文章编号:1001-5078(2012)03-0335-07 ·光学技术·

高阶 Bessel-Gauss 光束的产生方法

靳李丽,朱艳英,魏 勇,沈军峰,窦红星,李云涛
(燕山大学理学院,河北 秦皇岛 066004)

摘 要:高阶贝塞尔-高斯(Bessel-Gauss)光束在一定条件下呈现"无衍射"特性,是一种具有广阔应用前景的空心光束。本文首先对高阶 Bessel-Gauss 光束的产生方法进行了分析和归类,将其产生方式分为主动式和被动式两大类。其次对获得高阶 Bessel-Gauss 光束的谐振腔法、几何光学法、光学全息法、计算全息法、非线性光学法等实验方法进行了阐述。最后总结了各种方法产生高阶 Bessel-Gauss 光束的优缺点。

关键词:高阶贝塞尔-高斯(Bessel-Gauss)光束;空心光束;谐振腔法;几何光学法;计算全息法;非线性光学法
中图分类号:O436 **文献标识码**:A **DOI**:10.3969/j.issn.1001-5078.2012.03.020

Generation of high-order Bessel-Gauss beams

JIN Li-li, ZHU Yan-ying, WEI Yong, SHEN Jun-feng, DOU Hong-xing, LI Yun-tao
(Physics Department, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: Higher-order Bessel - Gauss beams shows "diffraction-free" characteristics under certain conditions. It is a kind of hollow beam that has broad application prospect. In this paper, we summarize and classify the generation methods. They can be divided into two categories-active way and passive way. The present generation methods-Resonator method, Geometrical optics method, Optical holographic method, computer generated hologram, Nonlinear optical method are described and analyzed. Finally we introduce the advantages and disadvantages of each method.

Key words: higher-order Bessel - Gauss beams; hollow beams; resonator method; geometrical optics method; computer generated hologram; nonlinear optical method

1 引 言

近几年来,空心光束[1-2]作为激光导管、光学镊子(光钳)和光学扳手,已成为实现微观粒子(如微米粒子、纳米粒子和生物细胞等)精确操纵和控制的有力工具。用来描述空心光束的模型有很多种,比如双高斯分布的空心光束,Laguerre-Gauss 光束,局域空心光束,高阶 Bessel-Gauss 光束[3]等。其中高阶 Bessel-Gauss 光束在一定条件下呈现"无衍射"[4]特性,同时还具有光学自旋角动量与轨道角动量[5]的特性。这种光束适用于微米级甚至是纳米级粒子的激光旋转与导引操作,冷原子束的激光准直、原子光刻术、激光制导和激光测距或测速等[6-8]。由于高阶 Bessel-Gauss 光束具有很好的应用前景,人们对其实现方法进行了不断地完善并取得了一定的成果。

目前,获得该光束的实验方法主要有:谐振腔法[9-14]、几何光学法[15-18]、光学全息法[19]、计算全息法[20-21]、非线性光学法[22-32]。这些方法可以归为两大类,即主动式和被动式[11]。所谓主动式就是通过特定结构的谐振腔由激光器直接产生[33],而被动式则是由其他的光束转换生成。本文将近些年产生高阶 Bessel-Gauss 光束的方法进行了阐述和分析。

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 50875232)资助。
作者简介:靳李丽(1984-),女,硕士研究生,主要从事光镊技术研究应用。E-mail:juanz1985@126.com
收稿日期:2011-07-12

2 基础理论

迄今为止已有三类无衍射光束[1]。第一类是众所周知的无限大均匀平面波;第二类是椭圆对称的马提厄(Mathieu)光束;第三类是具有圆对称性的贝塞尔(Bessel)光束。Bessel 光束对应于圆形波导中的 TE 和 TM 模,具有传播不变性。

1987 年,Durnin 发现平面光波的波动方程在自由空间中还有一个解,这个解具有一个令人吃惊的特性 - 即它在传播时不发散,故称为无衍射光束[4]。

沿着 z 方向传播具有圆对称性的平面波,其形式如下:

$$U(\rho,\varphi,z,t)=f(\rho)\exp[\mathrm{i}(\beta z-\omega t)] \tag{1}$$

其中,$\rho=\sqrt{x^2+y^2}$ 为横向径向坐标;φ 为方位角;β 是沿着 z 方向的传播常数;ω 为角频率。

光束的波动方程为:

$$\nabla^2 U(\rho,\varphi,z;t)=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 U(\rho,\varphi,z;t)}{\partial t^2} \tag{2}$$

将公式(1)代入公式(2),可以得到满足波动方程的解为:

$$U(\rho,\varphi,z;t)=J_m(\alpha\rho)\exp(\mathrm{i}m\varphi)\exp[\mathrm{i}(\beta z-\omega t)] \tag{3}$$

