

Z型正交波罗棱镜腔的特性研究

沈建平¹, 丁春峰²

(1. 北京交通大学理学院激光研究所, 北京 100044; 2. 郑州大学河南省激光与光电信息技术重点实验室, 河南 郑州 450052)

摘要: 使用琼斯矩阵光学, 理论分析 Z 型正交波罗棱镜腔运转特性。在不同波罗棱镜折射率情况下, 分析波片方位角与偏振透过率、反射臂的有效反射率、输出臂的耦合反射率以及补偿波罗棱镜相位延迟的波片数关系。使用四阶龙库塔法则结合速率方程, 理论分析耦合反射率的改变对调 Q 脉冲能量和宽度的影响。

关键词: 正交波罗棱镜腔; 琼斯矩阵; 方位角; 波罗棱镜折射率

中图分类号: O439 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1001-5078.2012.03.009

Characteristic analysis of Z-shaped orthogonal porro-prism resonator

SHEN Jian-ping¹, DING Chun-feng²

(1. Institute of Laser, School of Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. Henan Key Laboratory of Laser and Opto-electric Information Technology, Zhengzhou University, Zhengzhou 450052, China)

Abstract: The operational characteristics of Z-shaped orthogonal porro-prism resonator are theoretical analyzed using Jones matrix optics. The relationship between azimuth angle of waveplate and polarizer transmission, effective reflectivity in feedback arm, coupling reflectivity in output arm, waveplate number which compensates the phase shift introduced by Porro prism is studied. The analysis is done with several different refractive indices of Porro prism. Using rate equation and fourth-order Runge-Kutta method, the influence of output arm's coupling reflectivity on the output energy and pulse width of the Q-switched laser is theoretically analyzed.

Key words: orthogonal porro-prism resonator; Jones matrix; azimuth angle; Porro prism refractive index

1 引言

军用和空间探测激光器系统, 要求具备极高的抗冲击、抗振动特性。传统镜面激光器无法在恶劣环境中维持光学对准。为保证激光器在恶劣环境中运转, 采用波罗棱镜腔可有效消除由于冲击和振动造成的对准失调, 降低腔内激光功率密度, 减小高功率运转下的退偏振损耗以及调谐耦合输出率^[1-6]。

本文利用琼斯矩阵分析 Z 型正交波罗棱镜腔运转特性, 对比几种市售的波罗棱镜, 分析波片方位角与偏振透过率、反射臂的有效反射率、输出臂的耦合反射率以及补偿波罗棱镜相位延迟的波片数关系。使用四阶龙库塔法则结合速率方程, 分析 LD

泵浦的电光调 Q 正交波罗棱镜激光器, 得到耦合反射率的改变对调 Q 脉冲能量和宽度的影响。

2 Z型正交波罗棱镜腔和光学系统的琼斯矩阵表述

本文分析的 Z 型正交波罗棱镜腔结构如图 1 所示: 输出臂包括 Porro prism 1, 1/4 波片 (调节耦合输出率), 激光棒和偏振耦合器 1; 反射臂包括 Porro prism 2, 波片 (调节有效反射率), 电光调 Q 开关 (退

基金项目: 河南省科技厅基础与前沿技术研究 (No. 082300463202); 河南省教育厅自然科学研究计划 (No. 2010A140016) 资助。

作者简介: 沈建平 (1980 -), 男, 在读博士, 主要从事全固态脉冲激光器及其理论研究。E-mail: 09118378@bjtu.edu.cn

收稿日期: 2011-08-28; **修订日期:** 2011-08-17

压工作模式)和偏振耦合器2;其中两个波罗棱镜正交放置,材质相同。俯视平面 $y-z$ 面,其中 z 轴与激光输出同向,文中标注波罗棱镜和波片的方位角角度,参考平面 $x-y$ 面, x 轴为基准,沿逆时针方向测量。

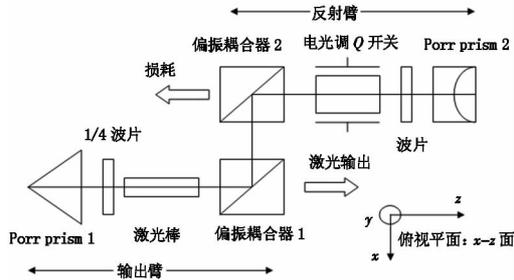


图1 Z型正交波罗棱镜腔结构俯视图

Fig.1 the planform schematic of Z-shaped orthogonal porro-prism resonator

光学系统的琼斯矩阵表达式^[7]:

