

# 利用计算全息产生的拉盖尔-高斯光束旋转微粒

施 丽, 李 静, 陶 陶

(中国科学技术大学精密机械及精密仪器系, 安徽 合肥 230027)

**摘 要:**分析了采用计算全息再现拉盖尔-高斯(Laguerre-Gaussian, LG)光束光场的原理。将计算全息法生成的全息图载入空间光调制器(spatial light modulator, SLM),在全息光镊平台上生成了LG光束。对吸收性氧化铜(CuO)微粒进行了系列旋转操纵实验。实验发现单个微粒既可以被光学漩涡捕获在暗中空区域绕固定轴旋转,又可以被囚禁在光强最大值处绕轨道旋转;还实现了多个微粒的绕轨道旋转。通过实验观察和测量,得出了微粒旋转的周期与激光功率和角向指数的变化关系。所得结果对光致旋转微粒的精确操控具有一定的指导作用。

**关键词:**计算全息;光致旋转;拉盖尔-高斯光束;空间光调制器

中图分类号:TN249 文献标识码:A DOI:10.3969/j.issn.1001-5078.2012.11.005

## Micro-particles' rotation by Laguerre-Gaussian beams produced by computer-generated holograms

SHI Li, LI Jing, TAO Tao

(Department of Precision Machinery and Precision Instrumentation, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

**Abstract:** The theoretical reconstruction of Laguerre-Gaussian (LG) beams with computer generated holograms (CGHs) is analyzed. LG beams are generated on our holographic optical tweezers platform by loading CGHs into a spatial light modulator (SLM). A series of experiments on trapping and manipulation of absorptive CuO micro-particles are performed. Experiments demonstrate that a single CuO micro-particle can be trapped in the dark central spot of LG beams and rotated around the axis parallel to the optical axis. It can also be trapped in the region of maximum intensity of LG beams and set into rotation around the circumference. In addition, multiple CuO particles can be set into rotation around the circumference. The relationships of the rotation period changing with the laser power and the azimuthal index are obtained by observation and measurement. The results play a guiding role in the accurate manipulation of micro-particles' rotation.

**Key words:** computer-generated hologram; optical rotation; Laguerre-Gaussian beams; spatial light modulator

### 1 引 言

近年来,随着光镊技术的发展,由于空心光阱相对于高斯光阱具有较高的囚禁力,较低的光学损伤,自旋与轨道角动量等优点,因而成为光镊技术研究的热点。空心光阱利用空心光束作为光阱光源,空心光束指光束聚焦时沿光束传播方向上光束中心强度或轴向强度保持为零的光束<sup>[1]</sup>。空心光阱包括贝塞尔光阱、光学漩涡、径向偏振光阱等。其中,光

学漩涡使用拉盖尔-高斯(LG)光束作为光阱光源,通过将LG光束携带的轨道角动量传递给微粒而形成微粒的光致旋转<sup>[2-3]</sup>。它已用于形成微马达<sup>[4]</sup>、驱动纳米线旋转以构建微纳器件<sup>[5]</sup>等。

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 50975271)资助。

作者简介:施 丽(1985-),女,硕士生,主要从事光电测试和全息光镊方向的研究。E-mail:shili@mail.ustc.edu.cn

收稿日期:2012-03-13;修订日期:2012-04-11

本文基于已有的 LG 光束光场理论,对采用计算全息再现 LG 光束的原理进行了分析。将计算全息法生成的全息图载入 SLM,在全息光镊平台上进行了 LG 光束的再现。实验中选择了吸收性微粒 CuO(德科岛金公司提供)作为操纵对象,实现了微粒的光致旋转,并研究了激光功率和角向指数对微粒旋转周期的影响。

## 2 实验原理

### 2.1 LG 光束的光场形式及轨道角动量

LG 模式是在傍轴近似的条件下,亥姆霍兹方程在柱坐标系 $(r, \phi, z)$ 中的解。假设 LG 光束沿  $z$  轴传播且会聚于  $z=0$  处,其复振幅  $u_p^\ell$  的表达式为<sup>[6]</sup>:

$$u_p^\ell(r, \phi, z) = (-1)^p \left[ \frac{2}{\pi} \cdot \frac{p!}{(p+|\ell|)!} \right]^{1/2} \cdot \left( \frac{\sqrt{2}r}{w_z} \right)^{|\ell|} \exp\left[ -\frac{r^2}{w_z^2} \right] \times L_p^{|\ell|} \left( \frac{2r^2}{w_z^2} \right) \exp(-i\ell\phi) \cdot \exp\left[ \frac{ikr^2z}{2(z^2+z_R^2)} \right] \times \exp\left[ i(2p+|\ell|+1)\tan^{-1}(z/z_R) \right] \quad (1)$$

