

文章编号:1001-5078(2010)05-0471-05

· 激光应用技术 ·

Pound-Drever-Hall 稳频误差信号线性动态范围及灵敏度分析

辛 遥, 江月松, 王林春, 桑 峰

(北京航空航天大学电子信息工程学院, 北京 100191)

摘 要:在 Pound-Drever-Hall 激光稳频方法中, 误差信号的线性动态范围和灵敏度是影响稳频效果的重要指标。为了对 Pound-Drever-Hall 激光稳频性能进行优化, 本文理论分析了调制频率、FP 腔镜反射率和腔长对动态范围及灵敏度的影响, 并通过实验仿真进行定量讨论和优化。实验结果表明, 调制频率、反射率和腔长都分别与线性动态范围的大小有着紧密的联系, 通过对这些参数的正确选取, 以及对精度和灵活性要求的综合考虑, 可以提升稳频系统的效果; 而且对调制深度的优化可以提高误差信号灵敏度。

关键词:Pound-Drever-Hall 稳频; 误差信号; 线性动态范围; 灵敏度

中图分类号:TN247

文献标识码:A

Analysis of linear dynamic range and sensitivity of error signal in Pound-Drever-Hall method

XIN Yao, JIANG Yue-song, WANG Lin-chun, SANG Feng

(Dept. of Electronic and Information Engineering, BUAA, Beijing 100191, China)

Abstract: In Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization method, the linear dynamic range and sensitivity of error signal are important factors which affecting stabilization quality. To optimize the performance of Pound-Drever-Hall method, this paper analyzes the influence of modulation frequency, FP cavity mirrors' reflection ratio and cavity length on dynamic range and sensitivity theoretically, and discuss in quantity by means of simulation. The results indicate that dynamic range and sensitivity have close relationship with modulation frequency, reflection ratio and cavity length; stabilization effect can be enhanced through proper selection of these parameters, as well as taking accuracy and flexibility requirements into account, and finally, optimizing modulation depth can improve sensitivity of error signal.

Key words: Pound-Drever-Hall frequency stabilization; error signal; linear dynamic range; sensitivity

1 引 言

随着激光器在干涉测量、光通信、激光陀螺等领域的应用, 对激光器频率稳定度的要求越来越高, 多年来, 科学家们不断地研究各种提高激光频率稳定性和有实用价值的稳频技术。其中, Drever 和 Hall 等人受到 Pound 的微波稳频系统^[1]的启发, 提出利用 Fabry-Pérot 标准具的相位特性进行激光稳频, 并把这种稳频方法称为 Pound-Drever-Hall (PDH) 稳频法^[2]。激光器输出激光经位相调制后, 入射到 FP 腔上, 反射光到达探测器上, 经适当放大后和调制信号一起输入混频器进行混频解调, 得到具有鉴频特

性的误差信号, 再通过伺服系统将激光频率锁定在 FP 腔峰值频率上以实现稳频^[3-4]。误差信号中最主要的两个指标就是线性动态范围和灵敏度^[5], 它们直接影响着稳频的效果和精度, 以及对频率偏移调整的范围和强度, 而动态范围与灵敏度受到许多因素的影响^[6], 如调制频率和调制深度, 以及 FP 腔的参数, 如腔内损耗与腔镜损耗等^[7]。

基金项目:中国科学院知识创新项目 (No. AA20090024) 资助。

作者简介:辛 遥, 男, (1985 -), 硕士研究生, 从事激光测距和光电技术研究。E-mail: adwardray@163.com

收稿日期:2009-11-29

本文给出了线性动态范围和灵敏度的推导方法。通过实验仿真计算,具体地讨论调制频率、FP腔镜反射率和腔长对误差信号线性动态范围的影响,以及误差信号灵敏度的优化方法。通过逐渐增大调制频率,腔镜反射率和腔长,仿真不同情况的误差信号曲线,计算出线性动态范围的大小并进行比较和分析。最后给出了灵敏度的影响因素和最佳调制深度的值。

2 PDH 稳频原理

Pound-Drever-Hall 稳频技术避开了光频率调制带来的大部分缺点,能够在较高频率上实现误差信号的检测,因为在高频上系统的噪声远远低于低频噪声,其误差信号具有高信噪比和大获得带宽,可以产生鲁棒锁定^[8]。PDH 稳频原理如图1所示。

