文章编号:1001-5078(2019)01-0093-06

· 光电技术与系统 ·

# 光电经纬仪转台动态特性研究

邹 冀<sup>1,2</sup>, 伞晓刚<sup>1</sup>, 李耀彬<sup>1</sup>, 高世杰<sup>1</sup>
(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林长春 130033;
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘 要:光电经纬仪转台的动态特性对经纬仪瞄准与跟踪性能有重要影响。针对某型号经纬 仪展开研究,基于3D Solid 单元建立了有限元模型,采用 Bathe 子空间迭代法对转台进行了模 态分析,获取了转台前6阶模态。进行了力锤激励模态测试实验,仿真结果与实验结果误差在 12%以内。基于隐式积分法对经纬仪进行了扫频分析,结果表明,该型号经纬仪转台对350 Hz 激励最为敏感。研究结果为经纬仪转台结构改进提供了指导,并为控制系统的带宽设计提供 了依据。

关键词:转台;动态特性;Bathe 子空间迭代法;隐式积分;力锤模态实验;扫频分析 中图分类号:TH113.1 文献标识码:A DOI:10.3969/j.issn.1001-5078.2019.01.016

## Dynamic characteristics study of opto-electronic theodolite turntable

ZOU Ji<sup>1,2</sup>, SAN Xiao-gang<sup>1</sup>, LI Yao-bin<sup>1</sup>, GAO Shi-jie<sup>1</sup>

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049; China)

Abstract: The dynamic characteristics of the turntable of opto-electronic theodolite have an important influence on point and track performance of the theodolite. The finite element model of a specific theodolite turntable was established based on the 3D-solid element. Bathe subspace iteration method was used for modal analysis and the first six modes were achieved. Hammer excitation modal test experiment was done and the error between analysis results and experimental results was within 12%. Swept-frequency analysis was done based on the implicit time integration method and the results indicated that the theodolite turntable was most sensitive with the 350Hz excitation. The study results can provide reference for the structural optimization and basis for design of bandwidth of the control system.

Key words:turntable;dynamic characteristic;Bathe subspace iteration method;implicit time integration;hammer excitation modal experiment;swept-frequency analysis

1 引 言

光电经纬仪是一种精密的光电跟踪与测量设备,用于测量飞行物体的弹道轨迹。经纬仪转台既是光电探测系统的承载结构,又是控制系统的 控制对象,其动态特性将直接影响经纬仪的瞄准 与跟踪精度及响应速度。目前,工程上常根据设计经验或采用霍尔兹法估算经纬仪的谐振频率, 但经纬仪转台结构复杂,估算结果存在很大误差<sup>[1]</sup>。

针对此,国内外很多学者对转台展开了研究。

基金项目:国家自然科学青年基金项目(No. 51605465)资助。

作者简介:邹 冀(1994 - ),男,硕士,研究方向为结构动力学。E-mail:Qianzhao19941027@163.com 收稿日期:2018-05-16;修订日期:2018-07-05

乔彦峰等将子结构法引入到转台的动态特性分析 中,在保证分析精度的同时减少了计算量<sup>[2]</sup>;唐杰 等利用有限元法对经纬仪转台进行了静力分析,由 此提出了横轴差补偿方法<sup>[3]</sup>;张永强等结合仿真分 析与实验研究了转台U形架的模态特性,验证了拓 扑优化结果的有效性<sup>[4]</sup>;杨立保等基于有限元法对 新型转台跟踪架进行了模态分析,据此改善了转台 的动态特性<sup>[5]</sup>;王涛等将转台简化为弹簧模型进行 了模态分析,为后期的拓扑优化提供了参考<sup>[6]</sup>;Benjamin 等对大麦哲伦望远镜转台进行了风载荷响应 分析,包括静力分析及动态响应分析<sup>[7]</sup>;Trupti 等运 用有限元法分析了 GBT 望远镜转台的动态特性,据 此设计了控制系统<sup>[8]</sup>。

本文针对某型号经纬仪展开研究,建立了转台 有限元模型,运用 Bathe 子空间迭代法获取了转台 的模态特性,并与力锤模态实验结果进行了对比。 基于隐式积分法对经纬仪进行了扫频分析。根据研 究结果确定了结构改进的方法,并初步选定了伺服 系统的控制带宽。

