

能量分布识别相位畸变的自适应双域滤波方法

王 一, 李 辉, 宋宝根

(华北理工大学电气工程学院, 河北 唐山 063200)

摘 要:在基于能量分布识别相位畸变方法中,条纹图像的质量是影响畸变识别精度的主要因素之一。为了准确辨别条纹相位畸变,需对条纹图像进行滤波处理,滤除图像中的噪声以及背景信息等。提出了一种基于能量分布的自适应图像滤波方法,通过傅里叶变换将图像转换为能量分布图,根据畸变与未畸变图像能量弥散度差值大小对小波滤波的阈值进行调整,旨在寻求能量弥散度差值最大的阈值作为针对当前图像的滤波方法可接受阈值。通过对单空域、单频域以及双域滤波方法进行实验验证,结果表明单一使用空域或频域滤波处理,畸变图像与未畸变图像能量分布差别在1.4%~3.2%,使用非自适应双域滤波方法进行滤波处理,能量分布差别在7%以上,而采用自适应双域滤波方法进行滤波处理,能量分布差别超过8%。自适应双域滤波方法显著提高了能量的识别精度。

关键词:相位畸变;自适应;双域滤波;能量分布;空间滤波;频域滤波

中图分类号:TP391.41;TN247 **文献标识码:**A **DOI:**10.3969/j.issn.1001-5078.2019.07.022

Adaptive dual domain filtering method for identifying phase distortion of energy distribution

WANG Yi, LI Hui, SONG Bao-gen

(School of Electrical Engineering, North China University of Technology, Tangshan 063200, China)

Abstract:In the method of identifying phase distortion based on energy distribution, the quality of fringe image is one of the main factors affecting the accuracy of distortion recognition. In order to accurately distinguish the phase distortion, the fringe image needs to be filtered to filter out noise and background information in the image. An adaptive image filtering method based on energy distribution is proposed, which converts an image into an energy distribution map by Fourier transform. The threshold of wavelet filtering is adjusted according to the difference between the dispersive and undistorted image energy dispersion. It is intended to seek a threshold with the largest difference in energy dispersion as an acceptable threshold for the filtering method for the current image. Experimental verification is performed on single spatial domain, single frequency domain and dual domain filtering methods. The results show that the energy distribution between the distorted image and the undistorted image is between 1.4% and 3.2% in a single spatial or frequency domain filtering process. The non-adaptive dual-domain filtering method is used for filtering, the energy distribution is more than 7%, while the adaptive dual-domain filtering method is used for filtering, and the energy distribution difference exceeds 8%. The adaptive dual-domain filtering method significantly improves the energy recognition accuracy.

Key words: phase distortion; adaptive; dual domain filtering; energy distribution; spatial filtering; frequency domain filtering

基金项目:国家自然科学基金青年科学基金项目(No. 51505125)资助。

作者简介:王 一(1981-),男,副教授,博士后,主要从事精密测量方面的研究。E-mail:1392888180@qq.com

收稿日期:2018-12-03

1 引言

三维形貌测量技术是精密检测中的先进技术,是分析科学、工业控制、生物工程、生物医学以及材料制造等方面进行科学研究的重要手段^[1-2]。相位测量轮廓^[3]术(phase measuring profilometry, PMP)是三维形貌测量技术较为常用的方法。但有时由于环境的变化和投影设备原因,例如干涉投影装置附近有工作人员走动或机械设备工作都会产生一定的震动、不可避免的空间滤波器的针孔衍射、空气流动和电子噪声干扰^[4]、环境干扰造成投影条纹的变化,条纹空间频率或相位发生偏移,使得提取到的相位变化是错误的,不能真实反应物体本身的三维形貌信息,造成形貌还原失败。

