

水平式望远镜静态指向误差的建模与修正

李梦梦^{1,2}, 李振伟¹, 刘承志¹

(1. 中国科学院国家天文台长春人造卫星观测站, 吉林 长春 130117; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要:对水平式望远镜静态指向误差进行建模与修正。根据水平式望远镜具体构架, 设立地平坐标系和照准坐标系, 推导出水平坐标系、地平坐标系和照准坐标系之间的转换公式, 考虑望远镜的三轴误差和编码器误差等因素, 建立水平式望远镜静态指向误差补偿模型(以下简称本文模型)。通过实测得到的恒星坐标数据对球谐函数模型、基本物理参数模型及本文模型行修正验证, 实验结果表明, 某型水平望远镜采用本文模型修正后, 设备总指向精度由修正前的 150.96", 提高到 4.12", 满足系统总体提出的精度要求, 能够广泛地应用于科研和工程领域。

关键词:光电探测技术; 指向模型; 坐标转换; 水平式望远镜

中图分类号: V556.5 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1001-5078.2017.05.019

Modeling and correction of static pointing error of level mounting telescope

LI Meng-meng^{1,2}, LI Zhen-wei¹, LIU Cheng-zhi¹

(1. Changchun Observatory, NAO, CAS, Changchun 130117, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: A pointing error of level mounting optoelectronic telescope was modeled and corrected. According to the architecture of level mounting telescope, the horizontal coordinate system and the sighting coordinate system were built, then the conversion formulas of horizontal coordinates, horizon coordinate system and sighting coordinate system were derived. Considering triaxial error and encoder error of the telescope, etc., the compensation model of static pointing error of level mounting telescope was established. Using the measured star coordinate data, spherical harmonics model, basic physical parameter model and the proposed model were compared and verified. The experimental results show that total pointing error was reduced from 150.96" to 4.12" for a certain level mounting telescope after correcting with the proposed model, which meets the accuracy request, and it can widely use in the field of scientific research and engineering.

Key words: photoelectric detection technology; pointing model; coordinate transformation; level mounting optoelectronic

1 引言

自20世纪60年代起,可以观测到的大于10 cm的空间碎片逐年增加,平均每年增加200个,现在已

观测到的空间碎片总数已超过10000个。空间碎片具有一定的速度,可能会与航天器发生碰撞,影响其正常工作,甚至是使其不能再工作。因此,空间碎片

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 11503056);吉林省科技发展计划项目(No. 20150623024TC-33)资助。

作者简介:李梦梦(1990-),女,硕士,主要从事空间目标光电探测技术方向研究工作。E-mail:1345146917@qq.com

通讯作者:刘承志(1967-),男,研究员,博士生导师,主要从事卫星动力学与天体测量方向研究工作。E-mail:lez@cho.ac.cn

收稿日期:2016-09-01

探测技术具有重要的现实意义和应用价值,空间碎片探测手段主要有两种:天基观测技术和地基观测技术^[1],地基观测技术又分为雷达技术和光学望远镜技术;本文主要对地基水平式光学望远镜进行研究。水平式望远镜因为在天顶处无盲区^[2],且经纬轴工作在范围内,可覆盖空域中任一位置的运动目标,因此具有很大的优势。

静态指向精度是光学望远镜的主要技术指标之一^[3-4]。在望远镜安装与调试过程中时常引入安装误差,造成望远镜实际静态指向偏离理论值。为获得更好、更精确的指向,应对其进行误差建模和修正。本文介绍了常用的两种补偿模型,球谐函数模型和基本参数模型,并通过坐标系之间的旋转变换推导等,给出本文所建立的模型。采用某型水平式光电望远镜系统进行了相关实验,对观测得到的数据进行模型修正,使用最小二乘法拟合出模型系数、残差,求得望远镜的总指向精度,并对三种模型的修正结果进行对比。实验结果表明,本文所建立的模型优于基本参数模型和球谐函数模型,满足系统总体提出的精度要求,能够广泛地应用于科研和工程领域。