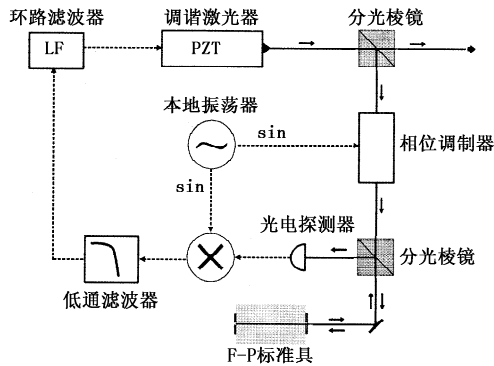


图1 Pound-Drever-Hall 稳频原理图

设调制器的入射激光束的电场可以表示成:

$$E_{\text{inc}} = E_0 e^{i2\pi\nu t} \quad (1)$$

式中, ν 为光束频率; E_0 为入射光振幅。经 FP 标准具反射后光场(同一点测量):

$$E_{\text{ref}} = E_1 e^{i2\pi\nu t} \quad (2)$$

式中, E_1 为反射光振幅。FP 腔的反射系数 $F(\nu)$ 为 E_{inc} 和 E_{ref} 的比值:

$$F(\nu) = E_{\text{ref}}/E_{\text{inc}} = \frac{r(\exp(i\frac{2\pi\nu}{\Delta\nu_{\text{fsr}}}) - 1)}{1 - R\exp(i\frac{2\pi\nu}{\Delta\nu_{\text{fsr}}})} \quad (3)$$

其中, r 是 FP 标准具两端镜片的反射系数; R 为反射率; $\Delta\nu_{\text{fsr}} = c/2L$ 是腔长为 L 的自由谱宽度。入射光场经相位调制后:

$$E_{\text{inc}} = E_0 e^{i(2\pi\nu t + \beta \sin \pi f t)} \quad (4)$$

其中, β 为调制深度。经 Bessel 函数展开:

$$\begin{aligned} E_{\text{mod}} &\approx [J_0(\beta) + 2iJ_1(\beta) \sin 2\pi f t] e^{i2\pi\nu t} \\ &= E_0 [J_0(\beta) e^{i2\pi\nu t} + J_1(\beta) e^{i2\pi(\nu+f)t} - \\ &\quad J_1(\beta) e^{i2\pi(\nu-f)t}] \end{aligned} \quad (5)$$

在腔处有三种不同频率的入射光:载波和两个边带。 $P_0 = |E_0|^2$ 设为入射光的总功率,则载波的功率为 $P_c = J_0^2(\beta) P_0$,一阶边带功率为 $P_s = J_1^2(\beta) P_0$ 。当调制深度较小时($\beta \leq 1$),绝大部分功率都集中在载波和一阶边带上,即 $P_c + 2P_s \approx P_0$ 。分别分析各频率光波,将每项都和相应频率处的反射系数相乘,得到总反射光为:

$$E_{\text{ref}} = E_0 [F(\nu) J_0(\beta) e^{i2\pi\nu t} + F(\nu+f) J_1(\beta) \cdot e^{i2\pi(\nu+f)t} - F(\nu-f) J_1(\beta) e^{i2\pi(\nu-f)t}] \quad (6)$$

用电探测器测量反射光的光强,由 $P_{\text{ref}} = |E_{\text{ref}}|^2$ 得到:

$$\begin{aligned} I_{\text{ref}} &= P_0 J_0^2(\beta) |F(2\pi\nu)|^2 + P_0 J_1^2(\beta) \{ |F(\nu+f)|^2 + |F(\nu-f)|^2 + 2P_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \{ \text{Re}[F(2\pi\nu) \cdot \\ &\quad F^*(\nu+f) - F^*(2\pi\nu) F(\nu-f)] \cos 2\pi f t + \\ &\quad \text{Im}[F(2\pi\nu) F^*(\nu+f) - F^*(2\pi\nu) F(\nu-f)] \sin 2\pi f t \} + (2\Omega \text{ terms}) \} \end{aligned} \quad (7)$$

上式包含一个直流项,由边带和载波拍频产生的 Ω 频率项,以及来自两个边带拍频产生的 2Ω 项。其中 $\sin \Omega t$ 项提供了反射载波的相位信息,通常作为 PDH 中的误差信号。通过混频器与本振混频可得:

$$I_e(\nu) = 2P_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \text{Im} \{ [F(\nu) F^*(\nu+f) - F^*(\nu) F(\nu-f)] e^{i\Delta\phi} \} \quad (8)$$

