

# 基于梯度最小准则的线性插值修正算法

龚昌来, 罗 聪

(嘉应学院电子信息工程学院, 广东 梅州 514015)

**摘要:**针对传统的线性插值存在的图像边缘模糊问题,提出了一种改进方法。根据边缘与梯度之间的关系,以插值点梯度最小为准则,对线性插值结果进行修正,实现保护插值图像的边缘信息。实验结果表明,该方法与传统的线性插值法相比,插值图像的平均梯度提高,均方误差减小,是一种有效提高插值效果的方法。

**关键词:**线性插值;灰度梯度;插值修正;修正量衰减系数

**中图分类号:**TN911.73 **文献标识码:**A **DOI:**10.3969/j.issn.1001-5078.2011.07.021

## Linear interpolation correcting algorithm based on gradient minimization

GONG Chang-lai, LUO Cong

(School of Electronic & Information Engineering, Jiaying University, Meizhou 514015, China)

**Abstract:** To solve the image edge blurring which existing in traditional linear interpolation, an improved method has been proposed. According to the relation of edge and gradient, the correcting to linear interpolation, based on gradient minimization, protects the edge information of the interpolated image. Experiment results show that compared with traditional linear interpolation, this method increases the average gradient, while decreases MSE of the interpolated image, which effectively improve the quality of the interpolated image.

**Key words:** linear interpolation; gray gradient; interpolation correction; corrected value attenuation coefficient

### 1 引言

线性插值具有算法简单,易于硬件实现的优点,是一种常用的数字图像插值放大方法。但是由于这种方法本质上属于“低通滤波器”,对放大图像具有平滑作用,使边缘高频信息丢失,造成图像模糊。针对线性插值的缺陷,国内外学者提出了很多改进方法,如修正插值点空间距离方法<sup>[1-2]</sup>,基于梯度的插值方法<sup>[3-4]</sup>,基于边缘方向的插值方法<sup>[5-6]</sup>等。这些改进方法对于提高插值图像清晰度具有明显效果,但它们算法复杂,难以硬件实现,有些改进方法设置了阈值等参数,在实际应用中针对不同类型图像需反复调整参数,才能达到较好效果。

本文提出一种新的改进方法,它通过对传统线性插值结果进行修正,实现保护插值图像的边缘信息。不仅插值效果好,而且无需设置任何阈值参数,

运算简单,使用方便。

### 2 基于梯度的线性插值修正

本文先研究一维线性插值的修正问题。一维线性插值原理如图1所示, $m$ 为插值点, $a, b$ 为二个邻点。线性插值计算式为:

$$f_m = f_a + (f_b - f_a)p \quad (0 \leq p \leq 1) \quad (1)$$

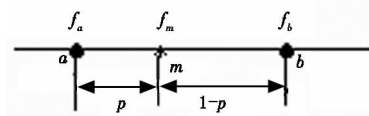


图1 一维线性插值

对 $f_m$ 进行修正,设修正量为 $x$ ,即:

作者简介:龚昌来(1962-),男,硕士,副教授,研究方向为图像与信号处理。E-mail: dzxgcl@sohu.com

收稿日期:2010-12-27;修订日期:2011-03-03

$$\hat{f}_m = f_m + x = f_a + (f_b - f_a)p + x \quad (2)$$

为了保持信号的平滑性,要求  $\hat{f}_m \in [f_a, f_b]$ 。

在  $m$  点处的梯度定义为:

$$G_m = \sqrt{\frac{G_{am}^2 + G_{mb}^2}{2}} \quad (3)$$

其中:

$$G_{am} = \frac{|\hat{f}_m - f_a|}{p} = \left| f_b - f_a + \frac{x}{p} \right| \quad (p \neq 0) \quad (4)$$

$$G_{mb} = \frac{|f_b - \hat{f}_m|}{1-p} = \left| f_b - f_a - \frac{x}{1-p} \right| \quad (p \neq 1) \quad (5)$$

将式(4)、式(5)代入式(3),整理可得:

$$G_m(x) = \sqrt{\frac{p^2 - p + 0.5}{p^2(1-p)^2}x^2 + \frac{(f_b - f_a)(1-2p)}{p(1-p)}x + (f_b - f_a)^2} \quad (6)$$

由式(6)可知,在  $m$  点按式(2)插值后,该点的梯度值  $G_m$  随修正量  $x$  变化而变化。

在灰度图像中,沿着边缘方向,灰度值变化缓慢,即灰度梯度较小;而跨越边缘时,灰度值变化剧烈,即灰度梯度较大<sup>[7]</sup>。因此,沿边缘方向进行插值,可避免或减轻边缘模糊和产生锯齿,很好地保持边缘的光滑性和锐利性<sup>[8]</sup>。根据上述边缘与梯度之间的关系,在  $m$  处的最佳插值条件为:选择合理的修正量  $x$ ,使梯度值  $G_m(x)$  最小。令:

$$\frac{\partial G_m(x)}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

可求出  $x$  值为:

$$x = -\frac{(2p^2 - 3p + 1)p}{2p^2 - 2p + 1}(f_b - f_a) \quad (8)$$

当  $x$  按式(8)取值时,  $G_m(x)$  达到极小值。因此式(8)为最佳修正量计算式。

设  $f_b - f_a = 1$ ,  $x \sim p$  曲线如图2所示。  $P = 0, 0.5, 1$  时,  $x = 0$ , 零修正;  $0 < p < 0.5$  时,  $x < 0$ , 负修正;  $0.5 < p < 1$  时,  $x > 0$ , 正修正。当  $f_b < f_a$  时,修正符号相反。