## 2 理论基础

2.1 Bathe 子空间迭代法

Bathe 子空间迭代法具有在保证计算精度的同时,可以按照所需阶次求解模态的优点,是解决大型结构振动问题最有效的方法之一。

为获得 p 阶固有频率及振型,构造 q 组(q > p) 试探向量组成初始子空间 $\psi^{(0)}$ 。

将试探向量代入振动方程可导出未规格化的第 一次迭代的子空间:

$$\bar{\psi}^{(1)} = k^{-1} m \psi^{(0)} \tag{1}$$

其中,k表示刚度矩阵;m表示质量矩阵。

第一次迭代的广义坐标刚度矩阵与广义坐标质 量矩阵为:

$$k_1 = \bar{\psi}^{(1) T} k \bar{\psi}^{(1)} \tag{2}$$

$$m_1 = \bar{\psi}^{(1)T} m \bar{\psi}^{(1)} \tag{3}$$

$$k_1 Z^{(1)} = m_1 Z^{(1)} \Omega_1^2 \tag{4}$$

可得第一次迭代的广义坐标矩阵  $Z^{(1)}$  及频率  $\Omega_1$ 。据此可得新的试探向量,即迭代后新的子 空间:

$$\psi^{(1)} = \bar{\psi}^{(1)} Z^{(1)} \tag{5}$$

重复上述迭代过程,最终, $\Omega$ 及 $\psi$ 将收敛于固 有频率及振型<sup>[9]</sup>。

2.2 隐式积分法

隐式积分法的基本思路为:假设 t 时刻及之前 时间段内系统的位移、速度及加速度均为已知量,将  $\Delta t$  均分为两个子时间步以求解离散时间 ( $t + \Delta t$ ) 时 刻的系统响应。

第一个子步骤中先求解  $(t + \Delta t/2)$  时刻的 响应:

$$M \dot{\nu}^{t+\Delta t/2} + C \dot{\nu}^{t+\Delta t/2} = R^{t+\Delta t/2} - F^{t+\Delta t/2}$$
(6)

其中, M 表示质量矩阵; C 表示阻尼矩阵; R 表示载 荷向量; F 表示节点力向量。

根据梯形积分法则:

$$\dot{\nu}^{t+\Delta t/2} = \dot{\nu}^{t} + \frac{\Delta t}{4} (\ddot{\nu}^{t} + \ddot{\nu}^{t+\Delta t/2})$$
(7)

$$\nu^{t+\Delta t/2} = \nu^{t} + \frac{\Delta t}{4} (\dot{\nu}^{t} + \dot{\nu}^{t+\Delta t/2})$$
(8)

可解得  $(t + \Delta t/2)$  时刻的位移、速度及加速度。

采用 Newton - Raphson 迭代法进一步逼近精确解:

$$(\frac{16}{\Delta t^2}M + \frac{4}{\Delta t}C + K_{(i)}^{t+\Delta t/2})\Delta\nu_{(i+1)} =$$

$$R^{t+\Delta t/2} - F_{(i)}^{t+\Delta t/2} - M(\frac{16}{\Delta t^2}\nu_{(i)}^{t+\Delta t/2} - \frac{16}{\Delta t^2}\nu^t - \frac{8}{\Delta t}\dot{\nu}^t - \dot{\nu}^t)$$

$$-C(\frac{4}{\Delta t}\nu_{(i)}^{t+\Delta t/2} - \frac{4}{\Delta t}\nu^{t} - \dot{\nu}^{t})$$
(9)

$$\nu_{(i+1)}^{t+\Delta t/2} = \nu_{(i)}^{t+\Delta t/2} + \Delta \nu_{(i+1)}$$
(10)

当迭代收敛后,可得 ( $t + \Delta t/2$ ) 时刻更为准确 的位移及相关量。

第二个子步骤计算 
$$(t + \Delta t)$$
 时刻的响应:  
 $M \ddot{\nu}^{\iota+\Delta t} + C \dot{\nu}^{\iota+\Delta t} = R^{\iota+\Delta t} - F^{\iota+\Delta t}$  (11)

根据三点欧拉法:

$$\dot{\nu}^{\iota+\Delta\iota} = \frac{1}{\Delta t}\nu^{\iota} - \frac{4}{\Delta t}\nu^{\iota+\Delta\iota/2} + \frac{3}{\Delta t}\nu^{\iota+\Delta\iota}$$
(12)

$$\ddot{\nu}^{\iota+\Delta\iota} = \frac{1}{\Delta t} \dot{\nu}^{\iota} - \frac{4}{\Delta t} \dot{\nu}^{\iota+\Delta\iota/2} + \frac{3}{\Delta t} \dot{\nu}^{\iota+\Delta\iota}$$
(13)