线偏振光(传播方向沿 z 轴)归一化琼斯矩阵:

水平方向(x 轴) $H = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, 垂直方向(y 轴) $V = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$;

偏振耦合器(透光方向沿 x 轴) $M_{Px} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; 偏振

耦合器(透光方向沿 y 轴) $M_{Py} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; 波罗棱镜

$M_{PP} = \begin{pmatrix} A & -iB \\ -iB & A^* \end{pmatrix}$; 波片 $M_{WP} = \begin{pmatrix} C & iD \\ iD & C^* \end{pmatrix}$; 电光晶

体加电压时的琼斯矩阵 $M_{QWP} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 。

其中:

$$\begin{aligned} A &= \cos\left(\frac{P}{2}\right) - i\cos(2\beta)\sin\left(\frac{P}{2}\right) \\ B &= \sin\left(\frac{P}{2}\right)\sin(2\beta) \\ C &= \cos\left(\frac{\Gamma}{2}\right) - i\cos(2\psi)\sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \\ D &= \sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right)\sin(2\psi) \end{aligned} \quad (1)$$

式中, A^* 和 C^* 分别是 A 和 C 的复数共轭; P 是波罗棱镜产生的相移; β_1, β_2 为 Porro prism1、2 方位角, 如图2所示。 Γ 是波片产生的相位延迟, ψ 为波片的方位角。 P 的表达式为^[8]:

$$P = \pi + 4 \tan^{-1} \left\{ \frac{\cos(\theta) \sqrt{\sin^2(\theta) - n^{-2}}}{\sin^2(\theta)} \right\} \quad (2)$$

其中, n 为棱镜材料折射率; θ 为波罗棱镜直角面上的入射角。当光线垂直棱镜底面时, 两个直角面上的入射角相同 $\theta = 45^\circ$, 如图3所示。电光晶体加电

压时产生的相位延迟为 $\pi/2$, 电光晶体方位角 90° (琼斯矩阵相当于 $1/4$ 波片快轴方向沿 y 轴的琼斯矩阵)。

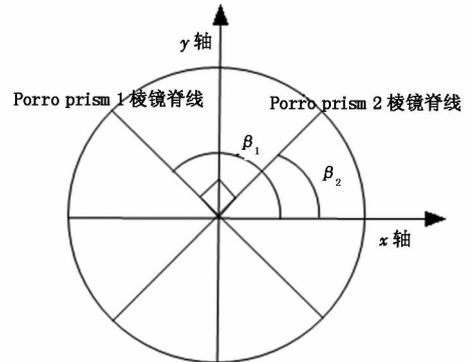


图2 正交波罗棱镜脊线方位

Fig.2 apex orientations of the orthogonal Porro prisms

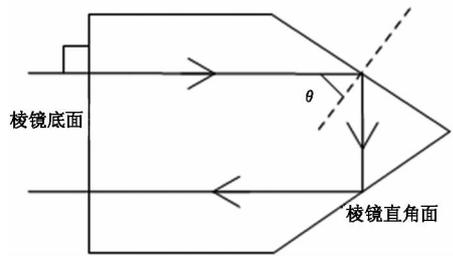


图3 波罗棱镜内反射光线的变化

Fig.3 transformation in Porro-prism internal reflections

3 反射臂的分析和设计

如图1所示,在反射臂中,当电光调 Q 开关直加压时,腔内处于低 Q 值,高损耗状态。光的偏振状态发生变化,线偏振光的振动面在 $y-z$ 面内,经过往返一次后,振动面在 $x-z$ 面内。由 Porro prism 2、电光调 Q 、波片、偏振耦合器2 够成光学系统的琼斯矩阵(起点是经过偏振耦合器2的线偏振光,起始方向 z 轴正向):

$$\begin{aligned} M_{F1} &= M_{Px} M_{QWP} M_{WP} M_{PP} M_{WP} M_{QWP} V \\ &= M_{Px} \begin{pmatrix} BD^2 - ACD - BCC^* - A^* C^* D \\ A^* C^* - 2BC^* D - AD^2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

简化式:

$$M_{F1} = \begin{pmatrix} 0 & BD^2 - ACD - BCC^* - A^* C^* D \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

