文章编号:1001-5078(2013)05-0491-05

· 激光应用技术 ·

## 激光多普勒冷却场中中性钠原子的耗散力特性

朱保华1,黄 静2,张宝武3

(1. 桂林电子科技大学,广西 桂林 541004;2. 贵州民族学院,贵州 贵阳 550000;3. 中国计量学院,浙江 杭州 310018)

**摘 要:**分析了激光多普勒冷却场作用下中性钠原子的受力特性,基于光学布洛赫方程和密度 矩阵探讨了中性钠原子的耗散力,得到了不同激光多普勒冷却场参数条件下耗散力的特征。 仿真结果表明侧面冷却可以由激光多普勒冷却场来实现。这为沉积原子光刻技术打下了理论 基础。

关键词:激光冷却:耗散力:钠原子

中图分类号:TN249

文献标识码: A DOI: 10.3969/j.issn. 1001-5078.2013.05.004

## Neutral Na atoms' dissipative force in laser Doppler cooling field

ZHU Bao-hua<sup>1</sup>, HUANG Jing<sup>2</sup>, ZHANG Bao-wu<sup>3</sup>

(1. Guilin University of Electronic and Technology, Guilin 541004, China;

2. Guizhou University for Nationalities, Guiyang 550000, China;

3. College of Metrology & Measurement Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract**: The characteristics of neutral Na atoms force is analyzed in laser Doppler cooling field. The characteristics of neutral Na atoms dissipative force is discussed based on Optical Bloch Equation and Density Matrix. The dissipative force's characteristics is simulated under different laser cooling field parameters. The simulation results show that the lateral cooling can be realized by laser Doppler cooling field. It provides the important theoretical basis for the deposition atomic photoetching technology.

Key words: laser cooling; dissipative force; sodium atom

## 1 引 言

如果利用两束同频率、同强度、同偏振方向、沿 相反方向传输的光束作用在原子上,当原子静止时, 则原子所受到的合力为零,这是因为两束光的波矢

 的激光束的相互作用会更强,由于耗散力的作用, 这样也会进一步减小原子的运动速度,此即为激 光多普勒冷却的基本机理<sup>[1-2]</sup>。

2 二能级钠原子光学布洛赫方程

原子与激光场相互作用的过程中,系统的密度 算符ρ包含了二者相互作用的有效信息,故此可以 通过求解激光场与原子系统的密度算符ρ来描述激 光场中原子的运动问题。由于哈密顿量 H 与光学 布洛赫方程的密度算符ρ之间的关系为<sup>[3]</sup>:

收稿日期:2012-10-29;修订日期:2012-11-14

基金项目:国家自然科学基金(No.11064002);广西自然科学基金(No.2012GXNSFAA053229);贵州教育厅基金(No.20090019);浙 江人才计划(No.2011R10094)资助。

**作者简介**:朱保华(1974 - ),女,讲师,主要从事激光技术方面的研究。E-mail:uestczrk@126.com

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = \begin{bmatrix} H & \rho \end{bmatrix} \tag{1}$$

则对于二能级原子的四个密度矩阵算符 $\rho_{gg}, \rho_{eg}, \rho_{gg}$ ,  $\rho_{eg}, \rho_{gg}$ ,  $\rho_{eg}, \rho_{eg}, \rho_{eg}$ ,  $\rho_{eg}, \rho_{eg}, \rho_{eg}$ ,  $\rho_{eg}, \rho_{eg}, \rho_{eg}, \rho_{eg}$ ,  $\rho_{eg}, \rho_{eg}, \rho_{eg},$ 

$$\frac{\mathrm{d}\rho_{ee}}{\mathrm{d}t} = \mathrm{i} \, \frac{\vec{d} \cdot \vec{E} e^{-\mathrm{i}\omega_{l}t}}{\hbar} \rho_{ge} - \mathrm{i} \, \frac{\vec{d} \cdot \vec{E} e^{\mathrm{i}\omega_{l}t}}{\hbar} \rho_{eg}$$
$$\frac{\mathrm{d}\rho_{eg}}{\mathrm{d}t} = \mathrm{i}\omega_{o}\rho_{eg} + \mathrm{i} \, \frac{\vec{d} \cdot \vec{E} e^{-\mathrm{i}\omega_{l}t}}{\hbar} (\rho_{gg} - \rho_{ee}) \tag{2}$$
$$\frac{\mathrm{d}\rho_{gg}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\rho_{ee}}{\mathrm{d}t} \quad \frac{\mathrm{d}\rho_{ge}}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\mathrm{d}\rho_{eg}}{\mathrm{d}t}\right)^{*}$$