利用能量分布识别算法,根据条纹图像的频域转换图像能量分布集中程度,判断是否出现条纹相位畸变,并进行相位补偿提高测量精度。在傅里叶变换后,由于采集的图像存在许多噪声和干扰使得到的频域能量分布图能量弥散严重不能进行能量分布分析。常见的去噪方法有中值滤波、双边滤波,以及小波滤波等。中值滤波因其运算简单,以及对低密度的椒盐噪声有很好的抑制作用而得到推广。但是当椒盐噪声的密度变大后,中值滤波效果有所下降。为此提出了很多中值滤波的改进算法,如中心加权中值滤波^[3],加权中值滤波^[4]等。随着加权值的增加,图像可以更好地保留原有细节(黑点和白点),但去噪效果会降低。双边滤波器能够在有效去噪的同时很好地保留图像边缘等细节信息,但是因其需要对图像的各个点进行计算,十分耗时^[5]。李俊峰^[6]等提出增维型和降维型双边滤波器,在一定程度上加快了双边滤波的处理速度,但是对于干涉条纹图像的滤波效果不好。因此,需要改进滤波器滤除条纹图像中的噪声及干扰,提高能量分布集中程度,增强畸变条纹与为畸变条纹的能量分布差异。

本文分别采用空域滤波、频域滤波及双域滤波对未畸变条纹图像和畸变条纹图像进行滤波处理。针对双域滤波的频域环节,在小波滤波^[7]方法基础上增加反馈环节,提出一种基于能量分布的自适应图像滤波方法^[8]。通过对畸变与非畸变条纹图像

进行不同方法的滤波,并将所得图像经傅里叶变换^[9-10]得到频域能量分布图,根据能量分布情况对各种方法进行评定^[11]。实验结果表明:单一空域滤波处理得到的两幅图能量分布^[12-13]差别为1.4%,单一频域滤波处理得到的两幅图像能量分布差别为3.1%,使用非自适应双域滤波时,两幅图像能量分布差别为7%,能量分布差异明显提升,而采用自适应双域滤波时,两幅图像能量分布差别在8.2%左右,能量分布差异得到更进一步提升。

2 滤波原理

2.1 中值滤波及其改进

中值滤波是一种非线性的降噪方法,适当条件下可以在有效降噪的同时又很好地保护图像细节。它用一个可以滑动的窗口(含有奇数个点),将窗口中心点的值用窗口内所有点的中值代替。若有一个一维序列 m_1, m_2, \dots, m_n 的长度(点数)是 p (p 是奇数),并且执行中值滤波,就是从当前的序列中顺序抽出 p 个数 $m_{i-p}, \dots, m_i, m_{i+1}, \dots, m_{i+p}$,然后把这 p 个点按照降序排列,中心点处的那个值将作为滤波输出^[5]。

二维中值滤波输出为:

$$g(x, y) = \text{med}\{f(x-k, y-l), (k, l \in W)\} \quad (1)$$

其中, $f(x, y)$, $g(x, y)$ 分别为原始图像和处理后图像; W 为二维模板,可为不同形状,根据具体滤波对象而自行设定。

传统的中值滤波虽然可获得较好的图像复原效果,但是仍然存在一些问题,首先中值滤波需修改图像内每一个像素点,这使得恢复图像的能力有所下降,并且处理速度也很慢;其次中值滤波去除椒盐噪声的能力受滤波窗口的大小影响,当滤波窗口变大,抑制噪声的能力变强,但与此同时其保护图像细节的能力会有所下降,减小滤波窗口后,又会降低抑制噪声的能力。因此,本文对传统的中值滤波进行了改进,通过设定阈值标记出噪声点,然后着重于标记位置的噪声判断,有效地加快了图像处理速度。设定合适的滤波窗口(3×3)可以保证在图像细节保护能力较强的前提下对椒盐噪声又有很好的抑制作用。具体实现步骤如下:

(1) 设定疑似噪声点判断阈值 α, β 。白噪声的灰度范围记为 $[255 - \alpha, 255]$, 黑噪声的灰度范围记为 $[0, \alpha]$ 。

(2) 计算滤波窗口内像素的中值, 记为 $\text{med}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_8)$ 。