2 水平式望远镜静态误差补偿模型

2.1 球谐函数模型^[5-6]

球谐函数模型是纯数学模型,利用球函数对定义在球面上的函数,进行分离变量、傅里叶级数展开、勒让德多项式展开等过程,推得球谐函数模型公式为:

$$\begin{aligned} \Delta L \cos B = & a_0 + a_1 \sin B + a_2 \cos L \cos B + a_3 \sin L \cos B \\ & + a_4 \sin^2 B + a_5 \cos L \sin B \cos B + a_6 \sin L \sin B \cos B \\ & + a_7 \sin^3 B + a_8 \cos L \sin^2 B \cos B + a_9 \sin L \sin^2 B \cos B \\ & + a_{10} \sin^4 B + a_{11} \cos L \sin^3 B \cos B + a_{12} \sin L \sin^3 B \cos B \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Delta B = & b_0 + b_1 \sin B + b_2 \cos L \cos B + b_3 \sin L \cos B \\ & + b_4 \sin^2 B + b_5 \cos L \sin B \cos B + b_6 \sin L \sin B \cos B \\ & + b_7 \sin^3 B + b_8 \cos L \sin^2 B \cos B + b_9 \sin L \sin^2 B \cos B \\ & + b_{10} \sin^4 B + b_{11} \cos L \sin^3 B \cos B + b_{12} \sin L \sin^3 B \cos B \end{aligned} \quad (2)$$

2.2 基本参数模型^[7-8]

基本参数模型是根据望远镜的工作原理,应用具有明确物理意义的系数建立的数学模型。一般来说,望远镜因制造、加工、装配等会引入各项误差。一般考虑以下几个误差:

(1) 经轴水平倾斜误差(ε):经轴不水平;

(2) 经轴南北指向误差(θ):经轴在水平面上的投影与当地南北线不平行;

(3) 照准差(C):纬轴与视轴不垂直;

(4) 经纬轴垂直度误差(ϕ):经轴与纬轴不垂直;

(5) 经轴和纬轴编码器零位误差(μ, u);

(6) 经纬轴编码器安装偏心误差常数 a_1, a_2, a'_1, a'_2 。

综合考虑各项误差,得到模型表达式为:

$$\Delta L = \varepsilon \sin L \tan B + \theta \cos L \tan B + \phi \tan B + C \sec B + a_1 \sin L + a_2 \cos L + \mu \quad (3)$$

$$\Delta B = \varepsilon \cos L + \theta \sin L + a'_1 \sin B + a'_2 \cos B + u \quad (4)$$

2.3 本文模型

根据水平式望远镜的具体构架,设立地平坐标系和照准坐标系。推导水平坐标系与地平坐标系的转换公式,对其进行全微分,得到地平坐标系误差与指向误差的关系式;由地平坐标系旋转到照准坐标系,旋转矩阵含有码器读数、经轴水平倾斜误差和南北指向误差及照准差,再由地平坐标系与照准坐标系的关系,推导出误差补偿模型。此外考虑不与三轴误差耦合的编码器误差,最终获得水平式望远镜静态指向误差补偿模型,以下称简称本文模型。

2.3.1 坐标系

设有一地平坐标系 $O-XYZ$,其中, Z 轴与测站水平面垂直, X 轴和 Y 轴在水平面内,轴指向大地北, X 轴与 Y 轴垂直,组成右手坐标系。实际上,该坐标系的各轴指向分别为水平望远镜三轴零位时(理想情况)的纬轴、经轴、视轴。

设有一照准坐标系 $O-xyz$,其中, z 轴为照准目标后视轴的指向, x 轴和 y 轴垂直指向东西, x 轴与 y 轴和 z 轴正交,组成右手系。 $O-x'y'z'$ 是在有系统误差(如水平倾斜误差、经轴南北指向误差、照准差等)的情况下的照准坐标系,其中, z' 轴为实际照准目标后视轴的指向。