其中, $\Delta\phi$ 为混频器中本振信号与输入信号的相位差^[9],通常取为 0。 I_e 就是可以用来鉴频的误差信号,将其通过伺服系统,反馈控制激光器,使激光频率的偏移量回复到零,从而将激光频率锁定在参考腔谐振频率上以实现稳频^[10]。误差信号的典型波形,如图2所示。

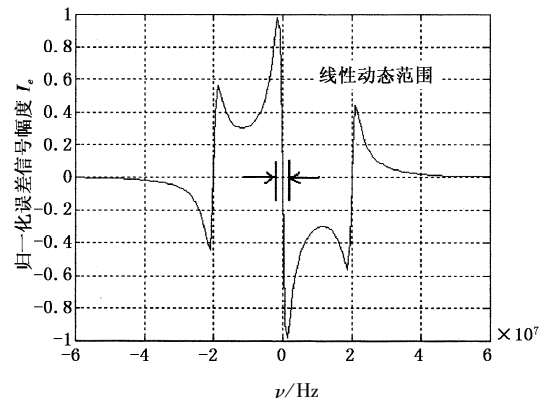


图2 PDH 频率误差信号

从图2可以看出,在谐振频率附近,即频率误差接近零处,有一个很陡的线性区域。这个区域的范围被定义为 PDH 稳频误差信号的线性动态范围 ΔPDH 。系统利用这个范围内的误差信号进行反馈

控制,线性动态范围的大小反映了系统对激光频率偏移的可控制范围,如果这个值过小,当激光频率的偏移超出了这个范围,系统将失去对频率进行稳定的作用,即失锁。以下将对 PDH 稳频的线性动态范围进行理论和仿真分析。

3 线性动态范围分析

因为线性动态范围为误差曲线零点两端振幅最大值与最小值间的频率横轴范围,且式(8)是连续可微的,可以通过对误差信号求关于频率误差的导数来确定线性动态范围的精确值。对式(8)取导数:

$$\frac{d}{d\nu} I_e(\nu) = 2P_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \frac{d}{d\nu} \text{Im} \{ F(\nu) F^*(\nu + f) - F^*(\nu) F(\nu - f) \} \quad (9)$$

对 $F(\nu)$ 进行简化:

$$\begin{aligned} F(\nu) &\approx \frac{r(1-i\frac{2\pi\nu}{\Delta\nu_{\text{fsr}}}-1)}{1-R(1-i\frac{2\pi\nu}{\Delta\nu_{\text{fsr}}})} = \frac{-ir\frac{2\pi\nu}{\Delta\nu_{\text{fsr}}}}{1-R(1-i\frac{2\pi\nu}{\Delta\nu_{\text{fsr}}})} \\ &= \frac{-ir2\pi\nu}{\Delta\nu_{\text{fsr}}(1-R)-i2\pi\nu R} \quad (10) \end{aligned}$$

上式代入式(9)中,并令误差信号导数等于0,可得式(9)的解中靠近0点的正负两个点即为动态范围的两个端点值,两点间的距离为线性动态范围值。从式(9)可以看出,线性动态范围和 $F(\nu)$ 与调制频率 f 有关,但求导后的式子十分复杂,以下将分别对制约动态范围的条件进行逐一分析和讨论。

3.1 调制频率影响

首先取 FP 腔镜的反射率 $R=0.99$,其品质因数为 $\text{Finesse}=312$,自由空间范围 $\Delta\nu_{\text{fsr}}=750$ MHz,调制频率 $f=10$ MHz,忽略腔受到的外界影响,得到误差信号及其导数如图3所示。计算得 $\Delta\text{PDH}=2.6694$ MHz。