这里,$\alpha^2+\beta^2=(\omega/c)^2=k^2$;$J_m$ 为 m 阶 Bessel 函数。

高阶 Bessel 光束的强度分布,即为波动方程解的平方:

$$I(\rho,\varphi,z;t)=|U(\rho,\varphi,z;t)|^2=J_m^2(\alpha\rho) \tag{4}$$

由公式(4)可见,光强度分布完全与它的传播距离 z 无关,理想的高阶 Bessel 光束的横截面光强度随着距离的增加不发生变化。即随着传播距离的增加,光束不发散,这就是所说的无衍射光束。

从理论上说,理想的高阶 Bessel 光束携带无穷大的能量,违反了能量守恒定律,所以很难实现理想的高阶 Bessel 光束。为了克服物理上实现无衍射 Bessel 光束的困难,必须在高阶 Bessel 光束上另加一个高斯轮廓分布的调制,即可形成高阶 Bessel-Gauss 光束,其形式如下:

$$U(\rho,\varphi,z;t)=J_m(\alpha\rho)\exp(\mathrm{i}m\varphi)\exp[\mathrm{i}(\beta z-\omega t)]\exp\left(-\frac{\rho^2}{w_z^2}\right) \tag{5}$$

其中,w_z 为高斯光束的束腰。

这样高阶 Bessel-Gauss 光束不再携带无穷大的能量,可以在实验上实现。

3 产生高阶 Bessel-Gauss 光束的方法

获得高阶 Bessel-Gauss 光束的实验方法可分为两大类,即主动式和被动式。所谓主动式就是通过特定结构的谐振腔由激光器直接产生高阶 Bessel-Gauss 光束,而被动式则是由其他的光束转换成高阶 Bessel-Gauss 光束。

3.1 产生高阶 Bessel-Gauss 光束的方法——主动式

3.1.1 回音壁模式(WGM)谐振器输出高阶 Bessel-Gauss 光束[9-11]

设计一个回音壁模式的谐振器——WGM 谐振腔与一个波导耦合在一起(如图 1 所示),图中左边为波导,右边为谐振腔,谐振腔中光的模式是贝塞尔模式。通过调节谐振腔与波导之间的距离 d,可以改变谐振器对光的加载。如果谐振腔的横截面与波导的横截面相等,可达到临界耦合,这样所有的光都可以从谐振腔传入波导。

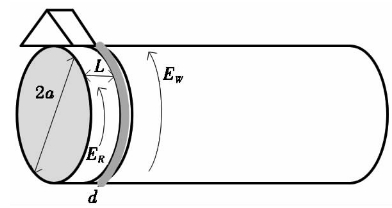


图 1 圆柱状的回音壁模式谐振器

Fig. 1 cylindrical whispering gallery mode resonator

在圆柱形波导及谐振腔中 E 可以用亥姆霍兹(Hemholtz)方程来描述:

$$\Delta E+k^2\varepsilon(r)E=0 \tag{6}$$

其中,$k=\frac{\omega}{c}$,ω 是波频;$\varepsilon(r)$ 是径向分布的折射率。

对于谐振腔来说,方程的解是:

$$E_R=\psi_R e^{\pm\nu\phi}/\sqrt{r} \tag{7}$$

其中,$\psi_R=\psi_{R0}\sin(k_m z)J_\nu(k_{\nu,q}r)$;$\nu=0,1,2,\cdots$,$m=1,2,\cdots$ 和 $q=1,2,\cdots$ 分别是角量子数、纵向量子数和径向量子数;L 是谐振腔的长度;$k_m=\frac{\pi m}{L}$ 和 $k_{\nu,q}$ 分别是特征方程的纵向波数和横向波数。它们满足如下方程:

$$k_m^2+k_{\nu,q}^2=k^2\varepsilon_0 \tag{8}$$

其中,ε_0 是谐振腔磁化率与波导磁化率的比值。

对于波导来说,该方程的解是:

$$E_W=\psi_W e^{\pm\nu\phi}/\sqrt{r} \tag{9}$$

其中,$\psi_W=\psi_{W0}e^{\mathrm{i}\beta z}J_\nu(k_{\nu,q}r)$,$\beta$ 是传播常数。

$$\beta^2+k_{\nu,q}^2=k^2\varepsilon_0 \tag{10}$$

当波导中的量子数与谐振腔中的量子数一致

时,谐振腔中的模式就会影响波导中的模式。因此,通过泵浦一个特定的 WGM 模式能够产生一个携带有角量子数为 ν 的传输波。

对于 $\nu\gg1$ 高阶 Bessel-Gauss 光束的 TE 模来说,$k_{\nu,q}$ 表示为:

$$k_{\nu,q}\approx\frac{1}{a}\left[\nu+\alpha_q\left(\frac{\nu}{2}\right)^{1/3}-\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0-1}}\right] \tag{11}$$