式中,下标"g"表示基态;"e"表示激发态。

考虑到原子与激光场的耦合,则当二者相互耦 合时,上述的方程具有如下的特殊形式<sup>[3-4]</sup>:

$$\left(\frac{\mathrm{d}\rho_{ee}}{\mathrm{d}t}\right) = -\left(\frac{\mathrm{d}\rho_{gg}}{\mathrm{d}t}\right) = -\Gamma\rho_{ee}$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}\rho_{eg}}{\mathrm{d}t}\right) = -\frac{\Gamma}{2}\rho_{eg} \quad \left(\frac{\mathrm{d}\rho_{ge}}{\mathrm{d}t}\right) = -\frac{\Gamma}{2}\rho_{ge}$$

$$(3)$$

其中,*Γ*<sup>-1</sup>为激发态的辐射寿命。在接下来的讨论 中认为原子的密度算符可以直接通过把激光场的运 动和自发辐射的贡献直接相加来得到,则总的密度 算符为式(2)和式(3)之和,即:

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}\rho_{ee}}{\mathrm{d}t} = -\Gamma\rho_{ee} + \mathrm{i}\,\frac{\overrightarrow{d}\cdot\overrightarrow{E}e^{-\mathrm{i}\omega_{l}t}}{\hbar}\rho_{ge} - \mathrm{i}\,\frac{\overrightarrow{d}\cdot\overrightarrow{E}e^{\mathrm{i}\omega_{l}t}}{\hbar}\rho_{eg} \\ \frac{\mathrm{d}\rho_{eg}}{\mathrm{d}t} = \left(-\mathrm{i}\omega_{o}-\frac{\Gamma}{2}\right)\rho_{eg} + \mathrm{i}\,\frac{\overrightarrow{d}\cdot\overrightarrow{E}e^{-\mathrm{i}\omega_{l}t}}{\hbar}(\rho_{gg}-\rho_{ee}) \end{cases}$$

$$(4)$$

上式即为具体的光学布洛赫方程。在稳态条件下, $\rho_{ee}$ 和 $\rho_{gg}$ 均趋于一个常值,而 $\rho_{eg}$ 及 $\rho_{ge}$ 则分别会按着 $e^{-i\omega_{l}t}$ , $e^{i\omega_{l}t}$ 进行振荡。当作用时间达到特征时间  $\Gamma^{-1}$ 后,系统就达到了上述的稳态情况。结合式(4) 和密度算符的迹守恒条件 $\rho_{ee} + \rho_{gg} = 1$ ,厄米共轭特 性条件 $\rho_{eg} = \rho_{ge}^{*}$ 则可以求解出稳态条件下 $\rho_{eg}$ 的值,即为<sup>[5]</sup>:

$$\rho_{eg} = i \frac{\vec{d} \cdot \vec{E} e^{-i\omega_{\ell}t}/\hbar}{i\delta + \Gamma/2} (1 - 2\rho_{ee})$$
(5)

将式(5)代入 $\rho_{ee}$ 的表达式,则可以得到:

$$\rho_{ee} = \frac{S_0}{2(1+S_0)} \tag{6}$$

其中,  $S_0 = \frac{2|\vec{d} \cdot \vec{E}|^2 / \hbar^2}{\Delta^2 + \Gamma^2 / 4} = \frac{2E_0^2 \mu^2 \Gamma^2}{\hbar^2} = \frac{I}{I_s}$ 为饱和系数;  $\Delta$  为反转粒子数密度; I 为光强;  $I_s$  为饱和光强。 由式(6)可知, 激发态的粒子数  $\rho_{ee}$ 在饱和参数  $S_0$  较小的条件下,随该饱和参数 $S_0$ 的增加而线性增加。

则其余三个密度算符也可以求解出其具体形式,分别为:

$$\begin{cases} \rho_{eg} = -\frac{\vec{d} \cdot \vec{E}/\hbar}{\Delta + i\Gamma/2} \cdot \frac{1}{1+S_0} \\ \rho_{gg} = \frac{2+S_0}{2(S_0+1)} \\ \rho_{ge} = -\frac{\vec{d} \cdot \vec{E}^*/\hbar}{\Delta - i\Gamma/2} \cdot \frac{1}{1+S_0} \end{cases}$$
(7)