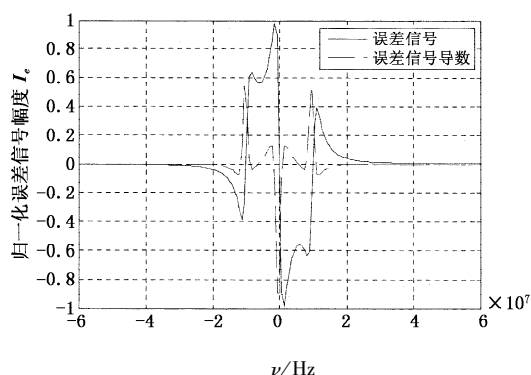


图3 误差信号及其导数

同样,保持其他条件不变,依次取 f 为 1 MHz, 2 MHz, 2.4 MHz, 3 MHz, ..., 40 MHz, 仿真误差信号

及其导数的波形,得到 ΔPDH 随调制频率的关系如图4所示。

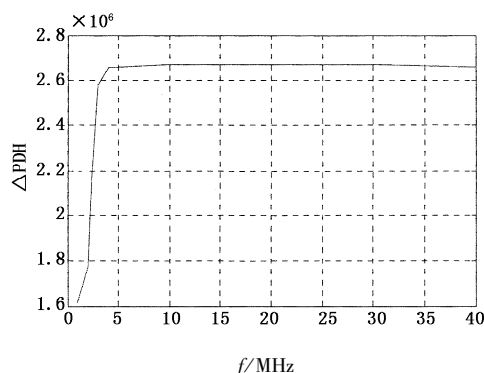


图4 ΔPDH 随调制频率 f 变化图

从图4可以看出在 5 MHz 之前, ΔPDH 的值随着调制频率的增加迅速上升,当调制频率继续增加时, ΔPDH 基本保持不变。为了增大线性动态范围,调制频率应选择大于 5 MHz。标准意义上的 PDH 系统要求调制频率远远大于 FP 腔谱峰值宽度

$\Delta\nu_{\text{res}}$, 而 $\Delta\nu_{\text{res}} = \frac{\Delta\nu_{\text{fsr}}}{\text{Finesse}}$, 在本例中 $\Delta\nu_{\text{res}}$ 为 2.4 MHz, 如果调制频率低于 $\Delta\nu_{\text{res}}$, 则误差信号表现为腔镜反射率的微分形式^[11], 并且低频调制时的噪声比高频调制时要复杂。

通过总体考虑调制频率在 20 MHz 比较理想,超过这个值后稳频效果没有明显提高。

3.2 腔镜反射率影响

取自由空间范围 $\Delta\nu_{\text{fsr}}=750$ MHz, 调制频率 $f=20$ MHz, 仿真计算在不同的 FP 腔镜反射率条件下的 ΔPDH 值。

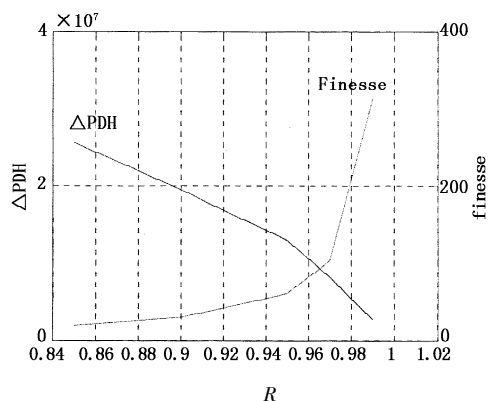


图5 反射率与 ΔPDH 和 Finesse 的关系

从图5可以看出 ΔPDH 随着反射率的增加而减少,即线性动态范围随着 FP 标准具的损耗增加而增加,但这并不意味着反射率越小越好。从图5可知,品质因数随着反射率的减小急速下降,而品质因数是 FP 标准具重要的参数,决定着激光稳频的精度和激光的线宽。

图6是误差信号随反射率变化的波形图,误差信号的幅度是受到反射率值影响的,在 $R=0.8$ 时,归一化的幅度值在0.1左右,误差信号强度比较微弱,而随着腔镜反射率的增加,这一幅度也随之增大,直到 $R=0.99$ 时几乎达到1。但是当进一步增大反射率时,幅度又开始减小。如果振幅过小,误差信号就会湮没在噪声中,这时就需要增大入射光强来提高信噪比。从图中可以明显看出,腔镜反射率越大,虽然信号线性动态范围变小,但其中的斜率随之增大,即误差信号灵敏度越大,从而提高了稳频的精度。在腔镜的选择上,通常都选择反射率较大,损耗较小的FP标准具,以得到一定的稳频精度和窄激光线宽,但激光偏移矫正的难度也随之增加,成本较高,在选择上根据条件有所取舍。