其中,a 是谐振腔与波导的半径比值;α_q 是艾里函数[34]的第 q 个根。

谐振腔通过隐失场耦合至波导中的高阶 Bessel-Gauss 光束不能传输出波导。为了使得生成的贝塞尔光束能够传入自由空间,需要将谐振腔的一端设置为锥形(如图 2 所示)。

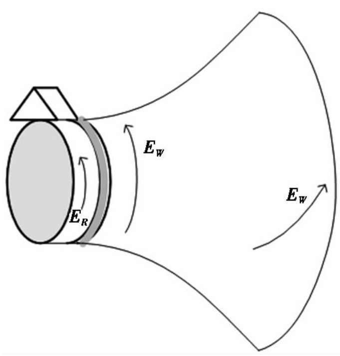


图 2　锥形回音壁模式谐振器

Fig. 2　tapered whispering gallery mode resonator

根据上述理论,2006 年在加州理工学院的喷气推进实验室,Anatoliy A. Savchenkov 等人进行了 WGM 谐振器输出高阶 Bessel-Gauss 光束的实验。他们将多模石英光纤的一端用氢火炬烧制熔化,拉制成圆锥圆柱的液滴状,制成了回音壁模式谐振器,如图 3 所示,该谐振腔直径为 50 μm,在 30 mm 的长度内,锥形直径从 200 μm 变到 3 mm。

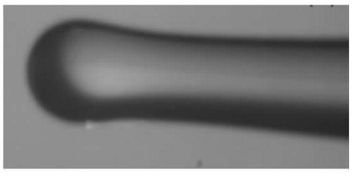


图 3　低反差的回音壁模式谐振器

Fig. 3　low contrast WGM resonator

由于锥形入口与出口的比值较小,他们产生的贝塞尔光束在自由空间的传播距离不超过 100 μm,并且传出的贝塞尔光束的阶数无法确定。

3.1.2　圆柱形波导管产生高阶 Bessel-Gauss 光束[12]

Vladimir S. Ilchenko 等人利用圆柱型波导管产生了阶数高达 195 的 Bessel-Gauss 光束。他们对回音壁模式谐振器做了更为完善的理论阐述——将实验中产生的谐振器顶端作为类球形处理。并且在入口处加一个柱棱镜(图 4 为模型图)。

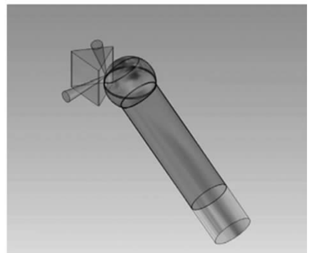


图 4　轨道动量发生器的原理图

Fig. 4　schematic of the orbital momentum generator

球形/近球形 WGM 谐振器的电场振幅分布为:

$$\psi_{\mathrm{WGM}}=\frac{\overline{\psi}_{\mathrm{WGM}}}{\sqrt{r}}P_l^m(\cos\theta)J_{l+1/2}(k_{l,q}r)e^{im\phi} \tag{12}$$

其中,θ,ϕ,r 是球形坐标;$l=0,1,2,\cdots$ 是模数;$\overline{\psi}_{\mathrm{WGM}}$ 是尺度参数;$k_{l,q}=\omega n_0/c$ 是模式波数;n_0 是谐振腔材料的折射率;ω 是入射光圆频率。

对于高阶 WGM,有:

$$k_{l,m,q}\approx\frac{1}{R_{\mathrm{WGM}}}\left[l+\alpha_q\left(\frac{l}{2}\right)^{1/3}\right] \tag{13}$$

其中,R_{WGM} 是谐振腔的半径;α_q 是艾利函数的第 q 个根。

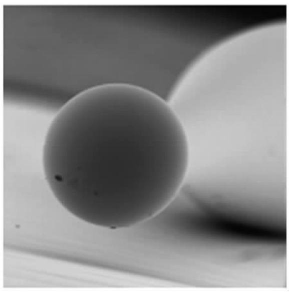
值得注意的是,对于理想球体,$k_{l,m,q}$ 不依赖于 m。

从 WGM 谐振腔耦合至圆形波导中的 Bessel 光束的电场振幅可以表示为:

$$\psi_W=\overline{\psi}_W J_\nu(k_{\nu,\bar{q}\nu}r)e^{i\nu\phi}e^{i\beta z} \tag{14}$$