由式(7)可知当  $S_0 \gg 1$  时, $\rho_{ee}$ 趋于 $\frac{1}{2}$ 。由于激发态的粒子以速率  $\Gamma$ 进行衰减,且在稳态条件下激

发速率和衰减速率相等,则激光场总的散射速率可以表示为<sup>[5]</sup>:

$$\gamma_p = \Gamma \rho_{ee} = \frac{S_0 \Gamma/2}{1 + S_0 + (2\delta/\Gamma)^2}$$
(8)

当激光场强度较大时, $S_0 \gg 1$ ,则 $\gamma_p$ 饱和于 $\frac{\Gamma}{2}$ ,则上式可以表示为:

$$\gamma_p = \left(\frac{S_0}{1+S_0}\right) \left(\frac{\Gamma/2}{1+(2\delta/\Gamma')^2}\right) \tag{9}$$

其中, $\Gamma' = \Gamma \sqrt{1 + S_0}$ 为跃迁过程的功率展宽线宽。 3 耗散力特性分析

图1给出了不同饱和参数*S*<sub>0</sub>条件下线宽的展 宽和激光失谐量之间的关系。由图可以看出当饱和 参数*S*<sub>0</sub>较大时(*S*<sub>0</sub>>1),功率展宽的轮廓具有较大 的展宽程度,这是由于当饱和参数较大时,随着边沿 区域激光强度的增加,其吸收过程也会随之加强,而 中心区域的原子却早已处于激发态,故此,轮廓中心 区域的吸收已经达到了饱和,而边沿区域的吸收却 未达到饱和。



从上面的分析中可知,在稳态条件下 Γ 的数值 即为激发态上所观察到原子的平均几率(即原子处 于激发态上的平均几率),该值来自于吸收过程之 间的竞争。该吸收过程将会对激发态的粒子数有贡 献,同时也会刺激自发辐射过程的进行,而该自发辐 射过程会使激发态的粒子数减少,使基态上的粒子 数增加。而  $Γρ_{ee}$ 的值表示稳态条件下,当激光照射 原子时的自发辐射率。当饱和参数值  $S_0$  较小时,该 自发辐射率与激光强度 $|\vec{E}|^2$ 成正比,当激光强度增 大时,饱和参数  $S_0$  变的远远大于 1,则稳态值  $ρ_{ee}$ 趋 于 1/2,这就意味着原子将会有一半的时间处于激 发态上,在这种情况下,自发辐射率趋于 Γ/2。

对于激光行波场而言,可以表示为:

 $E(x,t) = E_{o}e^{-i\omega_{l}t}e^{ikx} = E_{o}e^{ikx-i\omega_{l}t}$ (10) 则密度矩阵方程<sup>[6]</sup>为:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{eg} = -\left(i\omega + \frac{1}{\Gamma}\right) \rho_{eg} - i\frac{\mu}{\hbar} E(x,t)\left(\rho_{ee} - \rho_{gg}\right) \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho_{ge} = \left(i\omega - \frac{1}{\Gamma}\right) \rho_{ge} + i\frac{\mu}{\hbar} E(x,t)\left(\rho_{ee} - \rho_{gg}\right) \end{cases}$$
(11)

将式(10)代入式(11),在一级近似条件下进行 积分,可得:

$$\rho_{eg} = -\frac{i\mu}{\hbar} \left( \frac{E \cdot \Delta}{1/\Gamma + i(\omega_0 - \omega_L)} e^{-i\omega_L t} + \frac{E \cdot \Delta}{1/\Gamma + i(\omega_0 + \omega_L)} e^{-i\omega_L t} \right)$$
(12)

在旋波近似条件下,上式可以简化为:

$$\rho_{eg} = -\frac{\mathrm{i}\mu}{\hbar} \cdot \frac{E \cdot \Delta}{1/\Gamma + \mathrm{i}(\omega_0 - \omega_L)} e^{-\mathrm{i}\omega_L t}$$
(13)

考虑到多普勒频移,则有:

$$\rho_{eg}(\nu) = \frac{i\mu}{\hbar} \Big[ \frac{E \cdot \Delta}{1/\Gamma + i(\omega_0 - k\nu - \omega_L)} + \frac{E \cdot \Delta}{1/\Gamma + i(\omega_0 + k\nu - \omega_L)} \Big] e^{-i\omega_L t}$$
(14)

于是可以得到原子的极化为:

$$\vec{P} = \vec{\mu} (\rho_{eg} + \rho_{ge}) = \frac{i\mu^2}{\hbar} \vec{E} \Delta \frac{1}{1/\Gamma + i(\omega_0 - k\nu - \omega_L)}$$
(15)