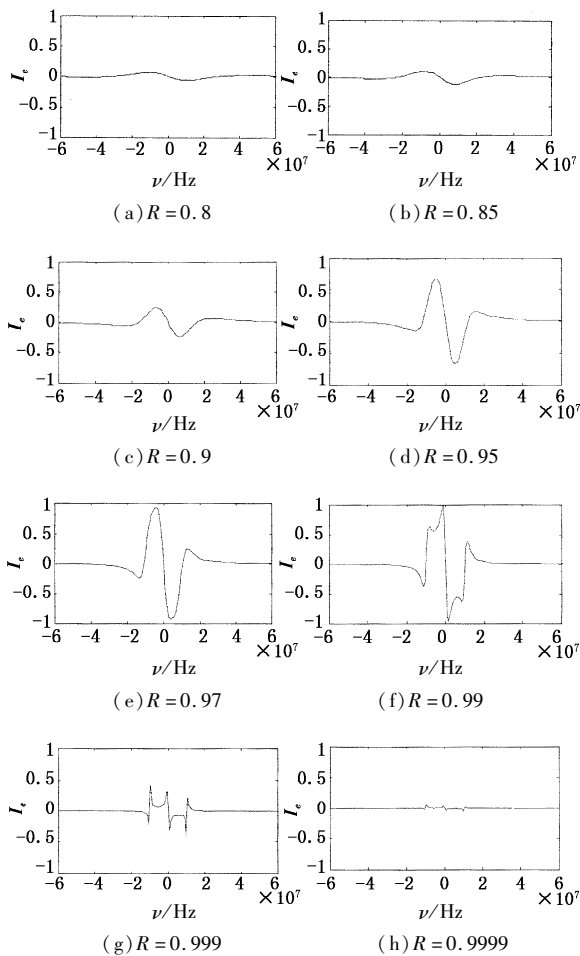


图6 不同 R 值下的误差信号曲线

3.3 FP腔镜长度影响

从式(9)、式(10)可以看出, ΔPDH 还与FP标准具的自由谱宽度($\Delta\nu_{\text{fsr}}$)有关,而 $\Delta\nu_{\text{fsr}}$ 主要取决于标准具的腔长,在这一部分仿真计算的线性动态范围随腔长的变化规律随下表所示。假设FP腔镜的反射率 $R=0.99$,品质因数 $\text{Finesse}=312$,调制频率

$f=20\text{ MHz}$ 。

表1 腔长 L 对FSR与 ΔPDH 的影响

L/m	0.05	0.1	0.15	0.2
FSR/GHz	3	1.5	1	0.75
$\Delta\text{PDH}/\text{MHz}$	12.13	4.52	3.0242	2.6694

根据表中的数据,可以看出腔长度越大,线性动态范围越小,而自由谱宽度也变小,但小的自由谱宽度可以使激光频率值的选择更加灵活,因为Pound-Drever-Hall方法中只能将中心频率稳定在自由谱宽度的整数倍上。对于可调波长范围为 $632.6\sim 632.9\text{ nm}$ 的激光器,对应频率调谐范围大约在 220 GHz ,如果使用 $L=0.05\text{ m}$ 的FP腔采用PDH方法对其进行稳频,频率稳定点只能有73个,而使用 $L=0.2\text{ m}$ 的FP腔,稳定点则可达293个,选择面大大增加。这一特性在实际的应用中十分重要,尤其是需要将激光器稳定在任意频率的应用中,在选择FP标准具长度时必须综合考虑灵活性和动态范围两方面的因素。

4 灵敏度分析

线性动态范围内曲线的斜率定义为误差信号的灵敏度(M_{PDH})。灵敏度对信噪比的提高有重要作用,决定着激光频率稳定的精度。在小频率误差情况下,也即频率偏移小于FP标准具谱线的半高全宽 $\Delta\nu_{\text{res}}$,根据式(10), $F(\nu)$ 可简化为:

$$F(\nu) = \frac{-ir2\pi\nu}{\Delta\nu_{\text{fsr}}(1-R) - i2\pi\nu R} \approx -\frac{i2\nu\text{Finesse}}{\Delta\nu_{\text{fsr}}} \quad (11)$$