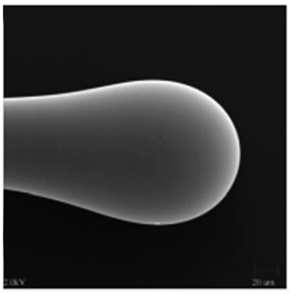
其中,ϕ,r,z 是柱坐标;$\nu=0,1,2,\cdots$ 和 $\bar{q}=1,2,\cdots$ 分别是角向量子数和径向量子数;ψ_W 是比例因子;β 是Bessel 光束的传播常数。

Vladimir S. Ilchenko 等人在先对直径为 125 μm 的 SMF28 的光纤进行改造。将 2 mm 长的二氧化硅光纤熔化拉制成一端为 122.81 μm 直径的 WGM 谐振腔,如图 5 所示,其形状近似球形。然后,利用柱棱镜将 979 nm 的激光慢慢扫描耦合至 WGM 结构中,最终得到了在自由空间中传播约为 1 mm 的阶数为 195 的 Bessel-Gauss 光束。柱棱镜的作用是:通过改变入射到柱棱镜上光的角度确定 Bessel-Gauss 光束的阶数;通过调节柱棱镜与回音壁谐振器的距离改变光转换效率(实验中光转换效率达到了 80%),并且增加 Bessel-Gauss 光束在自由空间中的传播距离。



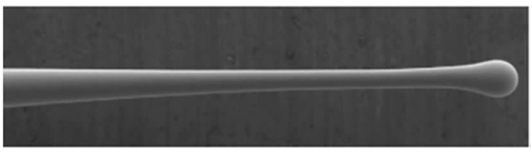
（a）正视图

（a）front view



（b）侧视图

（b）side view



（c）整体图

（c）integral figure

图5 实验所用的谐振器的扫描电子显微镜图像

Fig. 5 scanning electron microscope images of the experimental realization of the generator

3.2 产生高阶 Bessel-Gauss 光束的方法－被动式

被动方式的方法有：几何光学法、光学全息法、计算全息法、非线性光学法这四类。光学全息法要求预期光束必须存在，计算全息法只要求波的表达式。计算全息法取代了光学全息法。因此，我们只简单介绍除光学全息法的其他三类。

3.2.1 几何光学法

几何光学法是产生高阶 Bessel-Gauss 光束常用的方法，即采用一个轴棱锥将一束拉盖尔－高斯光束（Laguerre-Gauss）光束转换为一束高阶 Bessel-Gauss 光束[15]。实验装置如图6所示。

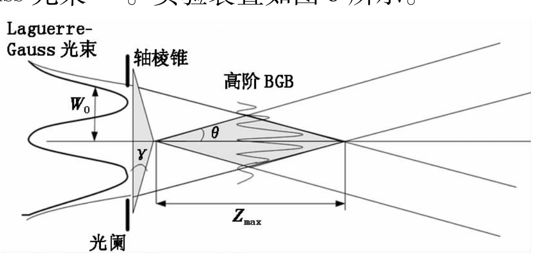


图6 几何光学法的实验装置

Fig. 6 the experimental device of geometrical optics methd

当用一个弧向指标为 l 的单环 Laguerre-Gauss 光束照射位于其束腰的圆锥棱镜时，通过固定相位方法计算菲涅尔衍射积分，可得：

$$E(r,\phi,z)=\frac{1}{\mathrm{i}\lambda z}\exp[\mathrm{i}k(z+r^2/2z)]\times\int_0^R \mathrm{d}r'r'[A\cdot(\sqrt{2}r'/w_0)^l\times\exp(-r'/w_0^2)\exp(\mathrm{i}k_r r')]\exp(\mathrm{i}kr'^2/2z)\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi'\exp(\mathrm{i}l\phi)\exp[-\mathrm{i}kr'r\cos(\phi-\phi')/z] \tag{15}$$

式中，A 是归一化常数，相位因子 $\exp(-\mathrm{i}k_r r')$ 是圆锥棱镜引起的相位延迟，并且 Laguerre-Gauss 光束的场振幅（设 $p=0$）可分解为径向和弧向分量。忽略与位置有关的因子，对径向位置 r' 和方位角 ϕ' 进行积分，则通过棱镜后的输出强度为：

$$I(r,z)\propto z^{2l+1}\exp\left(-\frac{2z^2}{z_{\max}^2}\right)J_l^1(k_r r) \tag{16}$$