2.3.2 建模过程

1) 水平坐标系到地平坐标系变换

从图1可得:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} \sin L \cos B \\ \sin B \\ \cos L \cos B \end{pmatrix} \quad (5)$$

可推得:

$$\Delta L = \frac{1}{\cos L \cos B} \frac{\Delta X}{R} + \tan L \tan B \frac{1}{\cos B} \frac{\Delta Y}{R} \quad (6)$$

$$\Delta B = \frac{1}{\cos B} \frac{\Delta Y}{R} \quad (7)$$

由式(6)、(7)可知,只要求出 $\frac{\Delta X}{R}$ 、 $\frac{\Delta Y}{R}$, 就可以推出经轴纬轴在有误差的情况下的偏差。

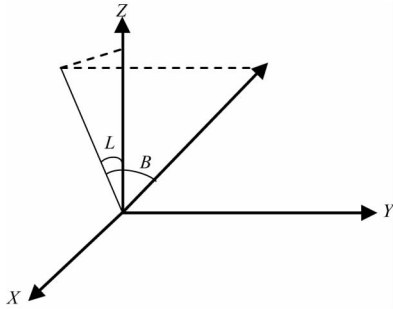


图1 水平坐标系

Fig. 1 ALT-ALT coordinate system

2) 地平坐标系与照准坐标系的关系

目标在照准坐标系的坐标为 $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ R \end{pmatrix}$, 在地平坐标系中坐标为 $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ 。它们之间的关系为:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ R \end{pmatrix} \quad (8)$$

其中, \mathbf{M} 为两者之间的旋转矩阵。

3) 推导旋转矩阵 \mathbf{M} [9-10]

矩阵 \mathbf{M} 是地平坐标系与照准坐标系间的转换矩阵, 望远镜从零位照准目标不仅转动 L 和 B 角, 同时也转动了 v, C, ϕ, v 为经轴与水平面的夹角, C 为照准差, ϕ 为经纬轴垂直度误差, 即矩阵 \mathbf{M} 包含了编码器读数、三轴误差。由于坐标系旋转有次序, 因此每个角度旋转顺序应与设备测量的物理过程相符。根据水平式望远镜的架构, 可知坐标系变换的旋转顺序。

(1) 绕任意轴 $\vec{L}(\cos L_v, 0, \sin L_v)$, L_v 为实际经轴对平面 XOZ 投影, 与 X 轴的夹角。旋转 v (经轴南北指向误差、水平倾斜误差的综合误差), 其旋转矩阵为:

$$\mathbf{M}_v = \begin{pmatrix} \cos^2 L_v (1 - \cos v) + \cos v & -\sin L_v \sin v & \sin L_v \cos L_v (1 - \cos v) \\ \sin L_v \sin v & \cos v & -\cos L_v \sin v \\ \sin L_v \cos L_v (1 - \cos v) & \cos L_v \sin v & \cos v + \sin^2 L_v (1 - \cos v) \end{pmatrix} \quad (9)$$

由图2, OC 所在直线表示实际经轴, 假设 OC 长度为 a , OA 为经轴在水平面的投影, $\angle AOC$ 为经轴的水平倾斜误差, $\angle AOB$ 为经轴南北指向误差, $\angle BOC$ 为经轴与水平面的夹角。计算得到:

$$v = \arccos\left(\frac{\cos \theta}{\cos \varepsilon}\right) \quad (10)$$

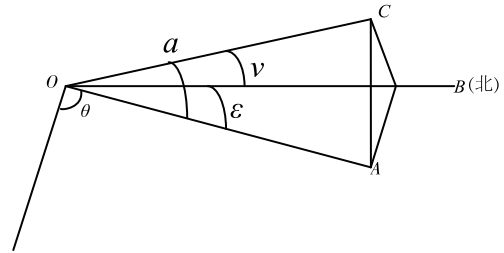


图2 旋转角 v

Fig. 2 Angle of rotation v

(2) 绕 Y 轴旋转 L , 旋转矩阵为:

$$\mathbf{M}_L = \begin{pmatrix} \cos L & 0 & \sin L \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin L & 0 & \cos L \end{pmatrix} \quad (11)$$