其中,  $w_z = [2(z^2 + z_R^2/(kz_R))]^{1/2}$  是传播距离为  $z$  处的光束束腰。 $\ell$  和  $p$  是表征光束模式的特征指数; $p$  是径向指数; $p+1$  代表了光束强度的径向节点数; $\ell$  是角向指数,表示沿着圆周一圈相位变化是  $2\pi$  的整数倍。 $\tan^{-1}(z/z_R)$  是 Gouy 位相,位相因子  $\exp(-i\ell\phi)$  表明了光束具有轨道角动量,且线偏振 LG 光束中的每个光子具有  $\ell\hbar$  的轨道角动量。

### 2.2 相息图的产生

将入射平面波转化成  $LG_p^{|\ell|}$  光束的相位调制函数为<sup>[7-8]</sup>:

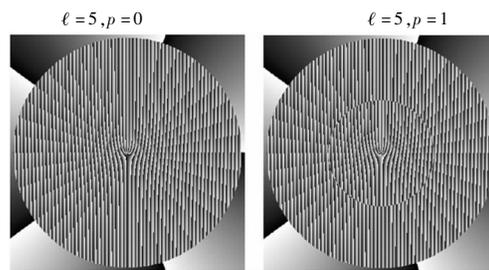
$$\varphi_1(r, \phi) = -\ell\phi + \pi\theta(-L_p^{|\ell|}(2r^2/w_0^2)) \quad (2)$$

其中,  $\theta(x)$  是单位阶跃函数; $w_0$  是出射光在 SLM 平面上的束腰。

由于 SLM 具有一定的填充率,零级包含较强的非调制光。为了提高生成光束的质量,将欲求的模式  $LG_p^{|\ell|}$  分离出来,相息图中加入了闪耀光栅。这时有:

$$\varphi(r, \phi) = -\ell\phi + \pi\theta(-L_p^{|\ell|}(2r^2/w_0^2)) + \exp\left(-im\frac{2\pi}{\lambda}r\cos\phi\right) \quad (3)$$

式中,  $\Lambda$  为闪耀光栅的光栅常数; $m$  为衍射级次。闪耀光栅被局限在相息图中心半径为  $R_0$  的圆形区域内,  $R_0$  的大小可通过编程控制。加入闪耀光栅后生成  $LG_0^5$  和  $LG_1^5$  光束的相息图如图 1 所示。



(a)  $LG_0^5$  光束 (b)  $LG_1^5$  光束

图 1 生成  $LG_0^5$  光束和  $LG_1^5$  光束的相息图

(其中,  $\Lambda=0.12$  mm,  $w_0=1$  mm)

### 2.3 光场再现

设 SLM 平面上的直角坐标是  $(x, y)$ , 极坐标是  $(r, \phi)$ ; 观察平面上的直角坐标是  $(\xi, \eta)$ , 极坐标是  $(\rho, \vartheta)$ 。则有:

$$x = r\cos\phi, y = r\sin\phi$$

$$\xi = \rho\cos\vartheta, \eta = \rho\sin\vartheta$$

假设 SLM 平面对应  $z=0$ , 入射高斯基模光在 SLM 平面上的波前是平面波。

输入高斯基模光的复振幅表达式:

$$A(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{w_i^2}\right)\theta(R_0-r) \quad (4)$$

经过相息图后的近场分布为:

$$u_{\text{near}}(r, \phi) = A(r) \exp[-i\varphi(r, \phi)] \quad (5)$$

远场分布可看成是近场分布的二维傅里叶变换:

$$u_{\text{far}}(\rho, \vartheta) = F_2[u_{\text{near}}(r, \phi)] \quad (6)$$

最终得到<sup>[9-10]</sup>:

$$u_{\text{far}}(\rho, \vartheta) = \sum_{p=0}^{\infty} c_p^\ell \cdot i^{2p+|\ell|} 2\pi \cdot u_p^\ell(\rho, \vartheta) * \left( \delta\left(\frac{k\sin 2\theta_b}{2\pi} + \xi\right) \cdot \delta(\eta) \right) = \sum_{p=0}^{\infty} c_p^\ell \cdot i^{2p+|\ell|} \cdot 2\pi \cdot u_p^\ell\left(\frac{k\sin 2\theta_b}{2\pi} + \xi, \eta\right) \quad (7)$$

