文章编号:1001-5078(2016)11-1394-05　　·光电对抗·

激光干扰卫星的 Erlang 排队模型及其仿真运用

张　阳,刘湘伟,郝成民,姜　林
(电子工程学院,安徽 合肥 230037)

摘　要:建立了激光干扰卫星的 Erlang 排队模型,评估激光干扰站应对卫星多种过顶侦察情况的作战效能,定量分析完成干扰任务的兵力需求,通过仿真计算验证了模型在激光干扰系统效能评估与兵力需求计算方面的有效性,可为指挥员优化激光干扰系统的作战运用提供有益借鉴。

关键词:Erlang 排队模型;激光干扰;效能评估;兵力需求
中图分类号:TN972　　**文献标识码**:A　　**DOI**:10.3969/j.issn.1001-5078.2016.11.019

Erlang queuing model of laser jamming for satellite and its simulation application

ZHANG Yang, LIU Xiang-wei, HAO Cheng-min, JIANG Lin
(Institute of Electronic Engineering, Hefei 230037, China)

Abstract: The Erlang queuing model of laser jamming for satellite was set up, and the operational effectiveness of the laser jamming stations in response to a variety of satellite-borne photoelectric reconnaissance was evaluated, and the force requirement to complete the jamming task was quantitatively analyzed. The validity of the model on efficiency evaluation of the laser jamming system and force demand are verified by the simulation results. This research can provide a good reference for commanders' operational application optimization of the laser jamming system.

Key words: Erlang queuing model; laser jamming; efficiency evaluation; force demand

1　引　言

地面重要军事设施面临来自光电侦察卫星全天候、全方位的立体侦察[1],激光干扰可为地面重要军事设施提供有效防护[2-4],研究激光干扰系统在应对多卫星过顶情况下的作战效能评估问题和兵力需求问题具有重要意义。本文在分析卫星过顶的实际情况的基础上,将过顶侦察的卫星看作顾客,将激光干扰系统看作服务系统[5],建立 Erlang 排队模型,对激光干扰低轨光电侦察卫星的效能进行评估,进而在效能评估的基础上计算兵力需求。

2　激光干扰系统的排队模型的建立

将防护区域划分为 n 个干扰任务区,每个干扰任务区内的激光干扰子系统由 $s_i(i=1,2,\cdots,n)$ 部同类型的激光干扰站组成,根据激光干扰的特性,作出以下假设:

假设一:单部激光干扰站在同一时刻只能对一部过顶卫星进行干扰;

假设二:进入干扰任务区的卫星只安排一部干扰站进行干扰;

假设三:在激光干扰子系统的排队论模型中,激光干扰站的干扰压制区是重叠的。

2.1　输入过程

本文采用 r 阶 Erlang 分布模拟卫星的过顶情况,Erlang 分布可依据 r 值描述完全随机到完全确定之间的所有情况[6],依据情报信息,赋予 Erlang

作者简介:张　阳(1991 -),男,硕士,主要从事光电对抗方面的研究。E-mail:bzzwtzz@sina.com
收稿日期:2016-01-29;修订日期:2016-03-18

分布不同的 r 值,可以比较准确地模拟卫星过顶的实际情况。

卫星进入干扰任务区 i 的相继到达时间服从参数为 λ_i 的 r 阶 Erlang 分布,其概率密度函数为:

$$a_i(t)=\begin{cases}\dfrac{r\lambda_i(r\lambda_i t)^{r-1}}{(r-1)!}e^{-r\lambda_i t} & t\geqslant 0\\ 0 & t<0\end{cases} \tag{1}$$

式中,$\lambda_i(i=1,2,\cdots,n)$ 表示卫星进入干扰任务区 i 平均到达率。则当干扰任务区 i 内的激光干扰系统处于状态 k_i 时,新来卫星的平均到达率 $\lambda_{k_i}^i$ 为:

$$\lambda_{k_i}^i=\begin{cases}r\lambda_i & k_i=0,1,2,\cdots,s_i-1\\ 0 & k_i\geqslant s_i\end{cases} \tag{2}$$