图3为  $f_a = 0, f_b = 1$  时,最近邻点法、线性插值和本文方法的插值边缘数学模型。线性边缘模型是一种低通滤波器,使边缘高频信息丢失,造成图像模糊;阶跃边缘模型是一种高通滤波器,使边缘高频信息提升,造成图像边缘锐化过度;本文方法的边缘模型为S形,可较好地克服前二者的缺陷,使边缘保持清晰。

将式(8)代入式(2),整理可得:

$$\hat{f}_m = f_a + (f_b - f_a)(p + \Delta p) \quad (9)$$

其中:

$$\Delta p = -\frac{(2p^2 - 3p + 1)p}{2p^2 - 2p + 1} \quad (10)$$

由式(9)、(10)可知,本文方法其实也是一种插值点空间距离修正法,式(10)为距离修正量计算式。

在本文方法中,为了防止图像边缘锐化过度,可将式(8)中的  $x$  进行适度衰减,令  $x' = kx$ ,  $k \in [0, 1]$ ,以  $x'$  替代  $x$ 。  $k$  为衰减系数,由用户根据需要进行选取。

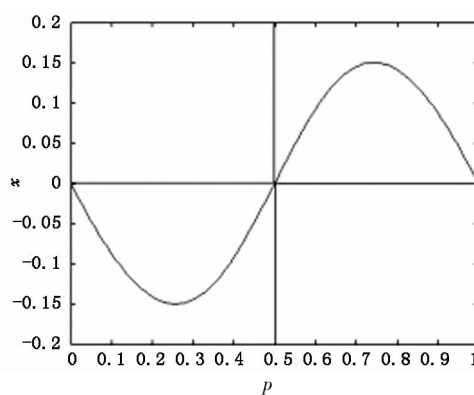


图2  $x \sim p$  曲线

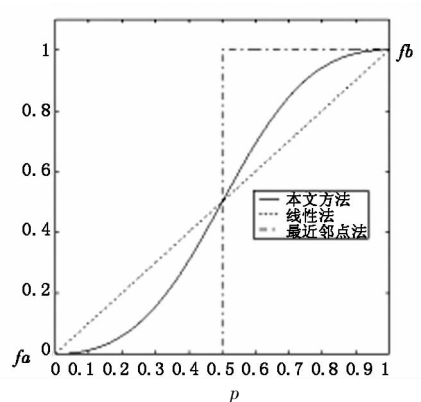


图3 三种插值方法的边缘模型

将以上介绍的一维线性插值修正方法,应用到传统的双线性插值中则得到对应的二维线性插值修正算法。

### 3 实验结果与分析

为了测试本文方法的有效性,将本文方法与传统的双线性插值法和最近邻点法进行放大效果对比实验。选用二幅大小为  $512 \times 512$  的标准图像 Lena、Peppers 作为测试图像,进行  $3 \times 3$  倍放大实验。为计算简便,取前 510 行和列,为有客观比较的原测试图像,先对  $510 \times 510$  图像采样缩小得到  $170 \times 170$  大小,然后进行  $3 \times 3$  倍放大。放大效果的定量评价

指标采用均方误差 (mean squared error, MSE) 和平均梯度 (average gradient, AG)。

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [F(i, j) - f(i, j)]^2 \quad (15)$$

$$AG = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^{N-1} \sqrt{\frac{\Delta I_x^2 + \Delta I_y^2}{2}} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \Delta I_x = f(i+1, j) - f(i, j) \\ \Delta I_y = f(i, j+1) - f(i, j) \end{cases} \quad (17)$$



(a) 原始图像 (b) 采样缩小图像 (c) 最近邻点插值 (d) 双线性插值 (e) 本文方法插值 ( $k=0.3$ )

图4 Peppers 图像插值效果

由图4可见,最近邻点法放大效果差,图像边缘严重锐化过度,出现马赛克和锯齿现象;双线性法放大效果好优于最近邻点法,但图像柔和,边缘不太清晰;本文方法的边缘区清晰度优于双线性法。