(3) 计算中心像素 x_{ij} 的灰度值与周围八个像素之差的绝对值, 统计绝对值之差大于 β 的像素个数记为 z 。

(4) 如果 $z = 8$, 那么当前 x_{ij} 为噪声点, 输出灰度值用中值 $\text{med}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_8)$ 代替。如果 $z = 0$, 则 x_{ij} 视为信号点, 按照原值输出。即:

$$x_{ij} \in \begin{cases} N & |x_{ij} - x_k| > \beta \quad (k = 1, 2, 3, \dots, 8) \\ M & |x_{ij} - x_k| \leq \beta \quad (k = 1, 2, 3, \dots, 8) \end{cases} \quad (2)$$

其中, N 为噪声点; M 为信号点。输出 y_{ij} 为:

$$y_{ij} \in \begin{cases} \text{med}(W[x_{ij}]) & x_{ij} \in N \\ x_{ij} & x_{ij} \in M \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{med}(W[x_{ij}]) = \text{med}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_8) \quad (4)$$

(5) 当像素数 $0 < z < 8$ 时, 如果是 $|x_{ij} - \text{med}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_8)| < \beta$, 则将 x_{ij} 视为信号点并输出为原值; 如果 $|x_{ij} - \text{med}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_8)| \geq \beta$, 则将任意一个与 x_{ij} 灰度值之差小于 β 的像素点作为中心窗口, 继续和中值作差并与 β 比较, 如果差值小于 β , 则 x_{ij} 视为噪声点, 输出值用中值代替, 否则输出原值。

2.2 双边滤波

双边滤波也是一种非线性的去除噪声的方法, 它是将图像中某像素点的邻近像素加权平均, 之后根据像素之间的灰度差异进行滤波处理。双边滤波器可由公式(5)表示:

$$\hat{I}(x) = \frac{1}{K} \int_{x \in \Omega} f_s(\|x - x_0\|) f_r(\|I(x) - I(x_0)\|_\alpha) dx \quad (5)$$

其中, $I(x)$ 为原像素值; $\hat{I}(x)$ 是去噪后的像素值; Ω 表示像素点的邻域大小; f_s 表示空间邻近距离; f_r 为像素的相似度, f_s 和 f_r 表示为:

$$f_s = \exp\left[-\frac{\|x - x_0\|^2}{2\sigma_s^2}\right] \quad (6)$$

$$f_r = \exp\left[-\frac{\|I(x) - I(x_0)\|^2}{2\sigma_r^2}\right] \quad (7)$$

其中, K 为归一化函数, 表示为:

$$K = \int_{x \in \Omega} f_s(\|x - x_0\|) f_r(\|I(x) - I(x_0)\|_\alpha) dx \quad (8)$$

其中, σ_s 和 σ_r 分别表示空间邻近和像素相似函数高斯核的标准差。 σ_s 为平滑参数, 属于经验值。 σ_r 可由公式(9)表示:

$$\sigma_r = 0.1 \times (\max(I) - \min(I)) \quad (9)$$

σ_s 很大时, 表明组合的像素更多, 图像容易模糊。 σ_r 的引入可以对 σ_s 图像值做一定的补偿。双边滤波的优点是可以很好地保持图像的边缘细节信息, 并且计算复杂度低, 可以大大减少运行时间。然而, 对于斑点噪声较多的图像, 去斑能力仍需加强。

2.3 小波滤波

在条纹图像的二维傅里叶变换中, 背景光强信息所含有零频分量的频谱十分宽泛, 使得零频频谱与载有有效信息的基频分量频谱时有混叠; 频谱较高位置处也可能与基频分量频谱产生混叠。这种频带混叠情况滤波很难区分有用频带和无用频带的截止频率。在进行小波滤波时, 主要针对频谱幅度进行滤波, 频谱可以重叠。因此, 采用非线性滤波的小波变换对图像进行滤波处理^[14]。