2.2 排队规则

在时间 $(0,t)$ 内到达的卫星数 $N(t)$ 的概率分布满足 r 阶 Erlang 分布,记为:

$$N(t)\sim\Gamma(r,\lambda_i) \tag{3}$$

当 s_i 部干扰站都在执行干扰任务时,新进入干扰任务区 i 的光电侦察卫星将不受干扰,因此激光干扰子系统是一个多服务台损失制排队系统。

2.3 服务机制

每部激光干扰站的服务时间(干扰时间)服从参数为 μ 的负指数分布,其概率密度函数为:

$$b(t)=\begin{cases}\mu e^{-\mu t} & t\geqslant 0\\ 0 & t<0\end{cases} \tag{4}$$

式中,μ 表示干扰站的平均干扰率。则当激光干扰系统处于状态 k_i 时,激光干扰子系统的平均干扰率 μ_{k_i} 为:

$$\mu_{k_i}=k_i\mu \qquad k_i=0,1,2,\cdots,s_i \tag{5}$$

服务强度 ρ_i 定义为服务台处于忙的状态的概率,表示式为:

$$\rho_i=\frac{r\lambda_i}{\mu} \tag{6}$$

则对于多服务台系统的服务强度 $\rho_{ki}(k_i=1,2,\cdots,s_i)$ 有:

$$\rho_{ki}=\frac{r\lambda_i}{k_i\mu} \tag{7}$$

2.4 基于排队论的激光干扰效能评估指标

根据排队论的平衡方程,有:

$$\begin{cases}P_{ki}=\dfrac{\rho_i^{k_i}}{k_i!}P_0 & 0\leqslant k_i\leqslant s_i\\ \displaystyle\sum_{k_i=0}^{s_i}P_{ki}=1\end{cases} \tag{8}$$

由式(8)可得:

$$P_0=\frac{1}{\displaystyle\sum_{k_i=0}^{s_i}\frac{\rho_i^{k_i}}{k_i!}} \tag{9}$$

则 t 时刻光电防护子系统内的卫星数 $N(t)$ 的状态分布为:

$$P_{ki}=P\{N(t)=k_i\}=\frac{\dfrac{\rho_i^{k_i}}{k_i!}}{\displaystyle\sum_{k_i=0}^{s_i}\frac{\rho_i^{k_i}}{k_i!}} \tag{10}$$

根据排队论的主要数量指标并结合激光干扰光电侦察卫星的作战背景,选取效能评估指标如下:

(1)卫星损失率

当 $k_i>s_i$ 时,只能对 s_i 颗卫星提供服务,多余的卫星将自动从排队系统中离去(未受干扰),称这部分卫星被损失掉了,则激光干扰子系统的卫星损失率 P_{si} 为:

$$P_{si}=\frac{\dfrac{\rho_i^{s_i}}{s_i!}}{\displaystyle\sum_{k_i=0}^{s_i}\frac{\rho_i^{k_i}}{k_i!}} \tag{11}$$

整个激光干扰系统的卫星损失率 P_{lost} 为:

$$P_{lost}=\frac{\displaystyle\sum_{i=0}^{n}k_iP_{si}}{\displaystyle\sum_{i=0}^{n}k_i} \tag{12}$$

(2)干扰概率

干扰概率 $P_{fi}(i=1,2,\cdots,n)$ 定义为过顶卫星中被干扰的卫星数量占总数量的比例,表达式为:

$$P_{fi}=1-P_{si}=1-\frac{\dfrac{\rho_i^{s_i}}{s_i!}}{\displaystyle\sum_{k_i=0}^{s_i}\frac{\rho_i^{k_i}}{k_i!}} \tag{13}$$

则整个激光干扰系统的干扰概率 P_{serve} 为:

$$P_{serve}=\frac{\displaystyle\sum_{i=0}^{n}k_iP_{fi}}{\displaystyle\sum_{i=0}^{n}k_i} \tag{14}$$