在电偶极近似条件下,根据量子力学可知,激光 场中原子所受的力为激光场的梯度与原子极化的标 积,即为:

$$F_2 = \nabla \vec{E} \cdot \vec{\mu} (\rho_{eg} + \rho_{ge})$$
(16)

将式(10)、式(15)代入式(16)可得:  

$$F_{2} = \frac{4\Gamma\mu^{2}E_{o}^{2}\Delta k}{\hbar}\sin(\omega_{L}t - kx) \times [\Gamma(\omega_{0} - k\nu - \omega_{L})\cos(\omega_{L}t - kx) + \sin(\omega_{L}t - kx)] \times L(\omega_{0} - k\nu - \omega_{L})$$
(17)

其中,
$$L(\omega_0 - k\nu - \omega_L) = \frac{(1/\Gamma)^2}{(1/\Gamma)^2 + (\omega_0 - k\nu - \omega_L)^\circ}$$
  
式(17)对时间求平均,可得:

$$\langle F_2 \rangle = \frac{2\Gamma\mu^2 E_o^2 \Delta k}{\hbar} L(\omega_0 - k\nu - \omega_L)$$
(18)

根据式(7)中引进的饱和参数,且令 $\delta = \omega_L - \omega_0$ 为激光失谐量,则行波场作用于原子的力最终可以表示为:

$$F_{2} = -\frac{\hbar k}{\Gamma} \cdot S_{0} \cdot \frac{L(\omega_{0} - k\nu - \omega_{L})}{1 + S_{0}L(\omega_{0} - k\nu - \omega_{L})}$$
$$= -\frac{\hbar k\Gamma}{2} \cdot \frac{S_{0} \cdot \frac{(\Gamma/2)^{2}}{(\Gamma/2)^{2} + (\omega_{0} \pm k\nu - \omega_{L})^{2}}}{1 + S_{0} \cdot \frac{(\Gamma/2)^{2}}{(\Gamma/2)^{2} + (\omega_{0} \pm k\nu - \omega_{L})^{2}}}$$
$$= \pm \frac{\hbar k\Gamma}{2} \cdot \frac{S_{0}}{1 + S_{0} + 4[\delta \mp k\nu)\Gamma]^{2}}$$
(19)

对于由式(19)所给出的力  $F_2$  而言,当处于激 光场中的原子具有动量为  $m \nu$ 时,该原子吸收激光 场动量为 hk 的光子后,原子的动量将会发生变化, 其相应的速度也会产生量值为  $\Delta \nu = hk/m$  的变化。 假若此时  $\vec{\nu} 与 \vec{k}$  同向,则原子将受到一种加速作 用,反之当 $\vec{\nu} 与 \vec{k}$  反向,则原子将会受到一种减速 的作用。原子吸收光子后将通过自发辐射重新回到 基态,释放出的光子是各向同性的,多次自发辐射平 均起来,则对于原子动量变化的贡献为零。这样,原 子在每一光子吸收和再发射过程中平均得到  $\Delta \nu$  的 净速度变化。对于钠原子而言,在 389 nm 的共振辐 射激光场作用下,每个吸收 – 自发辐射过程所引起 的速度变化为 1.8 cm/s,由于此力与自发辐射有 关,所以称该力为自发辐射力,也称为耗散力。

由式(19)可见,该耗散力具有共振的性质,当  $\omega_L = \omega_0$ ,即当激光场的频率与钠原子的共振频率相 同时此耗散力具有最大值。对于钠原子而言,在激 光共振波长  $\lambda = 389$  nm 的激光场作用下,钠原子所 获得的加速度为 2.8 × 10<sup>5</sup> m/s<sup>2</sup>,该值为重力加速度 的约 10<sup>5</sup> 倍,可见在耗散力的作用下,钠原子的运动 速度将会发生较大的改变。

图 2 给出了耗散力的共振特性,可见对于钠原子而言,当激光场的频率与钠原子的共振频率相同时,钠原子所受到的激光场耗散力最大,达到了 2 × 10<sup>-20</sup> N。



图 2 耗散力与激光场频率间的关系

图 3 给出了  $\delta = -\Gamma$  条件下该行波场对原子所 施加的力与饱和参数  $S_0$  之间的关系,从中可以看 出,随着  $S_0$  的增加(激光场强度增加),该力 F 也随 之增加并趋于饱和,且其饱和值为  $F_{max} = hk\Gamma/2$ 。 由于上述耗散力的作用,使得钠原子在激光场运动 时将会获得一定的加速度。