由式(4)可知,反射臂在低 Q 值,高损耗工作模式下,通过偏振耦合器2,损耗掉的偏振透过率 (PT):

$$\begin{aligned} M_{F1}(12) &= BD^2 - ACD - BCC^* - A^* C^* D \\ &= a + bi \end{aligned} \quad (5)$$

$$PT = M_{F1}(12) M_{F1}^*(12) = a^2 + b^2 \quad (6)$$

在低 Q 值,高损耗工作模式下,偏振光在反射

臂往返一次,偏振面方向由 $y-z$ 面变为 $x-z$ 面,所以琼斯矩阵(3)的形式要满足:

$$M_{F1} = M_p H = M_p \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

由式(7)可知,琼斯矩阵(3)第一行:

$$2\cos(2\beta)\sin\left(\frac{P}{2}\right)\sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right)\sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right)\sin(2\psi) - 2\cos\left(\frac{P}{2}\right)\cos\left(\frac{\Gamma}{2}\right)\sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right)\sin(2\psi) - \sin\left(\frac{P}{2}\right) \cdot \sin(2\beta)\left[\cos^2\left(\frac{\Gamma}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\Gamma}{2}\right)\cos(4\psi)\right] = 1 \quad (8)$$

由式(5)可知,琼斯矩阵(3)第二行:

$$\cos(2(\beta + \psi))\sin\left(\frac{P}{2}\right)\sin(\Gamma) + \cos\left(\frac{P}{2}\right) \cdot \cos(\Gamma) + i\left[\cos\left(\frac{P}{2}\right)\cos(2\psi)\sin(\Gamma) - \cos(2\beta) \cdot \sin\left(\frac{P}{2}\right)\cos(\Gamma) - \sin\left(\frac{P}{2}\right)\sin(2\beta)\sin^2\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \cdot \sin(4\psi)\right] = 0 \quad (9)$$

其中,式(9)为复数,所以实部和虚部都要为零:

$$\cos\left(\frac{P}{2}\right)\cos(\Gamma) + \cos(2(\beta + \psi))\sin\left(\frac{P}{2}\right) \cdot \sin(\Gamma) = 0 \quad (10)$$

$$\cos\left(\frac{P}{2}\right)\cos(2\psi)\sin(\Gamma) - \cos(2\beta)\sin\left(\frac{P}{2}\right) \cdot \cos(\Gamma) - \sin\left(\frac{P}{2}\right)\sin(2\beta)\sin^2\left(\frac{\Gamma}{2}\right)\sin(4\psi) = 0 \quad (11)$$

如图1所示,在反射臂中,当电光调 Q 开关退压时,腔内处于高 Q 值,低损耗状态,光的偏振状态未发生变化。电光调 Q 开关的琼斯矩阵等同于单位矩阵。线偏振光的振动面在 $y-z$ 面内,由 Porro prism 2、电光调 Q 、波片、偏振耦合器组成的琼斯矩阵为:

$$M_{F2} = M_{P_y} M_{WP} M_{PP} M_{WP} M_{P_y} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A^* C^{*2} - 2BC^* D - AD^2 \end{pmatrix} \quad (12)$$

由式(12)可知,反射臂在高 Q 值、低损耗工作模式下,通过偏振耦合器 2,反馈到输出臂的有效反射率 R_e :

$$M_{F2}(22) = A^* C^{*2} - 2BC^* D - AD^2 = c + di \quad (13)$$

$$R_e = M_{F2}(22) M_{F2}^*(22) = c^2 + d^2 \quad (14)$$

以上是在两种工作模式下,分析反射臂中光学元件的琼斯矩阵,由式(10)可得,当 Porro prism 2 方

位角 $\beta_2 = 45^\circ$ 时,给定的棱镜折射率材料,计算出相对应的波片及波片方位角补偿其相位延迟,如图4所示。市售波罗棱镜的折射率如表1所示,式(10)的解需要同时满足式(9)、式(11)。

表1 市售波罗棱镜的折射率

Tab.1 the refractive index of commercial Porro prism

材料名称	厂家名称	材料折射率
K9	武汉优光、北京茂丰光电、大恒光电	1.516
BK-7	福建福晶、北京创思工贸	1.506
熔融石英(FS)	福建福晶、肖特中国	1.449