Arlt 等人采用该方法获得了 1～4 阶的 Bessel-Gauss 光束。

近些年，利用几何光学法产生零阶 Bessel-Gauss 光束的研究较多，Graham Milne 等人[17]设计了一种液体轴棱锥的新型器件。改变注入液体的折射率，可以很容易地改变有效锥角，从而得到不同参量的零阶 Bessel-Gauss 光束。Selcuk Akturk 等人[18]设计了液浸式轴棱锥，用波长为 633 nm 的氦氖激光照射其上产生了零阶 Bessel-Gauss 光束。这两个实验给我们带来了启示，即是否可以采用 Laguerre-Gauss 光束照射到这两种器件上，以便获得高阶 Bessel-Gauss 光束。

3.2.2 计算全息法

计算全息法是一种产生高阶 Bessel-Gauss 光束的简单有效的方法。早期，Vasara 等人使用二元振幅全息片产生了 J_1 光束和 J_6 光束。Paterson 等人设计了有限孔径旋转三棱镜型计算全息图[20]，产生了 J_1 光束和 J_{10} 光束。以前的方法都是把相位掩膜做成干板，再进行实验。

现有一种新方法，即将干板换为空间调制器——透光的液晶显示器上呈现出相位掩膜。Narupon Chattrapiban 等人用空间调制器法[21]产生了高阶 Bessel-Gauss 光束。

无衍射光束的形式为：

$$E(x',y',z'\geqslant 0,t)=\exp[\mathrm{i}(\beta z'-\omega t)]\times\int_0^{2\pi}A(\phi)\exp[\mathrm{i}\alpha(x'\cos\phi+y'\sin\phi)]\mathrm{d}\phi \tag{17}$$

其中，$A(\phi)$ 是复振幅分布函数；(ρ,ϕ) 是光栅平面的极坐标；(x',y') 是像面坐标；z' 是光栅平面与像平面之间的距离；参数 α,β 与波矢 k 之间的关系是

$\alpha^2+\beta^2=k^2$。

设有一个半径为 R 的全息图,其振幅分布函数为:

$$t(\rho,\phi)=\begin{cases}A(\phi)\exp[\mathrm{i}(2\pi\rho/\rho_0)] & \rho\leqslant R\\ 0 & \rho>R\end{cases}\tag{18}$$

其中,参数 $\alpha=2\pi/\rho_0$。

如果选择 $A(\phi)=\exp(in\phi)$,那么式(17)就会变为阶数为 n 的贝塞尔函数。这种情况下,$t(\rho,\phi)$ 成为一个相位函数的形式,即:

$$t(\rho,\phi)=\exp[\mathrm{i}\psi(\rho,\varphi)]\tag{19}$$

其中:

$$\psi(\rho,\varphi)=n\varphi+2\pi\rho/\rho_0\tag{20}$$

实验中,先由电脑绘制出相位掩膜,然后将其显示在空间光调制器上。光束通过一系列变换后传至空间光调制器,空间光调制器上面显示有 64 级相位的全息图,经 3 个平面镜反射增加传输路径后,再通过两个过滤片到达 CCD。实验装置如图 7 所示。

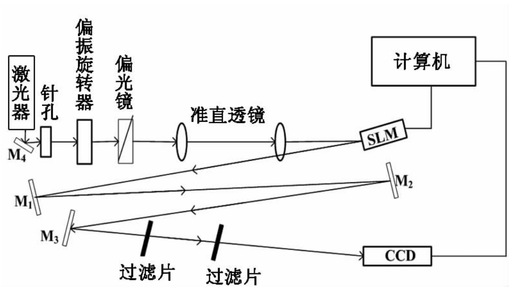


图 7　高阶 Bessel-Gauss 光束的产生装置

Fig.7　experimental setup of the generation of high-order Bessel-Gauss beams

实验中,改变 ρ_0 可调节 Bessel 光束暗斑的尺寸,调整偏置电压,也可调节 Bessel 光束暗斑的尺寸。

3.2.3　非线性光学法

目前,非线性光学法是被动式中研究最多的方法。早在 19 世纪初人们就注意到双轴晶体锥形折射可以产生空心光束。2001 年,T. A. King 等人[23]发现零阶 Bessel 光束圆偏振光沿双轴晶体光轴传播可以转变为二阶 Bessel 光束。同年,N A Khilo 等人[24]发现傍轴情况下,单轴晶体中的左旋与右旋圆偏振光相互耦合,利用这种耦合产生涡旋,输入零阶的左旋 Bessel 光束,就可以在单轴晶体中产生二阶的右旋 Bessel 光束。