图 3 激光行波场中钠原子所受力与饱和参数 So 间的关系

图 4 给出了激光场强度一定( $S_0 = 1$ )时,不同 失谐量条件下原子速度与所受激光场耗散力之间的 关系,从中可以看出当激光失谐量为线宽的一半,即  $\delta/\Gamma = -0.5$ 时,该激光场耗散力达到最大值。





原子运动速度之间的关系

图 5 给出了不同饱和参数条件下激光失谐量与 激光场对原子的阻尼系数之间的关系。从图中可以 得知,当激光强度较小,失谐量较小时,原子所受到 的阻尼系数 β 与激光功率及激光失谐量均成线性关 系。当激光失谐量为原子线宽的一半,即 $\delta$ = -0.5 *Γ*时,该阻尼系数达到最大值。这正好与图4 的结果相吻合,但是当激光失谐量大于  $0.5 \Gamma$ ,光强 大于饱和强度  $I_s$  时, $\beta$  达到饱和甚至开始降低。这 是由于饱和跃迁所导致的,此时原子的吸收速率仅 仅依赖其速度。以铬原子在激光场中受到的阻尼力 为例,铬原子对应的跃迁能级为 $^{7}P_{4} \rightarrow ^{7}S_{3}$ ,相应的跃 迁波长为λ=425.55 nm,故每个光子所携带的动量 为 ħk = 15.6 × 10<sup>-28</sup> kg · m/s,该跃迁所对应的寿命 为31.77 ns,假定有50%的粒子处于激发态,则激光 场中铬原子所能获得的阻尼力高达 2.46 ×  $10^{-20}$  N, 相应的加速度为2.8×10<sup>5</sup> m/s<sup>2</sup>,这要远远大于电场

或磁场所带来的效应。



图 5 不同饱和参数条件下激光失谐量与阻尼系数之间的关系

4 结束语

本文基于光学布洛赫方程和密度矩阵分析了多 普勒激光冷却场作用下二能级中性钠原子的耗散力 特性,并对不同激光场参数条件下的耗散力特性进 行了仿真,仿真结果显示利用多普勒激光冷却场可 实现中性钠原子的横向冷却,为沉积型原子光刻技 术提供了重要的理论指导。

## 参考文献:

[1] Wang Yuzhu, Xu Zhen. Laser cooling and its applications in science and technology[J]. Progress in Physics, 2005, 25(4):347-352. (in Chinese) 王育竹,徐震. 激光冷却及其在科学技术中的应用

[J].物理学进展,2005,25(4):347-352.

[2] Zhang Wentao, Li Tongbao. Development of ultra-high vacuum chromium atomic sources in atom lithography [J]. Laser & Infrared, 2007, 37(2):155 – 157. (in Chinese)

张文涛,李同保.用于铬原子光刻的超高真空原子源的研制[J].激光与红外,2007,37(2):155-157.

- [3] P D Lett, W D Phillips, S L Rolston, et al. Optical molasses[J]. J. Opt. Soc. Am. B, 1989, 6 (11):2084 - 2107.
- [4] Zhang Baowu, Zhang Wentao, Ma Yang, et al. Collimation of chromium beam by one-dimensional doppler laser with large collimating slit [J]. Acta Phys. Sin, 2008, 57: 5485 - 5490.
- [5] Zhang Baowu, Li Tongbao, Ma Yan. One-dimensional doppler laser collimation of chromium beam with a novel pre-collimating scheme [J]. Chinese Optics Letters, 2008, 6:782-784.
- [6] M Mutzel, U Rasbach, D Meschede. Atomic nanofabrication with complex light fields [J]. Appl. Phys. B, 2003, 77:1-9.
- [7] Zhang Wentao, Zhu Baohua, Huang Jing, et al. Chromium atom deposition in elliptical standing wave filed [J]. Acta Phys. Sin, 2011, 60:103203 - 1 - 5.
- [8] Zhang Wentao, Zhu Baohua, Huang Jing, et al. Influence of divergence angle on deposition of neutral chromium atoms using laser standing wave [J]. Chinese Physics B, 2012,32:033301-1-5.
- [9] Zhang Wentao, Zhu Baohua, Xiong Xianming. Analysis of nanometer structure for chromium atoms in gauss standing laser wave [J]. Chinese Physics Letters, 2010, 27: 12302 - 1 - 4.