其中,品质因数 $\text{Finesse} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$,将式(11)代入式(10)中,并假定在 $\nu \rightarrow 0$ 时, $F(\nu \pm f) \rightarrow -1$,则得到灵敏度:

$$\begin{aligned} M_{\text{PDH}} &\equiv \left. \frac{d}{d\nu} I_e(\nu) \right|_{\nu=0} = 2P_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \cdot \\ &\frac{d}{d\nu} \text{Im} \{ F(\nu) F^*(\nu+f) - F^*(\nu) F(\nu-f) \} \Big|_{\nu=0} \\ &= -4P_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \frac{d}{d\nu} \text{Im} \{ F(\nu) \} \Big|_{\nu=0} \\ &= \frac{8P_0 J_0(\beta) J_1(\beta) \text{Finesse}}{\Delta\nu_{\text{fsr}}} \quad (12) \end{aligned}$$

可见 M_{PDH} 和调制深度 β ,入射光强,FP腔的品质因数以及自由谱宽度有关,而后两者都是FP腔的参数,如果要增加误差信号的灵敏度,可以增大品质因数,减小腔镜的损耗。但对于一个参数固定的FP标准具,增大入射光强和优化 $J_0(\beta)J_1(\beta)$ 则是

有效的方法。根据 $J_0(\beta)J_1(\beta)$ 随 β 的变化曲线,可轻易得到使 $J_0(\beta)J_1(\beta)$ 达到最大的最佳调制深度 $\beta = 1.082$ 。调制深度的值可以通过相位调制器的 RF 输入功率调整。

5 结 论

本文对 Pound-Drever-Hall 稳频技术进行了介绍,对其误差信号曲线的线性动态范围和灵敏度进行了详细分析,讨论了各种参数对两种指标的影响,并进行实验仿真,仿真结果表明,在一定范围内增大调制频率可以提升线性动态范围,而 FP 标准具腔镜反射率和腔长的增大虽然降低了线性动态范围,但高反射率却能增加误差信号的灵敏度,提升稳频的质量和精度,而腔长的增加却可以提高频率选择的灵活性。所以对于 FP 腔的选择,则要兼顾两方面的考虑,达到最佳效果。而对于参数固定的 FP 标准具,选取最佳调制深度亦可以将灵敏度提升。

参考文献:

- [1] R V Pound. Electronic frequency stabilization of microwave oscillators [J]. Review of Scientific Instruments, 1946, 17: 490 – 505.
- [2] R W P Drever, J L Hall. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator [J]. Applied Physics B, 1983, 31: 97 – 105.
- [3] 孙旭涛,陈卫标. 基于法珀标准具的激光稳频方法理论研究 [J]. 光子学报, 2007, 36(12): 2219 – 2222.
- [4] 陈国庆,吴亚敏. FP 腔光外差光谱及其激光稳频系统 [J]. 苏州大学学报:自然科学版, 1999, 15(4): 61 – 64.
- [5] Evan M Lally. A narrow-linewidth laser at 1550 nm using the Pound-Drever-Hall stabilization technique [D]. Virginia Polytechnic Institute and State University. Blacksburg, Virginia, 2006.
- [6] 苏红,张云,王海,等. 非理想相位调制边带锁腔系统的理论分析 [J]. 量子电子学报, 2001, 18(4): 297 – 299.
- [7] 孙旭涛,陈卫标. 注入锁定激光器的边带锁频技术稳频系统优化分析 [J]. 光子学报, 2008, 37(9): 1748 – 1752.
- [8] Richard W Fox, Chris W Oates, Leo W Hollberg. Stabilizing diode lasers to high-finesse cavities [J]. Experimental Methods in The Physical Sciences, 2002, 40.
- [9] Ibrahim Ozdur, Sarper Ozharar, Franklyn Quinlan, et al. Improved technique for high precision FSR measurement, enabling photonics technologies for defense, security, and aerospace applications IV [J]. Proc. of SPIE, 2008, 6975: 697507 – 1 – 697507 – 11.
- [10] Eric D Black. An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization [J]. American Association of Physics Teachers, 2001, 69: 79 – 87.
- [11] Hideyuki Yashiro, Yukio Miura, Hidenori Tsuboi, et al. Analysis of noise properties in a violet laser diode and its frequency stabilization based on Fabry-Perot resonators, optoelectronic devices: physics, fabrication, and application III [J]. Proceedings of SPIE, 2006, 6368: 63680Z – 1 – 63680Z – 10.