(3)压制成功率

定义 P_c 为激光干扰站有效干扰卫星的概率,与激光干扰站和光电侦察卫星的性能有关。则激光干扰子系统压制成功率 P_{yi} 由干扰站的有效干扰卫星概率和系统的服务率共同决定。表达式为:

$$P_{yi}=P_c\cdot P_{fi} \qquad i=1,2,\cdots,n \tag{15}$$

则对于整个激光干扰系统的压制成功率为:

$$P_{win} = \frac{\sum_{i=0}^{n} k_i P_{yi}}{\sum_{i=0}^{n} k_i} \tag{16}$$

3 激光干扰系统的排队模型运用

3.1 单颗卫星过顶侦察情况分析

单颗卫星过顶侦察是指 $r\lambda_i \ll \mu$，即进入干扰任务区的卫星到达时间间隔远大于单部干扰站的服务时间，一部激光干扰站就能满足干扰任务区内的干扰任务，此时，排队论模型可看成确定性模型。

在此情况下，干扰概率 $P_{fi} = 1$，则激光干扰子系统压制成功率为：

$$P_{yi} = P_c \qquad i = 1,2,\cdots,n \tag{17}$$

激光干扰系统效能完全取决于激光干扰站的性能。将式(17)代入式(16)可得激光干扰系统总的压制成功率 P_{win}。

所需的干扰站数量为：

$$N = n = \lceil \frac{\Omega}{\Omega_j} \rceil \tag{18}$$

式中，Ω_j 表示单部激光干扰站的干扰压制区面积；Ω 为防护区域的面积；符号⌈⌉表示上取整。

3.2 多颗卫星依次过顶侦察情况分析

多颗卫星依次过顶侦察指的是 $r\lambda_i \leqslant \mu$，即进入干扰压制区的卫星到达时间间隔大于单部干扰站的服务时间，此时，一部干扰站可以在下一颗卫星过顶前，完成对前一颗卫星的干扰。

在此情况下，$s_1 = s_2 = \cdots = s_n = 1$，激光干扰子系统简化为单服务台损失制排队系统，卫星损失率：

$$P_{si} = \frac{\rho_i}{1+\rho_i} \qquad i = 1,2,\cdots,n \tag{19}$$

干扰概率：

$$P_{fi} = 1 - P_{si} = \frac{1}{1+\rho_i} \qquad i = 1,2,\cdots,n \tag{20}$$

激光干扰子系统的压制成功率：

$$P_{yi} = P_c \cdot P_{fi} \tag{21}$$

当对干扰任务区 i 的压制成功率 P_{yi} 有要求时，可根据 $P_{fi} = \frac{P_{yi}}{P_c}$，将 P_{fi} 代入式(13)，求得干扰任务区 i 的兵力需求 s_i，则满足防护区域所需的激光干扰站数量：

$$N = \sum_{i=1}^{n} s_i \tag{22}$$

3.3 多颗卫星同时过顶侦察情况分析

多颗卫星同时过顶侦察指的是 $\mu < r\lambda_i \leqslant s_i\mu$，即卫星的来袭密度大于单部激光干扰站的服务能力，但对于整个激光干扰系统而言，服务强度 $\rho_s \leqslant 1$，依然能够达到平衡状态。在此情况下，根据式(12)、(14)、(16)可求得激光干扰系统的效能指标。

根据对干扰任务区 i 的压制成功率 P_{yi} 的要求，利用 $P_{fi} = \frac{P_{yi}}{P_c}$ 求得 P_{fi}，再根据式(13)，求得满足压制成功率需求的兵力需求 s_i。

4 计算实例

4.1 激光干扰系统效能仿真计算

4.1.1 实例设置

级要求为某阵地提供1 h的光电防护。根据任务需要将防护区域划分为6个任务区，每个任务区配置有 $s_i(i = 1,2,\cdots,6)$ 部同类型的激光干扰站，卫星进入各任务区的平均到达率分别为 $\lambda_i(i = 1,2,\cdots,6)$ 颗/min，服从10阶Erlang分布，激光干扰站的平均干扰时间为3 min，激光干扰站有效干扰卫星的概率 $P_c = 0.8$。则分析在单颗卫星过顶侦察、多颗卫星依次过顶侦察和多颗卫星同时过顶侦察等情况下的激光干扰系统效能。