可解得  $(t + \Delta t)$  时刻的位移、速度及加速度。

采用 Newton - Raphson 迭代法进一步逼近精确解:

$$\left(\frac{9}{\Delta t^{2}}M + \frac{3}{\Delta t}C + K_{(i)}^{t+\Delta t}\right)\Delta\nu_{(i+1)} = R^{t+\Delta t} - F_{(i)}^{t+\Delta t} - M\left(\frac{9}{\Delta t^{2}}\nu_{(i)}^{t+\Delta t} - \right)$$

$$\frac{12}{\Delta t^2} \nu^{\iota+\Delta \iota/2} + \frac{3}{\Delta t^2} \nu^{\iota} - \frac{4}{\Delta t} \dot{\nu}^{\iota+\Delta \iota/2} + \frac{1}{\Delta t} \dot{\nu}^{\iota}) - C(\frac{3}{\Delta t} \nu_{(i)}^{\iota+\Delta \iota} - \frac{4}{\Delta t} \nu^{\iota+\Delta \iota/2} + \frac{1}{\Delta t} \nu^{\iota})$$
(14)

 $\nu_{(i+1)}^{t+\Delta t} = \nu_{(i)}^{t+\Delta t} + \Delta \nu_{(i+1)}$ (15)

当迭代收敛后,可得  $(t + \Delta t)$  时刻更为准确的 位移及相关量。迭代中的 $K_{(i)}^{t+\Delta t/2}$ 及 $K_{(i)}^{t+\Delta t}$ 表示接 触刚度矩阵。

## 3 有限元建模

#### 3.1 几何建模

经纬仪转台由实现俯仰转动的水平轴系统及实 现方位转动的垂直轴系统组成。水平轴系统主要包 括左右轴组件、俯仰电机、编码器、密封组件、四通、 过渡圆盘及左右立柱。垂直轴系统主要包括方位电 机、方位轴、编码器、编码器支承轴、轴承及底座。经 纬仪转台机械结构如图1所示。



图 1 经纬仪转台机械结构 Fig. 1 The mechanical structure of turntable

因为转台结构复杂,有限元建模需对其进行简 化处理。略去质量与尺寸较小的功能件与非承载 件,例如插头板密封盖与位置标记牌等,这些零件对 仿真分析影响很小;去除三维模型的倒角、圆角、螺 纹等工艺结构,以提高计算速度;将电机、轴承等复 杂零件简化为等尺寸等质量的简单件<sup>[10]</sup>。因为结 构中相接触面的面积与形状不尽相同,这会导致接 触失效、计算不收敛等问题。所以对接触面进行布 尔运算,保证分析的精确性及收敛性。

转台材料不仅要满足强度要求,还应尽量降低结构的质量与转动惯量,以提高经纬仪跟踪精度及响应速度。左右轴组件、密封组件、方位轴等零件选用1Cr17Ni2合金钢,底座、四通、立柱与过渡圆盘等零件采用ZL114A铝合金。轴承材料采用GCr15SiMn轴承钢。经纬仪的主要材料属性如表1所示。

	表 1	经纬仪零件材料。	萬性
--	-----	----------	----

Tab. 1 Material property of component

材料	弹性模量/Pa	泊松比	密度/(kg・m <sup>-3</sup> )
ZL114A	6.9 × 10 <sup>10</sup>	0.33	2700
1Cr17Ni2	$1.84 \times 10^{11}$	0. 243	7920
GCr15SiMn	2. $16 \times 10^{11}$	0.3	7820

#### 3.2 单元类型与网格密度

因为仿真分析会产生弯曲变形,有限元模型的 单元形函数需要具有较好的非线性,以获得更准确 的位移变形等数据,所以选用10节点四面体二次单 元。因为转台零件均为三维实体模型,所以选用3D Solid 单元,以更好地表征零件间的接触状况。根据 零件的尺寸与接触状况合理规划网格密度。针对环 形面及环形零件,划分网格密度时要兼顾单元的长 宽比,长宽比过大不仅会使网格畸形,更会严重降低 分析精度<sup>[11]</sup>。