也可以利用非线性晶体的非线性光学效应产生了高阶 Bessel-Gauss 光束。其原理如下:基频波垂直传播到非线性调制的平面,导致倍频波以顶角为 2α 的锥形发散传播,如图 10 所示,图中 NLC 代表非线性径向对称周期调制极化非线性晶体,其纵向相位条件由 $2k_1=k_2\cos\alpha$ 决定,其中,k_1,k_2 分别是基频波与二次谐波的波数。

一束频率为 ω 的基频波照射到非线性晶体结构上,然后受到空间调制。非线性晶体结构的二阶非线性系数为:

$$d^{(2)}(\rho)=d_0^{(2)}g(\rho)$$
$$g(\rho)=\mathrm{sgn}[\cos(2\pi\rho/\Lambda+\delta)]\tag{21}$$

其中,$\rho(x^2+y^2)^{1/2}$ 是横向径向坐标;Λ 是环形调制周期;δ 是是相位偏差。

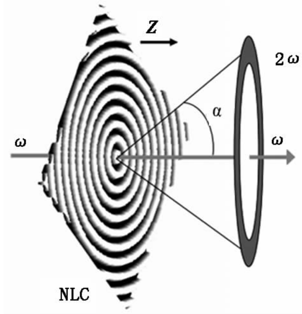


图 8　产生双频率 2ω 的轴向 Bessel 光束的参量示意图

Fig.8　schematic of the parametric generation of the axial Bessel beam with the double frequency 2 ω

设基频波为:

$$E_0^{\omega}(\rho,z)=\frac{\boldsymbol{u}}{2}\left[A(z)e^{\mathrm{i}k_1z}\exp\left(-\frac{\rho^2}{w_{01}^2}\right)+c.\,c.\right]\tag{22}$$

其中,$\boldsymbol{u}=(u_x,u_y)$ 是极化矢量;k_1 是基波波数。

基频波在非线性介质结构中传播发生极化,极化强度 $P^{2\omega}=(0,0,{}_z^{2\omega})$:

$$P_z^{2\omega}=d_{31}E_x^{\omega}E_X^{\omega}+d_{32}E_y^{\omega}E_y^{\omega}\tag{23}$$

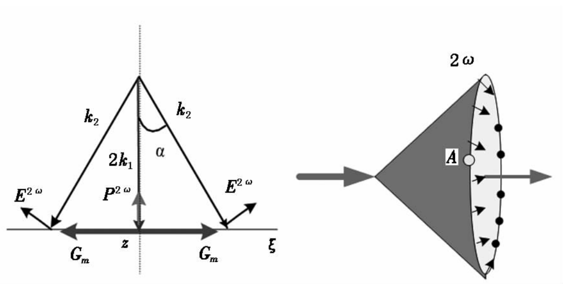
其中,$E_x^{\omega}=E_0^{\omega}\cos\phi$,$E_y^{\omega}=E_0^{\omega}\sin\phi$,$\phi$ 是偏振方向与 x 轴之间的夹角。对称群中 $d_{32}=d_{31}$,因此 $P_z^{2\omega}=d_{32}(E_0^{\omega})^2$。

非线性极化式(21)成为二次谐波的来源。由于极化矢量的方向沿 z 轴,基频波只能产生非线性的二次谐波,相位条件为:

$$k_2-k_1=G_m\tag{24}$$

其中,G_m 是 QPM 的第 m 阶矢量,代表了二阶非线性径向的调制;$G_m=m(2\pi/(\Lambda)$,m 是整数。

图 11 是相位匹配图,图 11(a)中 G_m 为准相位匹配矢量,$P^{2\omega}$ 为双倍频率的介质极化强度,显示了位于同一平面上线性极化的两个这样的平面波的产生过程;图 11(b)所示的是与 z 轴成 α 角度的所有平面波形成了一个 Bessel 光束。



（a）二阶非线性调制的介质中产生的二次谐波的相位匹配图

（a）phase matching diagram for the second-harmonic generation in the mediumwith the transverse modulation of the second-order nonlinearity

（b）二次谐波径向极化的发射锥

（b）emitted cone of the radially polarized second-harmonic radiation

图9 相位匹配图

Fig. 9 phase matching diagram

为了找到二次谐波场的解析形式，我们整合了所有锥形发射的平面波，其公式如下：

$$E^{2\omega}(\rho,z)=S(z)e^{-ik_{2z}z}\int_0^{2\pi}\boldsymbol{u}(\phi)e^{ik_{2\rho}\rho\cos(\phi-\varphi)}\mathrm{d}\phi \tag{25}$$

其中，$k_{2z}=k_2\cos\alpha$；$k_{2\rho}=k_2\sin\alpha$；$S(z)$是二次谐波的振幅；函数 $u_\rho(\phi)=\hat{x}\cos+\hat{y}\sin\phi$ 代表了极化矢量的径向组成部分；ϕ 是方位角；$\varphi=\cos^{-1}(x,\rho)$是观察点$(x,y)$的方位坐标。