(3) 绕 Z 轴旋转 ϕ (经纬轴垂直度误差), 旋转矩阵为:

$$\mathbf{M}_\phi = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

(4) 绕 X 轴旋转 B , 旋转矩阵为:

$$\mathbf{M}_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos B & \sin B \\ 0 & -\sin B & \cos B \end{pmatrix} \quad (13)$$

(5) 绕 Y 轴旋转 C (照准差), 旋转矩阵为:

$$\mathbf{M}_C = \begin{pmatrix} \cos C & 0 & \sin C \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin C & 0 & \cos C \end{pmatrix} \quad (14)$$

综合以上, 从地平坐标系旋转到实际照准坐标系的旋转矩阵为:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_v \mathbf{M}_L \mathbf{M}_\phi \mathbf{M}_B \mathbf{M}_C \quad (15)$$

由式(8)、(15), 可以求得 $\frac{\Delta X}{R}$ 、 $\frac{\Delta Y}{R}$, 结合式(6)、式(7), 推导出由三轴误差引起的望远镜指向的误差修正公式。此外, 常考虑的误差项还有编码器误差, 编码器误差分为零点差和码盘偏心。

(1) 零点差 [8]

当视轴指向天顶时经轴编码器读数, 称为经轴零位误差, 纬轴编码器读数, 称为纬轴零位差。

$$\begin{cases} \Delta L = a'_0 \\ \Delta B = b'_0 \end{cases} \quad (16)$$

(2) 码盘偏心引起的指向误差^[8]

$$\begin{cases} \Delta L = \frac{\varepsilon_1 \sin(L - L_0)}{r} \\ \Delta B = \frac{\varepsilon_1 \sin(B - B_0)}{r} \end{cases} \quad (17)$$

因此总的误差补偿公式为:

$$\begin{aligned} \Delta L = & a_0 - a_1 \frac{1}{\cos L \cos B} + a_2 \frac{1}{\cos B} + a_3 \frac{\tan L}{\cos B} + \\ & a_4 \frac{\tan B}{\cos L} + a_5 \frac{\tan L \tan B}{\cos B} + a_6 \tan L \tan B + a_7 \tan B + \\ & a_8 \frac{\sin L \tan L \tan B}{\cos B} + a_9 \frac{\cos L \tan L \tan B}{\cos B} + \\ & a_{10} \frac{\sin L \sin B \tan L \tan B}{\cos B} + a_{11} \frac{\cos L \sin B \tan L \tan B}{\cos B} + \\ & a_{12} \sin L \tan L \tan B + a_{13} \cos L \tan L \tan B + a_{14} \sin L + a_{15} \cos L \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Delta B = & b_0 + b_1 \frac{1}{\cos B} + b_2 \frac{\sin L}{\cos B} + b_3 \frac{\cos L}{\cos B} + b_4 \sin L \tan B \\ & + b_5 \cos L \tan B + b_6 \sin L + b_7 \cos L + b_8 \sin B + b_9 \cos B \end{aligned} \quad (19)$$

其中:

