff}}}{\omega} (1 - \cos kd(n_o - n_e)) \end{aligned} \quad (8)$$

另外,当微粒在黏滞性流体中转动时还将受到流体作用的力矩,设比例系数为  $D$ ,对于圆盘状微粒<sup>[7]</sup>  $D = \frac{32\eta r^3}{3}$ ,其中  $\eta$  为液体的黏滞系数, $r$  为微粒的半径。则微粒旋转时受到的总转动力矩为:

$$\tau = \frac{P_{\text{eff}}}{\omega} [1 - \cos kd(n_o - n_e)] - D\Omega \quad (9)$$

当微粒转速恒定时,由上式可得:

$$\begin{aligned} \Omega = & \frac{P_{\text{eff}} [1 - \cos kd(n_o - n_e)]}{D\omega} \\ = & \frac{3P_{\text{eff}} [1 - \cos kd(n_o - n_e)]}{32\omega_0 \eta r^3} \end{aligned} \quad (10)$$

## 3 不同微粒光致旋转的仿真模拟

根据一般椭圆偏振光作用于双折射微粒时得到的公式:

$$\begin{aligned} \Omega = & \frac{P_{\text{eff}} [1 - \cos kd(n_o - n_e)]}{D\omega} \\ = & \frac{3}{32\omega_0 \eta r^3} P_{\text{eff}} [1 - \cos kd(n_o - n_e)] \end{aligned} \quad (11)$$

由式(11)可以看出,当微粒半径相同时,微粒的厚度和所受激光功率将影响其旋转速度。室温 25℃ 时,黏滞系数  $\eta = 0.894 \text{ N}/(\text{m}^2\text{s})$ ,  $\omega_0 = 2\pi \frac{c}{\lambda}$ ,  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ 。

图 1 为微粒半径  $r = 2.5 \mu\text{m}$ , 在  $p_1 = 8 \text{ mW}$ ,  $p_2 = 10 \text{ mW}$ ,  $p_3 = 12 \text{ mW}$ ,  $p_4 = 15 \text{ mW}$  四种不同激光功率下,  $\text{CaCO}_3$  微粒的厚度与其旋转角速度的关系曲线图。图 2 为微粒半径  $r = 2.0 \mu\text{m}$ , 在  $p_1 = 8 \text{ mW}$ ,  $p_2 = 10 \text{ mW}$ ,  $p_3 = 12 \text{ mW}$ ,  $p_4 = 15 \text{ mW}$  四种不同激光功率下,  $\text{SiO}_2$  微粒的厚度与其旋转角速度的关系曲线图。由图 1 和图 2 都可以看出,如果微粒在光束传播方向上的厚度不同,微粒获得的旋转角速度也将不同,不同厚度的微粒与其旋转角速度呈周期性曲

线变化关系。

由图1可以看出,在同一激光功率下,当微粒的厚度为  $d_1 = 1.9 \mu\text{m}$ ,  $d_2 = 5.6 \mu\text{m}$ ,  $d_3 = 9.3 \mu\text{m}$  时,微粒旋转的角速度可以达到最大值  $\phi_1 = 3.601 \times 10^{-4} \text{rad/s}$ ,  $\phi_2 = 3.604 \times 10^{-4} \text{rad/s}$ ,  $\phi_3 = 3.605 \times 10^{-4} \text{rad/s}$ 。对于同一厚度的  $\text{CaCO}_3$  微粒,若加大激光功率值,则微粒获得的旋转角速度也将会提高。图1所得的理论结果为:当  $\text{CaCO}_3$  微粒厚度为  $d = \frac{(n+1)\pi}{k(n_o - n_e)}$  ( $n = 0, 2, 4, 6, \dots$ ) 时,微粒的转动角速度为0,微粒停止转动;当  $\text{CaCO}_3$  微粒厚度为  $d = \frac{n\pi}{k(n_o - n_e)}$  ( $n = 1, 3, 5, \dots$ ) 时,微粒将获得最大的旋转角速度。