加入了闪耀光栅项后,入射高斯基模光束的远场衍射图样中所有光强被闪耀到 1 级,1 级相对于 0 级衍射中心有  $k\sin 2\theta_b/2\pi$  的横向平移,其中  $\theta_b$  是闪耀角。生成的 LG 光束是不纯的,为角向指数  $\ell$  相同、径向指数  $p$  不同的多种模式的叠加。

## 3 实验现象及分析

### 3.1 实验系统

实验光学系统如图 2 所示<sup>[11]</sup>。光源采用波长  $\lambda=532$  nm 的 Nd:YAG 连续固体激光器,输出高斯基模线偏振光。通过扩束镜,使光束宽度与 SLM 的有效区域相匹配。半波片用于调整入射光的偏振方向。采用的 SLM(BNS 公司生产,型号为 Model

P512-0532) 相位调制度为  $0 \sim 2\pi$ , 相位等级大于 50。经 SLM 相位调制后, 生成的 LG 光束经望远镜系统压缩和  $100\times$  浸油物镜 ( $NA = 1.25$ ) 会聚, 形成光镊。分光镜将光镊光路和观察光路分离。照明光源采用白光, 经分光镜后在 CCD 上成像。样品为 CuO 微粒的水溶液, 微粒直径在  $1 \sim 8 \mu\text{m}$ 。

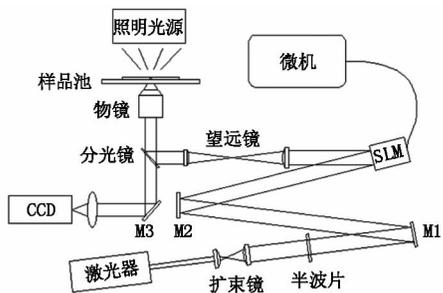


图2 实验光路

图3为根据式(1)计算的两种 LG 模式 ( $p = 0, 1, \ell = 5$ ) 的理论光强分布以及相机拍摄到的远场分布。可见, 得到的光强分布与理论基本一致。

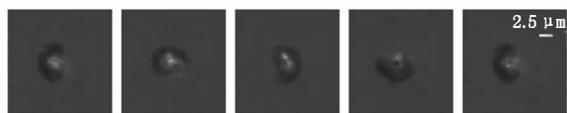
$LG_p^\ell$	$\ell = 5, p = 0$	$\ell = 5, p = 1$
理论计算		
实验光强		

图3  $LG_p^\ell (p = 0, 1, \ell = 5)$  光束的理论计算光强分布及实验光强分布

### 3.2 光学漩涡对微粒的捕获和旋转

#### 3.2.1 单个微粒绕轴旋转

图4为 CCD 拍摄到的单个直径约  $6.75 \mu\text{m}$  的样品颗粒被光学漩涡捕获于暗中空区域, 发生绕平行于光轴的固定轴旋转的系列图片。对应激光功率  $P = 0.31 \text{ W}$ , 采用的是  $LG_0^5$  光束。



(a)0 s (b)0.5 s (c)1 s (d)1.5 s (e)2 s

图4 单个直径约  $6.75 \mu\text{m}$  微粒被光学漩涡暗中空区域捕获

保持图4其他实验条件不变, 改变激光功率, 得到粒子绕轴旋转的周期  $T$  随激光功率  $P$  的变化关系(如图5所示)。由图5可以看出, 绕轴旋转周期  $T$  随着激光功率  $P$  的增大而减小。当  $P = 0.332 \text{ W}$  时, 由于吸收性, 粒子吸热熔化, 粘连在玻片上, 停止旋转。