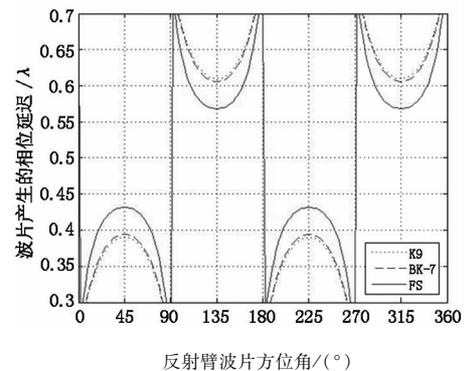


图4 反射臂波片方位角与波片数关系

Fig.4 the relationship between azimuth angle of waveplate and waveplate number in feedback arm

通过以上分析可知,当谐振腔在高损耗的条件下, Porro prism 2 方位角 $\beta_2 = 45^\circ$ 固定不变,腔内的振荡光全部通过偏振耦合器件 2,不能形成反馈振荡,此时对应的波片方位角 ($45^\circ/225^\circ$ 和 $135^\circ/315^\circ$) 可以满足上述要求,如图5所示。对应上述这四个波片方位角,三种棱镜对应的波片数(补偿 Porro prism 2 的相位延迟): K9 - 0.3899/0.6101; BK - 7 - 0.3941/0.6059; FS - 0.4317/0.5683,如图4所示。从图中也可以看出曲线的上下边界存在空隙带,没有合适的波片补偿波罗棱镜产生的相位延迟,

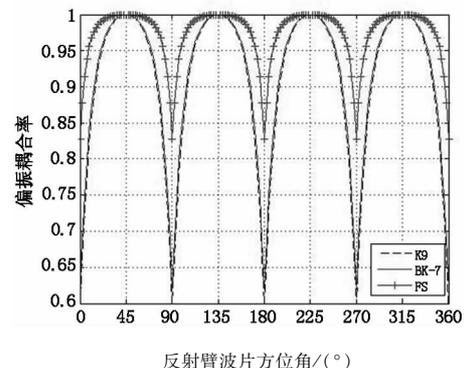


图5 反射臂波片方位角与偏振透过率的关系

Fig.5 the relationship between azimuth angle of waveplate and polarizer transmission in feedback arm

计算出的波片数大小与市面上所销售的普通 1/2 波片有较大的差别,所以要依据波罗棱镜的材质,选择相对应的波片数,才能实现高效、稳定的调 Q 工作模式。

当谐振腔在低损耗的条件下, Porro prism 2 和波片组合相当于高反射镜,如图 6、图 7 所示,共有 4 个角度满足要求。波片方位角在 $112^\circ \sim 135^\circ$ (如图 6 所示)/ $18^\circ \sim 45^\circ$ (如图 7 所示) 之间,反射率的变化可以从 1~0,三种棱镜的有效反射率的变化趋势基本相同。在 135° (如图 6 所示)/ 45° (如图 7 所示) 处,反射率为 0,验证图 5 计算得出反射臂偏振耦合效率为 1 时对应的角度,一般情况下,优先选择该角度区间,进行调 Q 实验。

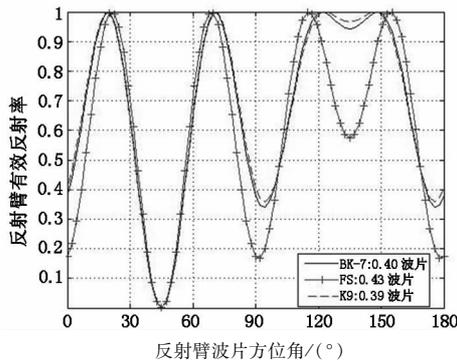


图 6 反射臂有效反射率随波片 ($0.4 \lambda/0.43 \lambda/0.39 \lambda$) 方位角的变化

Fig. 6 effective reflectivity in feedback arm as a function of the angle of rotation of $0.4 \lambda, 0.43 \lambda$ and 0.39λ waveplate

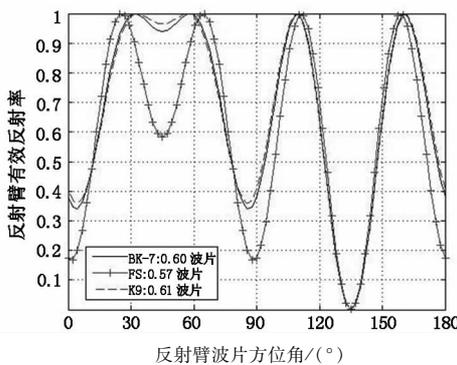


图 7 反射臂有效反射率随波片 ($0.60 \lambda/0.57 \lambda/0.61 \lambda$) 方位角的变化

Fig. 7 effective reflectivity in feedback arm as a function of the angle of rotation of $0.60 \lambda, 0.57 \lambda$ and 0.61λ waveplate