小波分析的主要思想是, 将信号 $f(t)$ 分解为一系列基函数 ψ 的和。对于具有有限能量的信号或平方可积的信号 $f(t)$, 其小波变换定义为:

$$W_f(a, b_x, b_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \psi_{a, b_x, b_y}(x, y) dx dy \quad (a > 0) \quad (10)$$

其中, b_x, b_y 分别表示 x 和 y 轴的平移量, 其逆变换为:

$$f(x, y) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_f(a, b_x, b_y) \psi_{a, b_x, b_y}(x, y) db_x db_y \frac{da}{a^3} \quad (11)$$

$$\psi_{a, b_x, b_y}(x, y) = \frac{1}{|a|} \psi\left(\frac{x - b_x}{a}, \frac{y - b_y}{a}\right) \quad (12)$$

改变尺度缩放参数 a 的值,对函数 $\psi(t)$ 具有伸展 ($a > 1$) 和收缩 ($a < 1$) 作用;改变中心时间定位参数 b 的值,可完成函数 $\psi_{a,b_x,b_y}(t)$ 对信号 $f(t)$ 的平移和扫描。随着尺度缩放参数 a 的减小,小波基 $\psi_{a,b_x,b_y}(t)$ 的支撑区也继而变窄,而其傅里叶变换 $\psi_{a,b_x,b_y}(\omega)$ 的频谱则随之向高频端展宽;反之亦然。这就实现了窗口大小自适应变化。当输入信号频率升高时,视窗宽度将会变窄,同时频窗高度将会变大,这样便于检测快变信号,提高时频的分辨率;反之亦然^[15-16]。

通过结合上述两种空域滤波和频域小波滤波设计双域滤波算法,分别为 1 型双域滤波(双边滤波与小波滤波结合使用)和 2 型双域滤波(改进中值滤波与小波滤波结合使用)。双域滤波在保持两域滤波的优点基础上,能够除去分布在频率差距较大能量小的高频和低频杂波,同时也能滤除因频率临近未能全滤出的能量较大的杂波。针对于条纹图像滤波有明显提升效果。

尽管如此,由于其滤波阈值算法采用通用的计算选取方式,虽然适用性很强,但针对条纹图像后期能量分布问题并未到达最优化结果。因此,引入滤波阈值自适应算法对双域滤波算法进行改进,得到自适应双域滤波算法。

自适应滤波方法的滤波阈值与条纹图像的能量分布关系如图 1 所示。随着阈值的增大,畸变条纹和标准条纹图像的能量发散度都会减小,能量分布集中度提升。由于畸变条纹的相位^[17]出现畸变使得条纹图像空间分布频率发生改变,这使得能量发

散度下降缓慢。本文将条纹能量分布差作为自适应算法的评定指标,旨在寻求能量分布差值最大时的滤波阈值作为最优阈值。由此,在双域滤波算法的基础上增加反馈机制,提出基于条纹图像能量分布差的自适应阈值算法。

由滤波阈值与对应条纹图像能量分布差数据,拟合构造出两者的函数关系式,可表示为:

$$\Delta dif = f(\text{thr}) \quad (13)$$

式中, thr 为小波滤波阈值; Δdif 为畸变和未畸变图像能量差异值。函数 $f(\text{thr})$ 是用来寻求两幅图像的能量差异值之差。由图 1 可知,能量差异值随着阈值的增大呈先增大后减小的趋势变化,根据这一规律制定算法实现流程。选择阈值调节步长固定值 m ,算法初始按照系统默认阈值求出能量差记为 Δdif_1 。之后将默认阈值增加一个固定步长记为 thr_1 ,求取 thr_1 的能量差异并与默认阈值的能量差异作比较。

1) 如果 thr_1 的能量差异大于默认阈值的能量差异,则将当前阈值作加一个 m 处理,代入式(13)继续比较,直到当前阈值的能量差异小于上一周期的能量差异,则选择上一周期的阈值为最适合阈值,认定上一周期的能量差异为最大差异。