$$\begin{aligned} a_0 &= \sin L_v \cos L_v (1 - \cos v) \cos C + a_0 \\ a_1 &= -\sin L_v \sin v \sin \phi \sin C \\ a_2 &= [\cos^2 L_v (1 - \cos v) + \cos v] \cos \phi \sin C \\ a_3 &= -\sin L_v \cos L_v (1 - \cos v) \cos \phi \sin C \\ a_4 &= -\sin L_v \sin v \cos \phi \cos C \\ a_5 &= \cos v \sin \phi \sin C \\ a_6 &= \sin L_v \cos L_v (1 - \cos v) \sin \phi \cos C \\ a_7 &= -[\cos^2 L_v (1 - \cos v) + \cos v] \sin \phi \cos C \\ a_8 &= \cos L_v \sin v \cos \phi \sin C \\ a_9 &= \sin L_v \sin v \cos \phi \sin C \\ a_{10} &= -\cos L_v \sin v \sin \phi \cos C \\ a_{11} &= -\sin L_v \sin v \sin \phi \cos C \\ a_{12} &= \sin L_v \sin v \cos C \\ a_{13} &= -\cos L_v \sin v \cos C \\ a_{14} &= \frac{\varepsilon_1}{r} \cos L_0 \\ a_{15} &= -\frac{\varepsilon_1}{r} \sin L_0 \\ b_0 &= b_0' \\ b_1 &= \cos v \sin \phi \sin C \\ b_2 &= \cos L_v \sin v \cos \phi \sin C \\ b_3 &= \sin L_v \sin v \cos \phi \sin C \\ b_4 &= -\cos L_v \sin v \sin \phi \cos C \\ b_5 &= -\sin L_v \sin v \sin \phi \cos C \\ b_6 &= \sin L_v \sin v \cos C \\ b_7 &= -\cos L_v \sin v \cos C \end{aligned}$$

$$b_8 = \frac{\varepsilon_2}{r} \cos B_0$$

$$b_9 = -\frac{\varepsilon_2}{r} \sin B_0$$

3 测量实验与结果

3.1 实验设备

为验证本文模型的有效性和合理性,本文采用某型水平式光电望远镜系统进行了相关实验。表1与图3为本文采用某型水平式望远镜系统的具体参数及其照片。

表1 40 cm 光电望远镜系统具体参数

Tab. 1 Parameters of the 40 cm level mounting telescope

Parameter	Value
Aperture	400 mm
Focal length	600 mm
Spectral range	500 ~ 800 nm
Field of view	46.9' × 46.9'
Active Pixels	512 × 512
Resolution	5.50"



图3 40 cm 水平式望远镜

Fig. 3 40 cm level mounting telescope

3.2 误差模型修正实验

在 Tycho - 2 星表中选取全天分布较为均匀的 68 颗恒星进行观测^[8],得到恒星的理论位置 L_0 、 B_0 和观测位置 L 、 B , 作为内符合数据验证本文模型。再选取 78 颗恒星进行观测,作为外符合数据验证此模型。

水平式望远镜观测 68 恒星的测量误差为:

$$\begin{cases} \Delta L = L - L_0 \\ \Delta B = B - B_0 \end{cases} \quad (20)$$

对观测得到的 ΔL 、 ΔB 分别对本文模型(式

(18)、式(19))、球谐函数模型和基本参数模型进行最小二乘拟合。表 2 为对本文模型拟合后确定的系数。

表 2 模型系数

Tab. 2 Coefficients of modified model from data of 68 stars

Coefficients of ΔL	Value/($''$)	Coefficients of ΔB	Value/($''$)
a_0	-269.94	b_0	-146.44
a_1	30.04	b_1	3.25
a_2	186.35	b_2	0.11
a_3	-14.12	b_3	2.75
a_4	-8.86	b_4	1.94
a_5	-23.84	b_5	8.14
a_6	14.44	b_6	90.81
a_7	-81.75	b_7	35.02
a_8	16.27	b_8	48.71
a_9	12.06	b_9	8.15
a_{10}	-12.93		
a_{11}	13.53		
a_{12}	18.74		
a_{13}	60.71		
a_{14}	27.02		
a_{15}	39.04		

经轴 L 、纬轴 B 静态指向精度及总静态指向采用标准差计算公式^[11], 即:

$$\sigma_L = \sqrt{\frac{\sum \Delta L_i^2}{n-1}} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (21)$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{\sum \Delta B_i^2}{n-1}} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (22)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_L^2 + \sigma_B^2} \quad (23)$$