4.1.2 仿真分析

(1)单颗卫星过顶侦察情况下的激光干扰系统效能计算

整个激光干扰系统的压制成功率为：

$P_{win} = P_c = 80\%$

(2)多颗卫星依次过顶侦察情况下的激光干扰系统效能计算

通过MATLAB仿真，可得到不同卫星过顶强度下的各激光干扰子系统的作战效能，结果如表1所示。

表1 激光干扰子系统作战效能

Tab. 1 Efficiency of laser jamming subsystem

	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
$r\lambda_i$	0.05	0.09	0.15	0.19	0.29	0.24
P_{fi}	0.88	0.78	0.70	0.64	0.54	0.58
P_{yi}	0.70	0.62	0.56	0.51	0.43	0.47

则整个激光干扰系统的压制成功率为：

$$P_{win} = \frac{\sum_{i=0}^{n} k_i P_{yi}}{\sum_{i=0}^{n} k_i} \approx 50.82\%$$

在卫星过顶流密度较大，且单部激光干扰站的装备性能不高的情况下，激光干扰系统的压制成功率较低，因此为保证对阵地进行有效防护，应适当增加干扰站数量。

(3)多颗卫星同时过顶侦察情况下的激光干扰

系统效能计算

在卫星过顶时的轨道方向未知的情况下，为保证阵地防护的全面性，令 $s_1 = s_2 = \cdots = s_6 = s$，仿真结果如表 2 所示。

表 2　不同干扰站数量下的激光干扰子系统作战效能

Tab. 2 Efficiency of laser jamming subsystem in different numbers of jamming stations

$s = 3$	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	$s = 4$	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
$r\lambda_i$	0. 43	0. 52	0. 62	0. 71	0. 81	0. 90	$r\lambda_i$	0. 43	0. 52	0. 62	0. 71	0. 81	0. 90
P_{fi}	0. 86	0. 81	0. 77	0. 73	0. 69	0. 66	P_{fi}	0. 95	0. 93	0. 90	0. 87	0. 84	0. 81
P_{yi}	0. 68	0. 65	0. 62	0. 59	0. 55	0. 53	P_{yi}	0. 76	0. 74	0. 72	0. 70	0. 67	0. 65

$s = 5$	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	$s = 6$	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
$r\lambda_i$	0. 43	0. 52	0. 62	0. 71	0. 81	0. 90	$r\lambda_i$	0. 43	0. 52	0. 62	0. 71	0. 81	0. 90
P_{fi}	0. 98	0. 97	0. 96	0. 95	0. 93	0. 91	P_{fi}	0. 99	0. 99	0. 98	0. 98	0. 97	0. 96
P_{yi}	0. 79	0. 78	0. 77	0. 76	0. 74	0. 73	P_{yi}	0. 80	0. 79	0. 79	0. 78	0. 77	0. 76

随着干扰站数量的增加各个干扰子系统的压制成功率均会上升，但在卫星过顶流密度一定的情况下，压制成功率的上升速度会变缓，继续增加干扰站数量并不会改善激光干扰系统的作战效能，如图 1 所示。

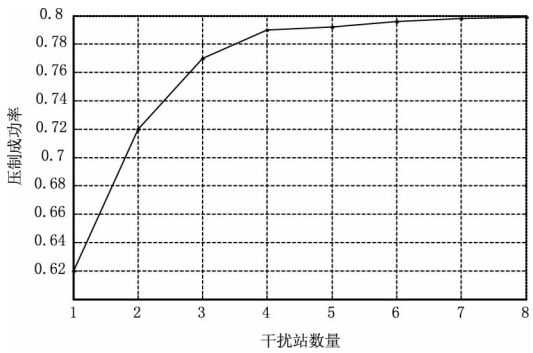

图 1　压制成功率与干扰站数量关系

Fig. 1 Relationship between the rate of suppression of success and the number of jamming stations

4. 2　激光干扰系统兵力需求仿真计算

4. 2. 1　实例设置

在上一节问题的基础上，为使得激光干扰各子系统的压制成功率均不低于 72%，分析在单颗卫星过顶侦察、多颗卫星依次过顶侦察和多颗卫星同时过顶侦察等情况下的激光干扰系统兵力需求。