4 输出臂的分析和设计

如图 1 所示,偏振光在输出臂中往返一次,振动面依然在 $y-z$ 面内。由 Porro prism 1、1/4 波片、激光棒、偏振耦合器 1 组成的琼斯矩阵:

$$M_{OC} = M_{P_y} M_{WP} M_{PP} M_{WP} M_{P_y} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A^* C^{*2} - 2BC^* D - AD^2 \end{pmatrix} \quad (15)$$

由式(15)可知,输出臂中通过偏振耦合器 1 激光的耦合反射率(OC):

$$M_{OC}(22) = A^* C^{*2} - 2BC^* D - AD^2 = e + fi \quad (16)$$

$$OC = M_{OC}(22) M_{OC}(22)^* = e^2 + f^2 \quad (17)$$

输出臂中 Porro prism 1 方位角 $\beta_1 = 135^\circ$, Porro prism 1、2 的正交放置,从而最大限度满足波罗棱镜腔的对准失调。旋转 1/4 波片的方位角,可以有效改变耦合反射率,进而有效改变输出脉冲能量和宽度。如图 8 所示,波罗棱镜材料分别为 K9、BK-7、FS,波片方位角与耦合反射率的关系。实验条件下 1/4 波片方位角选取范围在 $70^\circ \sim 120^\circ$,三种棱镜材料的变化趋势相同,耦合反射率也可以连续改变。

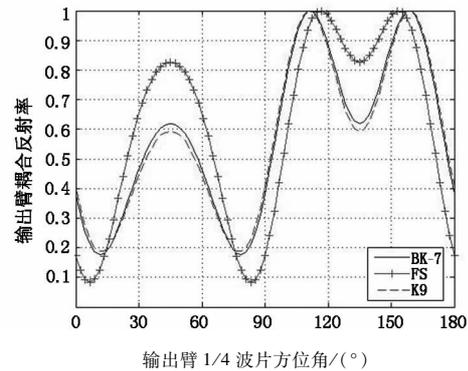


图 8 输出臂的耦合反射率随 1/4 波片方位角的变化

Fig. 8 the variation of coupling reflectivity in output arm with the azimuth angle of a quarter waveplate

5 理论计算波罗棱镜激光器的输出特性

调 Q 运转的激光器中,四能级系统的反转粒子数密度 n 和腔内光子密度 ϕ 随时间演化的过程,由微分方程给出^[9-10]:

$$\frac{d\phi}{dt} = \phi \left(\frac{2\sigma n l}{t_r} - \frac{1}{t_c} \right) \quad (18)$$

$$\frac{dn}{dt} = -\gamma \sigma c \phi n \quad (19)$$

式中, σ 为受激发射截面; l 为激光棒长度; c 为光速; γ 为反转粒子数的衰减系数; t_r 为谐振腔的渡越时间 $t_r = 2l_1/c$; l_1 为谐振腔的长度; t_c 为腔内光子寿命 $t_c = t_r/[L + \ln(1/R)]$; L 为腔内往返损耗; R 为输出臂耦合反射率。使用四阶龙格-库塔方法求解微分方程(18)、(19)的数值解,初始反转粒子数 $n_0 = \frac{P_{LD} T_w \alpha \xi \eta}{V h \nu}$, 输出能量 $E_0 = \frac{\pi r^2 \ln(1/R) h \nu l_1}{t_c} \int_0^\infty \phi dt$, 数值模拟采用的参数数值如表 2 所示。

表2 数值模拟采用的参数数值

Tab.2 values of the numerical simulation parameters

参数	数值
激光棒半径 r/cm	0.25
激光棒长度 l/cm	11.6
激光棒体积 V/cm^3	2.277
光速 $c/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	3×10^8
泵浦光子能量 $h\nu/\text{J}$	2.44×10^{-19}
受激发射截面 σ/cm^2	2.8×10^{-19}
自发辐射寿命 $t_{\text{spont}}/\mu\text{s}$	230
激光波长 $\lambda/\mu\text{m}$	1.064
腔内往返损耗 L	0.2
反转粒子数的衰减系数 γ	1.2
泵浦波长 $\lambda_p/\mu\text{m}$	0.808
泵浦脉宽 $T_p/\mu\text{s}$	250
LD 泵浦峰值功率 P_{LD}/W	13200
泵浦耦合效率 χ	0.7
吸收系数 α	0.8
量子效率 ζ	0.965
Reduction factor η	0.656