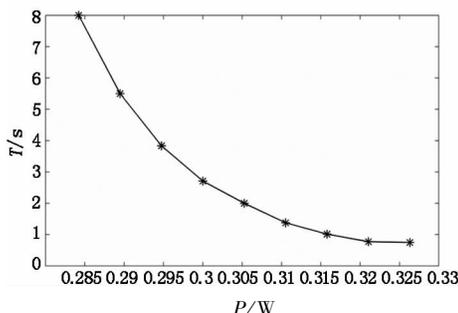
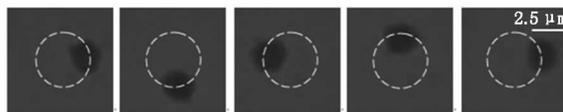


图5 单个直径约  $6.75 \mu\text{m}$  微粒绕轴旋转周期  $T$  随激光功率  $P$  的变化

#### 3.2.2 单个微粒绕轨道旋转

图6为 CCD 拍摄到的单个直径约  $2.5 \mu\text{m}$  的微粒被光学漩涡的最大亮环处捕获, 发生绕轨道旋转的系列图片。对应激光功率  $P = 0.41 \text{ W}$ , 采用的是  $LG_0^5$  光束。



(a)0 s (b)2.67 s (c)5.33 s (d)8 s (e)10.67 s

图6 单个直径约  $2.5 \mu\text{m}$  微粒被光学漩涡最大亮环处捕获

保持图6其他实验条件不变, 改变激光功率, 得到粒子绕轨道旋转的周期  $T$  随激光功率  $P$  的变化关系, 如图7所示。

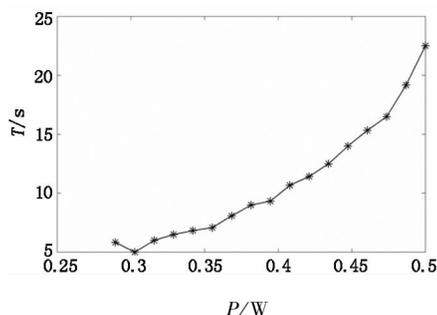


图7 单个直径约  $2.5 \mu\text{m}$  微粒绕轨道旋转的周期  $T$  随激光功率  $P$  的变化

由图7可见, 粒子绕轨道旋转的周期  $T$  随着激光功率  $P$  的增大, 呈现一个先减小后增大的趋势, 这种反常现象与 Grier 等人绕轨道旋转  $800 \text{ nm}$  聚苯乙烯时的实验现象一致<sup>[12-13]</sup>。Grier 等人认为这是由于“热点”的存在, 粒子不是流畅地, 而是跳跃着旋转。光学漩涡中的“热点”是由于空间光调制器像素间距会使光强分布产生波纹, 影响粒子的旋转, 使得粒子的停滞时间增加。随着激光功率  $P$  的增大, 这种“热点”效应越明显。

图8是在激光功率  $P = 0.5 \text{ W}$  时, 图6中直径约  $2.5 \mu\text{m}$  的微粒绕轨道旋转的周期  $T$  在径向指数  $p = 1$  的条件下随角向指数  $\ell$  的变化。由图8可见,

粒子绕轨道旋转周期  $T$  与角向指数  $\ell$  成反比关系, 即随着  $\ell$  的增大, 粒子旋转加快。这是由于在一定的激光功率下, 随着  $\ell$  的增大, 传递给微粒的轨道角动量增加。

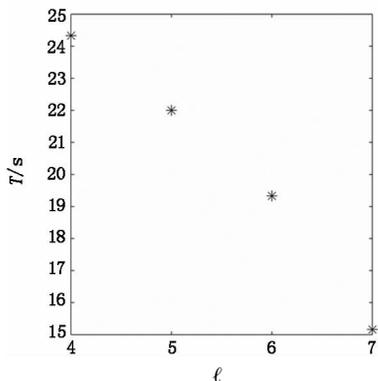
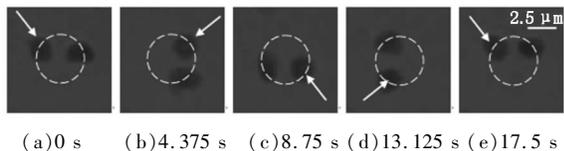


图8 单个直径约  $2.5 \mu\text{m}$  微粒绕轨道旋转的周期  $T$  随角向指数  $\ell$  的变化 ( $p=1$ )