2) 如果 thr_1 的能量差异小于默认阈值的能量差异,则将默认阈值作减一个 m 处理,代入式(13)求取新的能量差异 Δdif_{new} 并与默认阈值的能量差异作比较。此时如果新的能量差异 Δdif_{new} 大于默认阈值的能量差异,则将 Δdif_{new} 对应的阈值继续减一个 m 求取下一周期的能量差异 Δdif_{next} ,并与 Δdif_{new} 作比较,如此循环直到当前阈值的能量差小于上一周期的能量差,记上一周期的阈值为最适合阈值,且上一周期的能量差为最大能量差。算法流程图如图 2 所示。

3 实验分析

实际条纹投影使用自由偏氦氖激光器 25LHR171-230 作为激光发射源,利用迈克尔逊干涉的原理搭建投影装置投影干涉条纹,并用 Baumer 工业黑白相机 VLG-12M 对投影条纹进行图像采集,以千兆网线传输到 PC 机上。

采集的标准投影条纹图像和畸变条纹图像分别

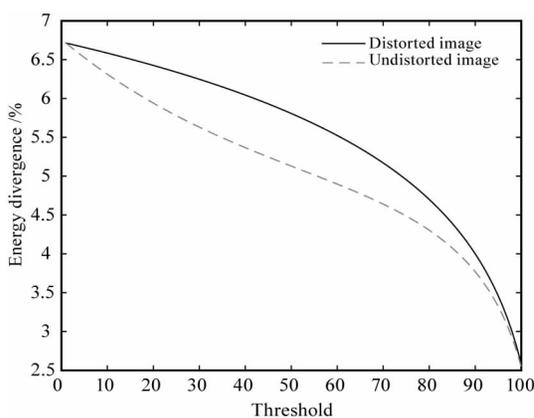


图 1 滤波阈值与能量分布关系

Fig. 1 Filter threshold and energy

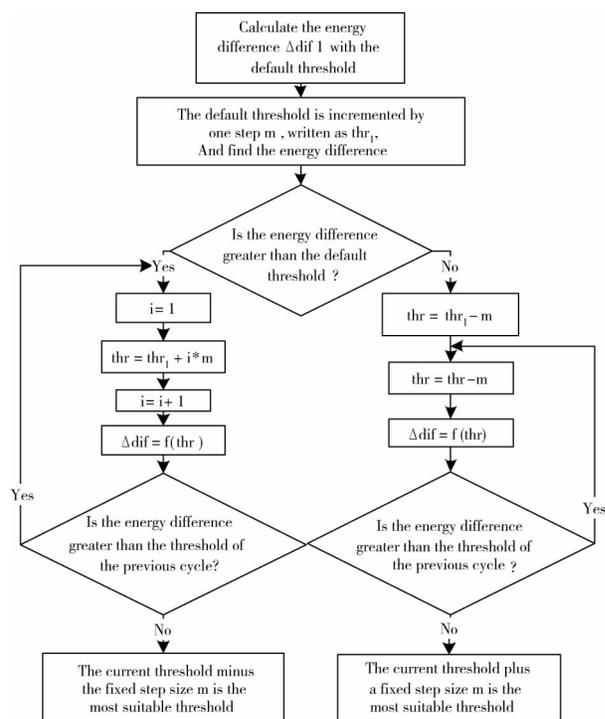


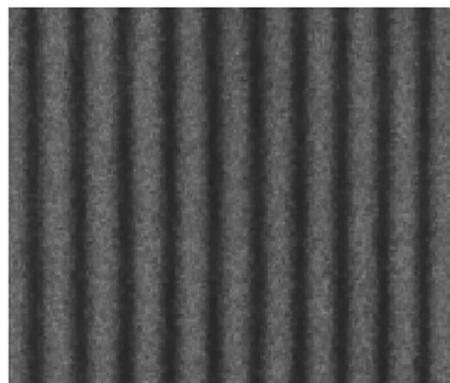