表1 插值效果定量评价数据

插值方法	衰减系数 $k$	Lena 图像		Peppers 图像	
		均方误差 (MSE)	平均梯度 (AG)	均方误差 (MSE)	平均梯度 (AG)
最近邻点法		375.7703	4.7625	397.2426	5.0740
双线性法		61.6802	3.6887	66.6624	3.7925
本文方法	0.1	61.3702	3.7006	66.5571	3.8023
	0.2	61.2287	3.7153	66.6338	3.8149
	0.3	61.2581	3.7327	66.8943	3.8303
	0.4	61.4609	3.7527	67.3405	3.8482
	0.5	61.8401	3.7751	67.9743	3.8686
	0.6	62.3985	3.7999	68.7980	3.8914
	0.7	63.1392	3.8271	69.8137	3.9166
	0.8	64.0657	3.8566	71.0238	3.9441
	0.9	65.1814	3.8884	72.4309	3.9738
	1	66.4899	3.9224	74.0376	4.0057

从表1的定量评价数据上看,最近邻点插值法的均方误差最大,说明放大图像与原图差距大,放大效果差,虽然平均梯度也最大,但并非反映清晰度的提高,而是边缘严重锐化过度的反映;双线性法的均方误差远低于最近邻点法,说明插值效果优于最近

式中,  $F$  和  $f$  分别为原图和放大图像;  $M, N$  分别是图像的长和宽。均方误差反映放大图像与原图的逼近程度,均方误差越小表示放大图像越逼近原图,放大效果越好;平均梯度反映了图像中微小细节反差与纹理变化特征及清晰度,平均梯度越大表示放大图像清晰度越高,放大效果越好。Peppers 图像三种算法的放大效果如图4所示,实验相关数据如表1所示。

邻点法,但平均梯度较小,插值图像清晰度不高。本文方法的平均梯度值和均方误差随着修正量的衰减系数  $k$  变化,  $k$  增大,插值图像平均梯度值增加,即边缘清晰度提高,但均方误差随之略增大,反之亦之。对 Lena 图像,  $k < 0.5$  时,对 Peppers 图像,  $k < 0.3$  时,它们的平均梯度值比双线性法提高,而均方误差低于双线性法,说明其插值效果优于双线性法。在实际应用中,用户可根据需要,选取恰当的衰减系数值。

#### 4 结 论

传统的线性插值法具有算法简单、计算量小、易于硬件实现的特点,但存在插值图像边缘模糊问题。本文提出一种新算法,根据插值点梯度最小原则,对线性插值结果进行修正。推导出了最佳修正量计算式,通过调节修正量的衰减系数,可获得较好的插值放大图像。该算法计算量小、简单实用,实验结果从直观视觉和定量数据评价上验证了本文算法的有效性。

#### 参考文献:

- [1] Ramponi Giovanni. Warped distance for space-variant linear image interpolation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1999, 8(9): 1293 - 1297.
- [2] Zhang Meiyu, Wang Xiaotong, Xu Xiaogang. An improved adaptive image interpolation with gradient features[J]. Journal of Image and Graphics, 2009, 14(5): 853 - 858. (in Chinese)

- 张美玉,王孝通,徐晓刚.改进的图像自适应梯度插值[J].中国图象图形学报,2009,14(5):853-858.
- [3] Liu Gang, Han Jiandong. A new  $2 \times$  image interpolation Based on gradient[J]. Infrared Technology, 2006, 28(6): 324-326. (in Chinese)
- 刘刚,韩建栋.一种新的基于梯度的 $2 \times$ 图像插值算法[J].红外技术,2006,28(6):324-326.
- [4] Xie Meihua, Wang Zhengming. Image interpolation Based on gradient[J]. Journal of Image and Graphics, 2005, 10(7):856-861. (in Chinese)
- 谢美华,王正明.基于图像梯度信息的插值方法[J].中国图象图形学报,2005,10(7):856-861.
- [5] Yang Yunfeng, Su Zhixun, Hu Jinyan. A new edge-holding algorithm of image interpolation[J]. Journal of Image and Graphics, 2005, 10(10):1248-1251. (in Chinese)
- 杨云峰,苏志勋,胡金燕.一种保持边缘特征的图像插值方法[J].中国图象图形学报,2005,10(10):1248-1251.
- [6] Gong Changlai, Luo Cong, Yang Dongtao. A novel bilinear interpolation method based on edge direction[J]. Laser & Infrared, 2010, 40(7):788-791. (in Chinese)
- 龚昌来,罗聪,杨冬涛.一种基于边缘方向的双线性插值方法[J].激光与红外,2010,40(7):788-791.
- [7] Cheng Guangquan, Cheng Lizhi. Direction adaptive image interpolation via wavelet transform[J]. Journal of Electronics Information Technology, 2009, 31(2):265-269. (in Chinese)
- 程光权,成礼智.基于小波的方向自适应图像插值[J].电子与信息学报,2009,31(2):265-269.
- [8] Dang Xiangying, Wu Xisheng, Zhao Yong. Novel multi-direction optimization interpolation based on edge max-gradient algorithm[J]. Application Research of Computers, 2007, 24(9):317-320. (in Chinese)
- 党向盈,吴锡生,赵勇.基于边缘最大梯度的多方向优化插值算法[J].计算机应用研究,2007,24(9):317-320.