### 3.2.3 多个微粒绕轨道旋转

LG 光束也可以同时捕获多个微粒绕轨道旋转。当单个微粒绕轨道旋转时, 造成流场变化, 很容易吸引附近微粒参与旋转。图 9 是采用  $\text{LG}_0^5$  光束, 激光功率  $P=0.37 \text{ W}$  时, 两个  $\text{CuO}$  粒子绕轨道旋转。



(a) 0 s (b) 4.375 s (c) 8.75 s (d) 13.125 s (e) 17.5 s

图9 两个直径约  $2 \mu\text{m}$   $\text{CuO}$  微粒被光学漩涡最大亮环处捕获, 绕轨道旋转

## 4 结 论

本文论述了产生 LG 光束的计算全息图设计原理, 给出了利用计算全息再现 LG 光场的理论分析。在全息光镊实验平台上实现了 LG 光束的再现, 以吸收性  $\text{CuO}$  微粒为对象进行了系列旋转操纵实验。实验发现单个微粒可以被光学漩涡捕获在暗中空区域实现绕固定轴旋转, 也可以被囚禁在光强最大值处实现绕轨道旋转; 还实现了多个微粒的绕轨道旋转。绕轴旋转与绕轨道旋转的周期随激光功率的变化呈现出不同的变化趋势。前者随着激光功率的增大, 逐渐减小; 后者随着激光功率的增大, 先减小后增大。随着角向指数的增加, 绕轨道旋转的周期减小。所得结果可用于光致旋转中对微粒旋转的精确操控。此研究在微马达、微纳器件光致驱动及生物医学等领域具有重要的应用价值。

### 参考文献:

[1] Huang Huiqin, Zhao Chengliang, Lu Xuanhui. Progress in

hollow beams[J]. Laser & Infrared, 2007, 37(4): 300 - 303. (in Chinese)

黄慧琴, 赵承良, 陆璇辉. 空心光束的研究进展[J]. 激光与红外, 2007, 37(4): 300 - 303.

- [2] He H, Friese M E J, Heckenberg N R, et al. Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity[J]. Physical Review Letters, 1995, 75: 826 - 829.
- [3] Simpson N B, Dholakia K, Allen L, et al. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner[J]. Optics Letters, 1997, 22: 52 - 54.
- [4] Ladavac K, Grier D G. Microoptomechanical pumps assembled and driven by holographic optical vortex arrays[J]. Optics Express, 2004, 12: 1144 - 1149.
- [5] Agarwal R, Ladavac K, Roichman Y, et al. Manipulation and assembly of nanowires with holographic optical traps[J]. Optics Express, 2005, 13: 8906 - 8912.
- [6] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. Physical Review A, 1992, 45: 8185 - 8189.
- [7] Ohtake Y, Ando T, Fukuchi N, et al. Universal generation of higher-order multiring Laguerre-Gaussian beams by using a spatial light modulator[J]. Optics Letters, 2007, 32: 1411 - 1413.
- [8] Matsumoto N, Ando T, Inoue T, et al. Generation of high-quality higher-order Laguerre-Gaussian beams using liquid-crystal-on-silicon spatial light modulators[J]. J. Opt. Soc. Am. A., 2008, 25: 1642 - 1651.
- [9] Bogush A J Jr, Elkins R E. Gaussian field expansions for large aperture antennas[C]. IEEE Trans. On Ant. and Prop., 1986, AP - 34: 228 - 243.
- [10] Li Feng, Gao Chunqing, Liu Yidong, et al. Experimental study of the generation of Laguerre-Gaussian beam using a computer-generated amplitude grating[J]. Acta Phys. Sin., 2008, 57: 860 - 866. (in Chinese)
- 李丰, 高春清, 刘义东, 等. 利用振幅光栅生成拉盖尔-高斯光束的实验研究[J]. 物理学报, 2008, 57: 860 - 866.
- [11] Tao Tao, Jing Li, Qian Long, et al. 3D trapping and manipulation of micro-particles using holographic optical tweezers with optimized computer-generated holograms[J]. Chin. Opt. Lett., 2011, 9: 120010(4).
- [12] Grier D G. A revolution in optical manipulation[J]. Nature, 2003, 424: 810 - 816.
- [13] Curtis J E, Grier D G. Structure of optical vortices[J]. Physical Review Letters, 2003, 90: 133901(4).