## 4 模态分析

当激励频率与结构固有频率接近时会引发共振 现象,对结构造成破坏,降低使用寿命,甚至引发重 大的安全事故。而结构的模态特性对伺服系统的带 宽也有重要影响。所以,有必要对经纬仪转台进行 模态分析,因为低阶频率影响最大,因而重点关注其 低阶模态。某型号经纬仪是地基经纬仪,根据实际 工况,对经纬仪底座底面施加固定约束。采用 Bathe 子空间迭代法计算转台模态,得到前6阶固有频率 如表2所示,前6阶振型如图2所示。

表2 经纬仪前6阶固有频率

Tab. 2	First	six	natural	frequencies	of	theodolite

阶次	固有频率/Hz
1	43. 53
2	67. 32
3	200. 5
4	242. 3
5	307
6	358

由图 2 可见,第一阶振型为水平轴系统相对垂 直轴系统绕 X 轴转动,频率为 43.53 Hz;第二阶振 型为水平轴系统绕 Y 轴转动,频率为 67.32 Hz;第 三阶振型为转台绕 Z 轴扭转,频率为 200.5 Hz;第 四阶振型为水平轴系统沿 Z 轴振动,频率为 242.3 Hz;第五阶振型为立柱相对过渡圆盘沿 X 轴振动,频率为 307 Hz;第六阶振型为转台整体绕 Y 轴转动,频率为 358 Hz。



图2 经纬仪前6阶振型

Fig. 2 First six mode shapes of theodolite

前6阶振型中,位移变形大多发生在立柱及方 位轴与过渡圆盘的结合部分。需要加强立柱的刚度 及水平轴系统与垂直轴系统的连接刚度,以降低振 动变形的影响。第一阶频率43.53 Hz属于低频范 围,会限制经纬仪的伺服控制带宽,进而限制经纬仪 的响应速度,所以,需对转台进行结构优化,改善转 台的质量分布,减轻底座、四通及左右轴等对第一阶 振型影响较小的零件的质量,以提高转台的固有 频率。

#### 5 力锤模态实验

对经纬仪转台进行力锤激励模态测试实验以获 取转台模态。力锤模态测试根据激励信号与响应信 号求解系统的频响函数矩阵,由频响函数求解系统 的固有频率与振型。力锤激励属于宽频带激励,可 获得转台的多阶模态<sup>[12]</sup>。

5.1 实验设备

实验设备包括:PCB086D05 力锤,选用中性锤 头,激励功率谱的10 dB 带宽为1700 Hz;YMC 信号 采集器,32 通道,采样频率可达5×10<sup>4</sup> Hz;PCB 三 轴加速度传感器,各轴的灵敏度均约为50 mV/g;上 位机数据采集软件及 N-Modal 模态识别软件,完成 数据的采集与分析。实验现场如图3 所示。

5.2 测量点分布

根据经纬仪转台的结构与振型合理排布测量 点。由仿真结果可知,位移变形主要发生在立柱及 过渡圆盘,所以测量点也集中分布于相应部分以更 好地测量、表征振型。因为四通的变形由立柱变形 而引起,且四通与转台其余结构并非刚性连接,所以 将四通作为配重处理。为了测量的完整性,在底座 布置8个测量点。测量点的分布如图4所示。为获 得转台前六阶模态,敲击点选为右立柱中部的测量 点8、左立柱底部的测量点16的X、Y方向,以及测 量点1的Z方向。



图 3 实验场景图 Fig. 3 Experimental scene



#### 5.3 数据处理

由仿真分析可知,前6阶模态中最高频率大约 为350 Hz,根据采样定理,设置采样频率为1000 Hz。 将传感器采集到的转台响应信号以及力锤激励信号 导入分析软件,采用力/指数窗进行 FFT 变换,将时 域信号转换为频域信号进行模态识别。

模态识别方法采用最小二乘复频域宽频带识别 算法(P-LSCF),该算法具有识别密集模态能力强, 易于产生清晰的稳定图,减少了矩阵病态问题等优 点,适于宽频带模态识别<sup>[13]</sup>。实验测得经纬仪转台 的固有频率及与分析结果的对比如表3所示,由表 可得,实验结果与仿真结果的误差在12%以内。实 验测得经纬仪转台前6阶振型如图5所示。由图可 见,仿真分析与实验所得振型一致,证明了有限元模 型的准确性。