其中, $\Delta L_i, \Delta B_i$ 为第 i 个数据的观测值与拟合值的残差; n 为观测恒星的个数。

利用式(21)、(22)、(23)分别求出三种模型拟合得到的经轴静态指向精度、纬轴静态指向精度和总静态指向精度。从表 3 可以看到基本参数模型及球谐函数模型修正后的总静态指向精度分别为 $6.73''$ 和 $7.09''$ 。本文模型对于内符合数据的总静态指向精度为 $4.12''$, 对于外符合数据的总静态指向精度为 $5.06''$ 。实验结果证明本论文推导出模型具有稳定性和合理性, 亦能满足对望远镜的指向补偿修

正需要。

表 3 三种模型对 40 cm 水平式望远镜的指向精度的修正

Tab. 3 Corrections of a level mounting telescope by three model

	fundamental parameter model	spherical harmonics model	The model of this paper (inner precision)	The model of this paper (outer precision)
$\sigma_L / (''$)	5.83	6.00	3.68	4.37
$\sigma_B / (''$)	2.45	2.62	1.87	2.57
$\sigma / (''$)	6.32	6.54	4.12	5.06

图 4 和图 5 是经本文模型进行修正前后该望远镜的经度和纬度的残差图。其中, L 与 B 的单位为度, ΔL 与 ΔB 的单位为秒。从图中可以看出修正前后水平式望远镜指向误差的大小对比, 拟合效果明显。

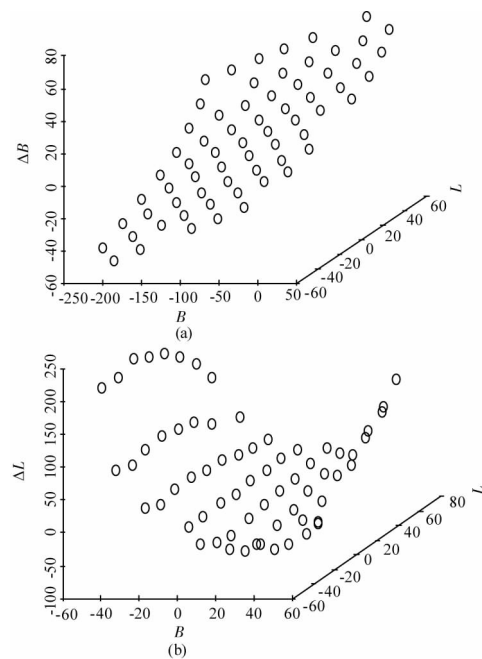
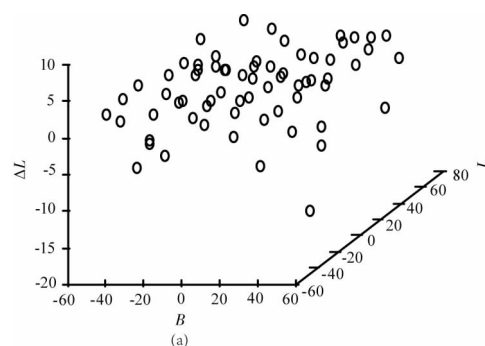


图 4 修正前残差图

Fig. 4 Residues of L and B before correction



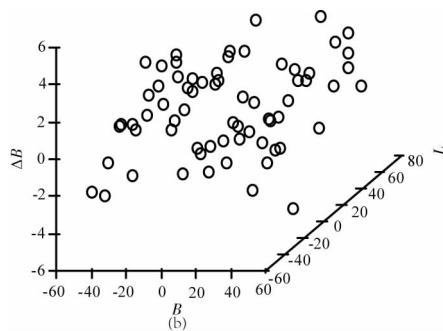


图5 修正后残差图

Fig. 5 Residues of L and B after correction

4 结论

对水平式望远镜静态指向误差建模,并利用某型水平式望远镜观测到的实测数据,进行修正实验,实验结果表明,采用本文新建模型,将某型水平式望远镜的修正之前的总指向精度 $150.96''$,提高到 $4.12''$,此外,采用一组外符合数据进行试验验证,采用本文新建模型进行修正后,某型水平式望远镜静态总指向精度为 $5.06''$ 。该模型优于基本参数模型和球谐函数模型,各参数具有物理意义,稳定性强,能够满足系统总体提出的精度要求,也能够广泛应用于科研和工程领域。