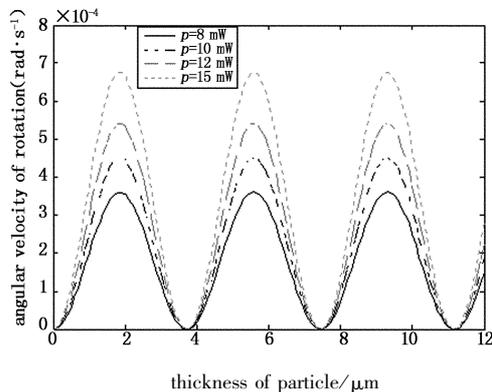


图1 四种不同激光功率下  $\text{CaCO}_3$  微粒的厚度与旋转角速度的关系

由图2可以看出,在同一激光功率下,当微粒的厚度为  $d_1 = 35 \mu\text{m}$ ,  $d_2 = 105 \mu\text{m}$  时,微粒旋转的角速度可以达到最大值  $\phi_1 = 7.041 \times 10^{-4} \text{rad/s}$ ,  $\phi_2 = 7.038 \times 10^{-4} \text{rad/s}$ 。对于同一厚度的  $\text{SiO}_2$  微粒,若加大激光功率值,则微粒获得的旋转角速度也将会

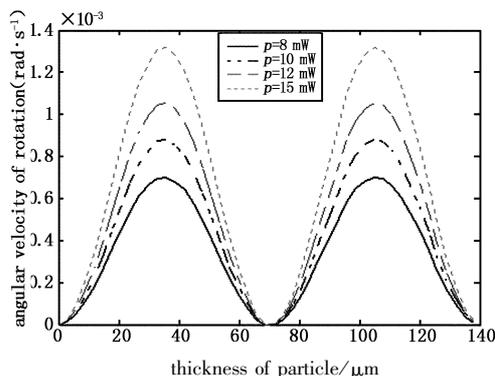


图2 四种不同激光功率下  $\text{SiO}_2$  微粒的厚度与旋转角速度的关系

提高。图2所得的理论结果为:当  $\text{SiO}_2$  厚度为  $d = \frac{n\pi}{k(n_o - n_e)}$  ( $n = 1, 3, 5, \dots$ ) 时,微粒的转动角速度为0,微粒停止转动;当  $\text{SiO}_2$  厚度为  $d = \frac{(n+1)\pi}{k(n_o - n_e)}$  ( $n = 0, 2, 4, 6, \dots$ ) 时,微粒将获得最大的旋转角速度。

由以上模拟分析及理论数据可以得出,在实际操作中可以通过选取适当厚度的微粒和较高的激光功率来提高微粒的旋转角速度。

#### 4 结论

本文根据在一定条件下光可以携带自旋角动量这一特点,分析了光束自旋角动量使微粒光致旋转的原理,基于 MATLAB 模拟了不同激光功率下晶体微粒的厚度与其旋转角速度的变化关系。并分析了不同厚度的微粒对其旋转角速度的影响,得出了同一厚度的晶体微粒,激光功率越大,旋转角速度越高的结论。同时给出了同一激光功率下微粒获得最大旋转角速度的理论数据,该结果对实验中如何有效地提高晶体微粒的转动角速度有一定的指导意义。

#### 参考文献:

- [1] Friese M E J, Nieminen T A, Heckenberg N R, et al. Optical alignment and spinning of laser-trapped microscopic particles[J]. Nature, 1998, 394(7): 348-350.
- [2] Sun Y F, Li Y M, Lou L R. Photo-induced rotation of particles in Laster trapping[J]. Laster & Optoelectronics Progress, 2003, 40(10): 23-28.
- [3] Sun Y F, Li Y M, Lou L R. Optical rotation of crystal  $\text{CaCO}_3$  micro-particle in optical tweezers[J]. Chinese journal of lasers, 2005, 32(3): 315-318.
- [4] 高秋娟, 朱艳英, 史锦珊, 等. 利用具有自旋角动量的光束实现微粒的旋转[J]. 激光与红外, 2008, 38(4): 324-326.
- [5] 雷鸣, 姚保利. 碳酸钙微粒光致旋转的实验和理论研究[J]. 光子学报, 2007, 36(5): 816-819.
- [6] T A Nieminen, N R Heckenberg, H Rubinsztein-Dunlop. Optical measurement of microscopic torques[J]. J. Mod. Opt, 2001, (48): 405-413.
- [7] 孙玉芬, 李银妹, 楼立人. 光阱中的  $\text{CaCO}_3$  晶体微粒的光致旋转[J]. 中国激光, 2005, 32(3): 315-318.