输出脉冲能量和脉宽随耦合反射率的变化,如图9所示。从图中可以发现当输出臂耦合反射率在15%~25%区间,即耦合透过率较高时,脉冲能量较高,脉宽较窄,是优化设计输出脉冲能量和脉宽的参照范围。若反射率小于15%,可能会因脉冲能量的高峰值功率密度造成偏振耦合器件的损伤;若反射率大于25%,无法实现正交波罗棱镜腔高能量,窄脉宽调Q输出。

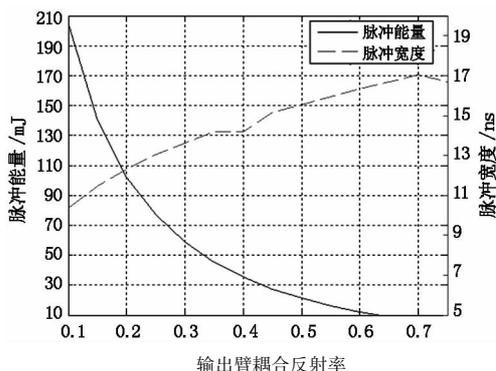


图9 脉冲能量和宽度与输出臂耦合反射率的关系

Fig.9 variation of output energy and pulse width with coupling reflectivity in output arm

5 总结

本文给出关于分析Z型正交波罗棱镜腔运转特性的一种简单有效的计算方法:结合市售棱镜材料,依据琼斯矩阵光学和速率方程,得到波片方位角与偏振透过率、反射臂的有效反射率、输出臂的耦合反射率以及补偿波罗棱镜相位延迟的波片数关系,

耦合反射率的改变对调Q脉冲能量和宽度的影响。以上的数值模拟计算和分析,是在理想的实验条件下,但实际的实验条件下,存在很多工程技术因素,对比实验结果会有一定的偏差。但是该上述计算方法结合具体市售器件参数,可以有效分析和设计出Z型Porro棱镜腔激光器中的关键参数,对后续相关实验进行理论指导。

致谢:感谢印度国防部LASTEC研究中心 Lalita Agrawal 给予本文有益的讨论。

参考文献:

- [1] Donald B Coyle, Richard B Kay, Paul R Stysley, et al. Efficient, reliable, long-lifetime, diode-pumped Nd:YAG laser for space-based vegetation topographical altimetry [J]. Applied Optics, 2004, 43(27): 5236-5242.
- [2] Krebs D J, Novo-Gradac A M, Li S X. Compact passively Q-switched Nd:YAG laser for the messenger mission to the planet mercury [J]. Applied Optics, 2005, 44(9): 1715-1718.
- [3] W Chen, X Hou, J Bi, et al. Solid-state laser for laser altimeter in Chang'E lunar explorer [C]//Conference on Lasers and Electro-Optics/Pacific Rim, 2007, Paper ThG1_4.
- [4] Agrawal L, Bhardwaj A, Pal S, et al. Jones matrix formulation of a Porro prism laser resonator with waveplates; theoretical and experimental analysis [J]. Applied Physics B, 2007, 89: 349-357.
- [5] Kamalakar J A, Laxmi Prasad A S, Bhaskar K V S, et al. Lunar laser ranging instrument (LLRI): a tool for the study of topography and gravitational field of the moon [J]. Current Science, 2009, 96(4): 512-516.
- [6] Wang Jianyu, Shu Rong, Chen Weibao, et al. Laser altimeter of CE-1 payloads system [J]. Science China, 2010, 53(10): 1914-1920.
- [7] Lu Yaxiong, Lü Baida. Matrix optics [M]. Dalian: Dalian University of Technology press, 1989: 323-338. (in Chinese)
- [8] 卢亚雄, 吕百达. 矩阵光学 [M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1989: 323-338.
- [9] Chun M K, Teppo E A. Laser resonator: an electrooptically Q-switched Porro prism device [J]. Applied Optics, 1976, 15(8): 1942-1946.
- [10] Afzal R S. Mars observer; laser altimeter; laser transmitter [J]. Applied Optics, 1994, 33(15): 3184-3188.
- [11] Degnan J J. Theory of optimally coupled Q-switched laser [J]. Journal of Quantum Electronics, 1989, 25(2): 214-220.