图2 自适应算法流程图

Fig. 2 Adaptive algorithm flow chart

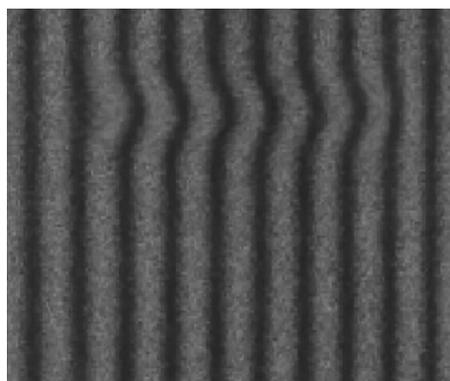
如图3(a)、图3(c)所示,图3(b)和图3(d)分别为两幅条纹图像的傅里叶移位变换图(为简化叙述,后文将傅里叶移位变换图简化为傅里叶变换图)。通过分析图3(b)和图3(d),发现在未经滤波处理的图像经傅里叶变换得到的图像能量分布散乱,标准图像与畸变图像的能量分布情况没有对比性。此时,无法通过能量分布的弥散,无法识别相位畸变是否存在。

畸变条纹图像经过空域中值滤波并进行傅里叶变换得到图4(a),经过频域小波滤波并进行傅里叶变换得到图4(b)^[18]。通过观察图4(a)、图4(b),可以发现经频域滤波所得的傅里叶变换图相比于经空域滤波的图像变换所得傅里叶变换图能量分布更加集中。但是从傅里叶变换图中可以看出仍然有许多噪声未被滤除,因此单一空域或单一频域的滤波方法不能很好地识别畸变,由此选用双域滤波对图像作处理。

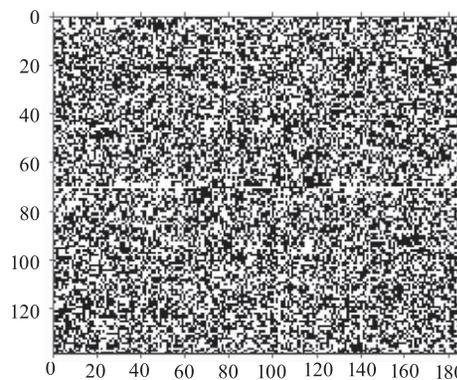
畸变条纹图像经过1型双域滤波(双边滤波与小波滤波结合使用)并进行傅里叶变换得到图5(a),经过2型双域滤波(中值滤波与小波滤波结合使用)并进行傅里叶变换得到图5(b)。通过观