4. 2. 2　仿真分析

(1) 单颗卫星过顶侦察情况下的激光干扰系统兵力需求计算

激光干扰站有效干扰卫星的概率 $P_c = 0.8 > 0.72$，所以 6 部干扰站数量就可满足干扰任务需要。

(2) 多颗卫星依次过顶侦察情况下的激光干扰系统兵力需求计算

在压制成功率不低于 0. 72 的条件下，干扰概率应满足：

$$P_{fi} \geqslant \frac{P_{yi}}{P_c} = \frac{0.72}{0.8} = 0.9$$

则根据式(13)，可计算各个任务区的兵力需求如表 3 所示。

表 3　多颗卫星依次过顶侦察情况下各任务区的兵力需求

Tab. 3 The demand of forces in each mission area in the case of multiple satellites in turn over the area

	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
$r\lambda_i$	0. 05	0. 09	0. 15	0. 19	0. 29	0. 24
s_i	2	3	3	3	3	3

则当多颗卫星依次过顶侦察时，在表中给出的卫星过顶强度下，要达到 72% 的压制成功率至少需要 17 部干扰站。

(3) 多颗卫星同时过顶侦察情况下的激光干扰系统兵力需求计算

根据式(13)，可求得各个任务区的兵力需求如表 4 所示。

表 4　多颗卫星同时过顶侦察情况下各任务区兵力需求

Tab. 4 The demands of the forces of each mission area in the case of multiple satellites at the same time

	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6
$r\lambda_i$	0. 43	0. 52	0. 62	0. 71	0. 81	0. 90
s_i	4	4	4	5	5	5

则当多颗卫星同时过顶侦察时，在表中给出的

卫星过顶强度下,要达到 72% 的压制成功率至少需要 27 部干扰站。

5 结束语

本文基于 Erlang 排队模型分析了激光干扰系统应对单颗卫星过顶侦察、多颗卫星依次过顶侦察和多颗卫星同时过顶侦察等情况时的作战效能,在此基础上计算了满足干扰任务所需的干扰站数量。通过实例计算和仿真分析了不同战术背景下的作战效能的变化规律,提出了改进建议,对激光干扰系统的作战运用具有指导意义。

参考文献:

[1] GAO Guiqing, LIU Gang, LIU Fenglin. Efficiency research of laser jamming IR detector in DSP satellite[J]. Laser & Infrared, 2007, 37(5): 452 – 456. (in Chinese)
高桂清,刘刚,刘风林. 激光对 DSP 卫星探测器干扰效能研究[J]. 激光与红外, 2007, 37(5): 452 – 456.

[2] SUN Xiaoquan. Laser countermeasure course[M]. Beijing: The People's Liberation Army Press, 2006. (in Chinese)
孙晓泉. 激光对抗教程[M]. 北京: 解放军出版社, 2006.

[3] GAO Guiqing, XIANG Jin, LI Yongxiong, et al. Efficiency research of laser jamming photoelectric detector in early_warning satellite of infrared systan based on tile sky[J]. Laser & Infrared, 2010, 40(2): 174 – 177. (in Chinese)
高桂清,向进,李勇翔,等. 激光对天基红外系统预警卫星光电探测器的干扰效能研究[J]激光与红外, 2010, 40(2): 174 – 177.

[4] LUO Wei, DONG Wenfeng, XU Pengcheng, et al. Research of laser jamming on an InSb photodetector from long distance[J]. Laser & Infrared, 2015, 45(3): 287 – 290. (in Chinese)
罗威,董文锋,许鹏程,等. 锑化铟光电探测器的远距离激光干扰研究[J]. 激光与红外, 2015, 45(3): 287 – 290.

[5] YANG Qing. Queuing probability characteristics of firing efficiency of air defense system[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2006. (in Chinese)
杨青. 防空系统射击效能的排队概率特性[D]. 南京: 南京理工大学, 2006.

[6] GAO Jinhua, LI Jie. Application of erlang queuing model in airport passenger terminals[J]. Journal of Civil Aviation University of China, 2007, 25(2): 48 – 51. (in Chinese)
高金华,李洁. 爱尔朗排队模型在旅客候机楼中的应用[J]. 中国民航大学学报, 2007, 25(2): 48 – 51.