参考文献:

- [1] LIU Tingxia, WANG Weiguang, LI Bo, et al. Comparison and improvement of correction models for static pointing of level mounting theodolite[J]. Opt. precision Eng., 2010, 18(6):1374-1380. (in Chinese)
刘廷霞,王伟国,李博,等. 水平式经纬仪静态指向修正模型的比较与改进[J]. 光学精密工程, 2010, 18(6):1374-1380.
- [2] ZHANG Yaoming, ZHOU Lixin, SHEN Jiang. Main feature analysis of photoelectric theodolite of horizon type[J]. Journal of Soochow University: Natural Science, 2004, 18(2):22-24. (in Chinese)
张耀明,邹丽新,沈江. 水平式光电经纬仪主要性能分析[J]. 苏州大学学报:自然科学版, 2002, 18(2):21-24.
- [3] QU Feng, ZHAO Chunmei, WEI Zhibin. Telescope orientation correction for satellite laser range[J]. Science of Surveying and Mapping, 2006, 31(4):57-59. (in Chinese)
- [4] GAO Guannan, WANG Min, SHI Shuobiao. Pointing calibration for the 40 m radio telescope Yunnan observatory[J]. Astronomical Research & Technology, 2007, 4(2):188-194. (in Chinese)
高冠男,汪敏,施硕彪. 云台 40 m 射电望远镜的指向误差校正[J]. 天文研究与技术, 2007, 4(2):188-194.
- [5] ZHANG Wenbao. Correction of the pointing error for the level mounting theodolite by the spherical function method[J]. OME Information, 2010, 27(9):48-51. (in Chinese)
张文豹. 球谐函数法修正水平式经纬仪指向误差[J]. 光机电信息, 2010, 27(9):48-51.
- [6] XU Zhiyong, YUAN Jiahu, HUANG Zuhua, et al. Method study on accurately correction of the system errors of the photoelectric theodolite[J]. Opto-Electronic Engineering, 1998, 25(S1):55-58. (in Chinese)
徐智勇,袁家虎,黄祖华,等. 精确修正光电经纬仪中的系统误差方法研究[J]. 光电工程, 1998, 25(S1):55-58.
- [7] ZHANG Xiaoxiang, WU Lianda. The basic parameters of telescope static point model[J]. Acta Astronomica Sinica, 2001, 42(2):199-200. (in Chinese)
张晓祥,吴连大. 望远镜静态指向模型的基本参数[J]. 天文学报, 2001, 42(2):199-200.
- [8] PING Yiding, ZHANG Xiaoxiang, LU Chunlin. Static pointing model of 65 cm level mounting telescope[J]. Acta Astronomic Sinica, 2006, 47(2):224-230. (in Chinese)
平一鼎,张晓祥,鲁春林. 65cm 水平式望远镜静态指向模型[J]. 天文学报, 2006, 47(2):224-230.
- [9] 武风华. 轴系偏差对测量角影响的数学模型及改正方法[D]. 重庆:重庆大学, 2002.
- [10] XUE Xiangyao, GAO Yunguo, HAN Guangyu, et al. Total correction method of pointing error for level mounting theodolite[J]. Opt. precision Eng., 2011, 19(7):1524-1530. (in Chinese)
薛向尧,高云国,韩光宇,等. 水平式经纬仪指向误差的统一补偿技术[J]. 光学精密工程, 2011, 19(7):1524-1530.
- [11] ZHANG Shiji. Measurement deviation and data analysis[M]. Beijing: Science press, 1979. (in Chinese)
张世冀. 测量误差及数据处理[M]. 北京:科学出版社, 1979.