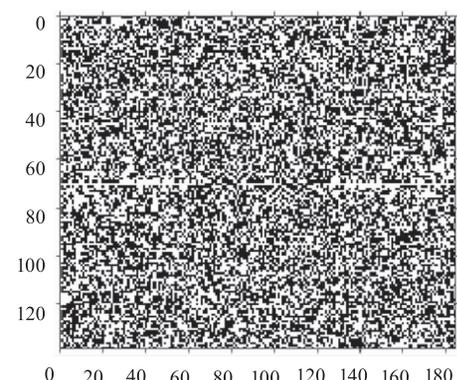
(a) 标准条纹



(b) 标准条纹傅里叶移位变换图



(c) 畸变条纹



(d) 畸变条纹傅里叶移位变换图

图3 标准和畸变条纹及其傅里叶变换图

Fig. 3 Standard and distortion stripe, and their Fourier shift map

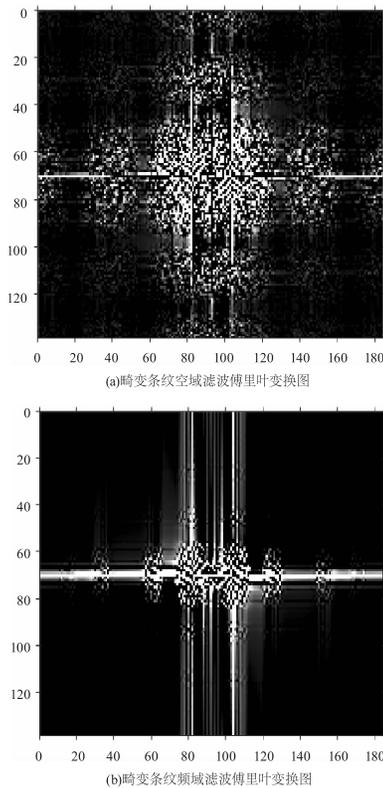


图 4 畸变条纹空域及频域滤波傅里叶变换图
 Fig. 4 Distortion fringes spatial and frequency domain filter Fourier transform

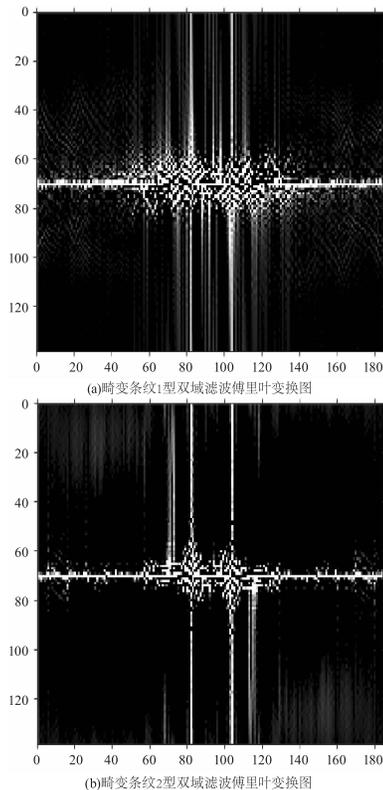


图 5 畸变条纹 1 型及 2 型双域滤波傅里叶变换图
 Fig. 5 Distortion fringe type 1 and type 2 dual domain filter Fourier transform diagrams

察图 5(a)、图 5(b),可以发现经 1 型双域滤波所得的傅里叶变换图相比于经 2 型双域滤波所得的傅里叶变换图能量分布更加弥散。因此,在滤波图像保留原图像有效信息的情况下,2 型双域滤波相较 1 型双域滤波更适用于条纹图像的滤波处理。

但是将畸变条纹经 2 型双域滤波后的傅里叶变换图与图 6(a) 标准条纹经 2 型双域滤波后的傅里叶变换图进行比较,发现畸变条纹 2 型双域滤波后的傅里叶变换图能量分布相较标准条纹经 2 型双域滤波后的傅里叶变换图的能量分布仍然有许多处相对发散。针对这一问题提出基于能量分布的自适应滤波方法。对畸变条纹在空域进行中值滤波以后,采用自适应的小波滤波进行频域滤波处理,其傅里叶变换图如图 6(b) 所示。与图 6(a) 标准条纹 2 型双域自适应滤波傅里叶变换图相比发现,两图的能量分布差值十分明显。

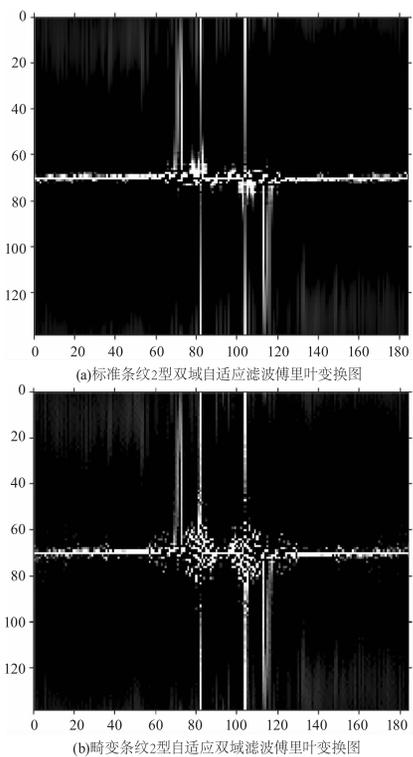


图 6 标准及畸变条纹 2 型自适应双域滤波傅里叶变换图
 Fig. 6 Parameter optimization standard and distortion stripe type 2 dual domain filter Fourier transform diagrams