在公式(25)中，对于一个非线性介质，任意位置 $r=(\rho,z)$二次谐波场的振幅为：

$$E^{2\omega}(\rho,z)=2\pi S(z)e^{-ik_{2z}z}[iJ_1(k_2\rho\sin\alpha)u_\rho-\tan\alpha J_0(k_2\rho\sin\alpha)\boldsymbol{u}_z] \tag{26}$$

其中，$\boldsymbol{u}_z$ 是极化矢量的 z 组成部分。

光源为高斯光束时，产生的二次谐波是一阶 Bessel-Gauss 光束，其形式为：

$$E^{2\omega}(\rho,z)=\left[\frac{u_\rho}{2}S(z)J_1(k_{2\rho}\rho)\exp(-ik_{2z}z)+c.c.\right] \tag{27}$$

2007年，Solomon Saltiel 采用上述方法将一束频率为 ω 的高斯光束照射到周期性极化的非线性光子晶体结构上，产生了具有一阶 Bessel-Gauss 光束形式的二次谐波[25]。

4 结 论

通过对高阶 Bessel-Gauss 光束产生方式的归类分析，可以发现被动式明显多于主动式。

产生高阶 Bessel-Gauss 光束的主动式还不成熟，比较单一，只有谐振腔。谐振腔产生高阶 Bessel-Gauss 光束的优点是产生的光束较完美，无需通过特定的光学元件，光转换效率很高，可以达到80%以上。缺点是产生的光束在自由空间中的传播距离过短。

相比较而言，产生高阶 Bessel-Gauss 光束的被动式较为成熟，有几何光学法、光学全息法、计算全息法、非线性光学法等。光学全息法要求预期光束必须存在，而计算全息法只要求波的表达式，计算全息法取代了光学全息法。利用几何光学法很容易获取高阶 Bessel-Gauss 光束，但光的转换效率依赖于第一步中 Gauss 光束转换为 Laguerre-Gauss 光束的转换效率；计算全息法是一种获取高阶 Bessel-Gauss 光束的简单有效的方法，但是产生的光束质量不如非线性光学法好，是类高阶 Bessel-Gauss 光束；非线性光学法产生高阶 Bessel-Gauss 光束的研究较多，一部分是利用晶体的双折射，一部分是利用非线性晶体的倍频效应，但是产生的高阶 Bessel-Gauss 光束无法在晶体外传播。

由此可见，对利用主动式产生高阶 Bessel-Gauss 光束应多加研究，对于被动式则应在非线性光学法这方面多做研究。

参考文献：

[1] Qiu Jianping，Liu Nanchun，Xia Yong，et al. Generation of hollow laser beams and their applications in modern optics [J]. Progress in Physics，2004，24(3)：336－380.(in Chinese)
印建平，刘南春，夏勇，等. 空心光束的产生及其在现代光学中的应用[J]. 物理学进展，2004，24(3)：336－380.

[2] Liu Qiuping. The transmission characteristics and singularity effect of hollow beams[D]. Changsha：Hunan Normal University，2010.(in Chinese)
刘秋平. 空心光束的传输特性及奇点效应研究[D]. 长沙：湖南师范大学，2010.

[3] D Mcgloin，K Dholakia. Bessel beams：diffraction in a new light[J]. Contemporary Physics，2005，46(1)：15－28.

[4] J Durnin，J J Miceli，Jr J H Eberly. Diffraction-free beams [J]. Physical Review Letters，1987，58(15)：1499－1501.

[5] K Volke-Sepulveda，et al. Orbital angular momentum of a high-order Bessel light beam[J]. Journal of Optics B，2002，9(4)：S82－S89.

[6] S Gustav，N Ralf，Bilal，W Thomas. Generation of hollow beams by sporal rays in multimode light guides[J]. Optics Express，2010，18(5)：4510－4517.

[7] J Arlt，V Garces-Chavez，et al. Optical micromanipulation using a Bessel light beam[J]. Optics Communications，

2001,197(4-6):239-245.

[8] S Orlov,K Regelskis,V Smilgevicius. Propagation of bessel beams carrying optical vor-tices[J]. Opt. Commun, 2002,209(1-3):155-165.

[9] Michael L Gorodetsky,Aleksey E Fomin. Geometrical theory of whispering gallery modes [J]. Arxiv, 2005, 0509226v1:1-6.

[10] Savchenkov A,Grudinin I. Generation of high order bessel beams with whispering gallery mode resonators[J]. OSA, 2006,CFC5.