## 表3 实验频率与仿真频率对比

Tab. 3 Comparison of experiment

and analysis frequencies

阶次	实验频率/Hz	仿真频率/Hz	误差/%
1	49.37	43.53	11.83
2	68.96	67.32	2.38
3	199. 25	200. 5	0.63
4	268.01	242. 3	9. 59
5	281.6	307	9.02
6	342. 53	358	4. 52





1 - SelBand IMD2; Modle1 - freq. 49.37 Hz, Damp. 2.18%
 2 - SelBand IMD2; Modle2 - freq. 68.96 Hz, Damp. 3.24%
 3 - SelBand IMD2; Modle3 - freq. 199.25 Hz, Damp. 0.87%
 4 - SelBand IMD2; Modle4 - freq. 268.01 Hz, Damp. 1.59%
 5 - SelBand IMD2; Modle5 - freq. 281.60 Hz, Damp. 0.81%
 6 - SelBand IMD2; Modle6 - freq. 342.53 Hz, Damp. 0.90%
 图 5 实验测试经纬仪振型
 Fig. 5 Experimental mode shapes

## 6 扫频分析

如果控制系统设计不合理,使得谐振频率落入 控制带宽之中,会引发系统的谐振,造成严重的后 果。模态分析虽然可以获得结构的模态特性,但无 法确定在特定工况下引发系统谐振的频率。所以, 有必要对经纬仪进行扫频分析,从而为控制带宽的 选择提供依据。

经纬仪转台的主要工作模式为垂直轴系统的方 位转动,扫频分析将电机转动产生的激励转化为施 加于方位轴上的转矩激励。因为转台前6阶固有频 率均小于400 Hz,且低阶频率对系统影响最大,所 以施加0~400 Hz 线性扫频激励,激励的形式为:

$$M = M_0 \sin\left[2\pi \left(\frac{1}{2}\alpha t^2 + f_s t\right)\right] \tag{16}$$

其中,  $M_0$  为激励的幅值, 取为 100 N·m;  $\alpha$  为频率 变化率, 取为 40;  $f_s$  为起始频率, 本次分析中为 0; 扫 频时间为 10 s。

相比于模态叠加法及显式积分法,隐式积分法 综合考虑接触力、阻尼力以及单元节点应力等因素, 适用于大位移、大变形等非线性分析,并与 Newton-Raphson 迭代法结合,可以提高分析精度,更适用于 大型结构的动态特性分析<sup>[14]</sup>。采用隐式积分法对 转台进行扫频分析。因为转台结构复杂,有限元模 型节点较多,且各节点的响应均随时间变化,为了观 察分析结果,选择如表4所示三处位置作为参考点。

表4 参考点分布表

Tab. 4 Distribution of reference points

参考点	1	2	3
位置	右立柱	过渡圆盘	底座

提取参考点的时域响应后进行 FFT 变换,获得 位移响应幅频曲线及加速度响应幅频曲线如图 6 和 图 7 所示。由图可见,幅频曲线均在 350 Hz 处达到 峰值,说明 350 Hz 激励对转台影响最大。在设计控 制系统时,截止频率取为谐振频率的 1/4<sup>[15]</sup>。所 以,控制系统的带宽应限制在 87 Hz 以内,以防止谐 振的发生。



图6 位移响应幅频曲线

Fig. 6 Displacement amplitude-frequency curve





## 7 结 论

针对某型号经纬仪,基于 10 节点 3D Solid 单元 建立了经纬仪转台的有限元模型,采用 Bathe 子空间 迭代法获取了转台的前 6 阶模态。由仿真分析结果 可知,立柱的刚度及水平轴系统与垂直轴系统的连接 刚度需要加强,转台需进行结构优化,改善质量分布。 对经纬仪转台进行了力锤模态测试实验,测得转台固 有频率为 49.37~342.53 Hz,仿真结果与实验结果的 误差在 12% 以内,证明了有限元模型的准确性。基 于隐式积分法对转台进行了扫频分析,由分析结果可 知,转台对 350 Hz 激励最为敏感,控制系统带宽应限 制在 87 Hz 以内,以防止谐振的发生。