[11] A B Matsko, A A Savchenkov, D Strekalov. Whispering gallery resonators for studying orbital angular momentum of a photon[J]. Phys. Rev. Lett. ,2005,95(14):143904.

[12] Vladimir S Ilchenko,Makan Mohageg,Anatoliy A. Efcient generation of truncated bessel beams using cylindrical waveguides[J]. Optics Express, 2007, 15(9):5866-5871.

[13] I Litvin,N Khilo. Intracavity generation of longitudinal dependant bessel like beams[J]. Proc. of SPIE,2009,7430(10):1-8.

[14] Igor A Litvin, Nikolai A Khilo. Intra-cavity generation of bessel-like beams with longitudinally dependent cone angles[J]. Optics Express,2010,18(5):4701-4708.

[15] J Arlt,K Dholakia. Generation of high-order bessel beams by use of an axicon[J]. Optics Communications,2000, 177(1-6):297-301.

[16] Oto Brzobohaty. High quality quasi-bessel beam generated by round-tip axicon[J]. Opt. Express, 2008, 16(17): 12688-12700.

[17] Graham Milne,Gavin D M. Tunable generation of bessel beams with a uidic axicon[J]. Applied Physics Letters, 2008,92(26):1-3.

[18] Selcuk Akturk,Cord L Arnold. Generation of high quality tunable bessel beams using a liquid-immersion axicon [J]. Optics Communications,2009,282(16):1-8.

[19] Hee S Lee,B W Stewart. Holographic nondiverging hollow beam[J]. Physical Review A,1994,49(6):4922-4927.

[20] Carl Paterson, Robin Smith. Higher-order bessel waves produced by axicon-type computer-generated holograms [J]. Optics Communications, 1996, 124(1-2):121-130.

[21] Narupon Chattrapiban. Generation of nondiffracting bessel beams by use of a spatial light modulator[J]. Optics Letters,2003,28(22):2183-2185.

[22] V N Bely,N S Kazak. Generation of the second harmonics of bessel light beams in a KTP crystal[J]. Quantum Electronics,1998,28(11):1011-1016.

[23] T A King,W Hogervorst. Formation of higher-order bessel light beams in biaxial crystals[J]. Optics Communications,2001,187(4-6):407-414.

[24] N A Khilo,E S Petrova,et al. Transformation of the order of bessel beams in uniaxial crystals[J]. Quantum Electronics,2001,31(1):85-89.

[25] Solomon Saltiel,Wieslaw Krolikowski. Generation of bessel beams by parametric frequency doubling in annular nonlinear periodic structures[J]. Optics Express,2007, 15(7):4132-4138.

[26] C F R Caron,R M Potvliege. Phase matching and harmonic generation in beaael gauss-beams [J]. Optics Info Base,1998,15(3):1096-1106.

[27] Vladimir N Belyi,Nikolai A Khilo. Generation and propagation of high-order bessel vortices in linear and non-linear crystals[J]. Proc. of SPIE,7430(0F):1-8.

[28] Jun Ki Kim, Jongki Kim. Compact all-ber bessel beam generator based on hollow optical ber combined with a hybrid polymer ber lens[J]. Optics Letters,2009,34(19): 2973-2975.

[29] S N Kurilkina, V N Belyi, N S Kazak. Transformation of high-order bessel vortices in one-dimensional photonic crystals[J]. Journal of Optics,2010,12(1):1-12.

[30] Wang Yanhua. Interfere with the formation and propagation of the optical vortex[D]. Harbin:Harbin Institute of Technology,2004. (in Chinese)
王艳花. 干涉形成的光学涡旋及传播特性[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2004.

[31] Yang Changlin. Biaxial crystal to generate dynamic characteristics of the hollow beam[D]. Changchun:Changchun University of Technology,2010. (in Chinese)
杨昌霖. 双轴晶体产生动态空心光束特性研究[D]. 长春:长春理工大学,2010.

[32] Luo Renjun. Several discussions about the light properties and the double refraction of light in uniaxial crystals[J]. College Physics,2005,24(3):37-42. (in Chinese)
罗仁俊. 对单轴晶体中光的性质和双折射问题的几点讨论[J]. 大学物理,2005,24(3):37-42.

[33] Peter Muys,Eefje Vandamme. Direct generation of Bessel beams[J]. Applied Optics,2002,41(30):6375-6379.

[34] Liu Qizhong,Gong Deming,et al. The numerical computation of FOCK functions[J]. Journal of Xidian University, 1991,18(A11):56-64. (in Chinese)
刘其中,宫德明,等,FOCK 函数的数值计算[J]. 西安电子科技大学学报,1991,18(A11):56-64.