## 参考文献:

- [1] LEI Chenghua, WANG Shouyin. Optimization design of theodolite's vertical shaft[J]. Journal of Engineering Design,2008,15(4):278-282. (in Chinese) 类成华,王守印. 光电经纬仪垂直轴系优化设计[J]. 工程设计学报,2008,15(4):278-282.
- [2] SUN Fangfang, QIAO Yanfeng, LI Peng. Dynamic substructural method used in natural characteristic analysis for electro-optical theodolite [J]. Modern Manufacturing Engineering, 2008, 3:94 101. (in Chinese) 孙芳方,乔彦峰,李鹏.动态子结构法在光电经纬仪固 有特性分析中的应用[J].现代制造工程, 2008, 3: 94 - 101.
- [3] WANG Tao, TANG Jie. Theodolite tracking plane finite element analysis [J]. Laser & Infrared, 2009, 31 (12): 1321-1323. (in Chinese)
  王涛,唐杰. 经纬仪跟踪架的有限元分析[J]. 激光与 红外,2009,39(12):1321-1323.
- [4] ZHANG Yongqiang, LIU Chaohui, LI Zhiguo, et al. Optimum structural design for collimation frame of spacebased two-dimensional turntable [J]. Infrared and Laser Engineering, 2017, 46(S1):1-6. (in Chinese) 张永强,刘朝晖,李治国,等. 空间二维转台照准架的结构优化设计[J]. 红外与激光工程, 2017, 46(S1):1-6.
- [5] YANG Libao, WANG Jing, SHI Guoquan. Design and model analysis on tracking frame of meter class aperture [J]. Opto-Electronic Engineering, 2015, 42(6):45-49. (in Chinese)
  杨立保, 王晶, 史国权. 米级口径跟踪架的设计与模态 分析[J]. 光电工程, 2015, 42(6):45-49.
- [6] WANG Tao, TANG Jie, SONG Liwei. Harmonic frequency analysis for the azimuthal component of a large-sized theodolite [J]. Laser & Infrared, 2010, 40 (10): 1093 – 1095. (in Chinese)

王涛,唐杰,宋立维.某经纬仪方位谐振频率分析[J]. 激光与红外,2010,40(10):1093-1095.

- [7] Benjamin Irarrazaval, Christine Buleri, Matt Johns. Wind responses of Giant Magellan telescope[C]. Modeling, Systems Engineering, and Project Management for Astronomy VI, 2014.
- [8] Trupti Ranka, Mario Garcia-Sanz, Arthur Symmes, et al. Dynamic analysis of the Green Bank Telescope structure and servo system[J]. Journal of Astronomical Telescope, Instrument, and System, 2016, 1(2):1-11.
- [9] Ray Clough, Joseph Penzien. 结构动力学[M]. 王光远,
   译. 北京:高等教育出版社,2006.
- [10] LI Jie. Static and dynamic analysis of the precision opto-electronic tracking turntable frame[J]. Opto-Electronic Engineering,2010,37(1):61-64. (in Chinese)
  李杰. 精密光电跟踪转台框架的静动态特性分析[J]. 光电工程,2010,37(1):61-64.
- [11] WANG Hao, WU Songping. Error analysis of high-aspectratio finite elements for 2-D boundary layer simulations
  [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 29(7):644 648. (in Chinese)
  王浩,吴颂平. 大长宽比单元有限元误差分析及高精度计算[J]. 北京航空航天大学学报,2003,29(7):644 648.
- [12] LI Hui, SUN Wei, XU Kai, et al. Damping characteristics of thin cantilever plate structure identified by frequency bandwidth method of base excitation[J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(16): 2173 2177. (in Chinese) 李晖, 孙伟, 徐凯, 等. 基础激励频域带宽法辨识悬臂薄板结构的阻尼特性[J]. 中国机械工程, 2014, 25(16): 2173 2177.
- [13] CHEN Xiaomao, LIANG Shibo, DENG Kexu. Fast implementation for broadband modal identification [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010,42(1):84-87. (in Chinese)
  陈小毛,梁世波,邓克旭. 一种宽频带模态识别算法的快速实现[J]. 南京航空航天大学学报,2010,42(1):84-87.
- [14] Klaus-Jürgen Bathe. Conserving energy and momentum in nonlinear dynamics: A simple implicit time integration scheme [J]. Computers and Structures, 2007, 85 (7): 437-445.
- [15] WU Hanping, YI Xinjian, YANG Kuntao. Mechanism structure factors on performance of opto-electronic tracker servo systems[J]. Applied Optics, 2004, 25(3):11-14. (in Chinese)

吴晗平,易新建,杨坤涛.机械结构因素对光电跟踪伺服系统性能的影响[J].应用光学,2004,25(3):11-14.