4 结 论

本文通过使用空域滤波和频域小波滤波对条纹图像进行滤波,并将所得图像经傅里叶变换得到频域能量分布图。经过图像数据比对,如表 1 能量发

表 1 能量发散度差异表

Tab. 1 Energy distribution difference table

Filtering method	Difference in energy divergence between distorted and undistorted images/%
Single spatial domain filtering (with median filtering as an example)	1.4
Single frequency domain filtering	3.1
Type 1 dual domain filtering	6.8
Type 2 dual domain filtering	7
Type 2 adaptive dual domain filtering	8.3

散度差异表所示,得出结论:单一空域或频域滤波因畸变与未畸变图像的能量发散度差异不足 5%,能量发散度差异不够明显,不能进行基于能量分布的相位畸变识别;1型双域滤波能量发散度差异虽然和 2 型接近,但是其傅里叶变换图的能量弥散度较大,不适用于畸变识别技术中的滤波处理;使用 2 型双域滤波时,能够得到能量分布效果良好的傅里叶变换图像,其能量发散度差异可达到 7%,但是仍有提升空间;2 型自适应双域滤波后的傅里叶变换图较 2 型双域滤波傅里叶变换图效果有明显提升,畸变条纹基频附近能量弥散程度有所加大,使标准条纹和畸变条纹的能量发散度差异更加明显,本文试验结果显示畸变与未畸变图像的能量发散度差异可达到 8.3%,识别畸变效果最好。

参考文献:

- [1] SUN Yuchen, GE Baozhen, ZHANG Yimo. Review for the 3D information measuring technology[J]. Journal of Optoelectronics · Laser, 2004, 15(2): 248 - 254. (in Chinese)
孙宇臣, 葛宝臻, 张以谟. 物体三维信息测量技术综述[J]. 光电子·激光, 2004, 15(2): 248 - 254.
- [2] ZHANG Qican, SU Xianyu. Research progress of dynamic three-dimensional shape measurement[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(1): 1 - 14. (in Chinese)
张启灿, 苏显渝. 动态三维面形测量的研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2013, 50(1): 1 - 14.
- [3] Ko S J, Lee Y H. Center weighted median filters and their applications to image enhancement[J]. IEEE Transaction on Circuits Systems, 1991, 38(9): 984 - 993.
- [4] DENG Xiuqin, XIONG Yong. Weighted median filter algorithm for image processing[J]. Computer Technology and Development, 2009, 19(3): 46 - 48. (in Chinese)
邓秀勤, 熊勇. 用于图像处理的加权中值滤波算法[J]. 计算机技术与发展, 2009, 19(3): 46 - 98.
- [5] Srinivasan Y, Liu H C, Hallioua M. Automated phase measuring profilometry of 3 - D diffuse objects[J]. Appl Opt, 1984, 23(18): 3105 - 3108.
- [6] LI Junfeng, YANG Feng, HUANG Jing. A fast algorithm for improved dimensional bilateral filter[J]. Journal of Circuits and Systems, 2013, 18(1): 137 - 143. (in Chinese)
李俊峰, 杨丰, 黄靖. 一种改进的增维型双边滤波器的快速算法[J]. 电路与系统学报, 2013, 18(1): 137 - 143.
- [7] PEI Zhipeng, LI Xin. Research on adaptive image denoising method based on wavelet transform[D]. Huainan: Anhui University of Science and Technology, 2018. (in Chinese)
裴志鹏, 李昕. 基于小波变换的自适应图像去噪方法的研究[D]. 淮南: 安徽理工大学, 2018.
- [8] ZHANG Hongwei. Research and implementation of image denoising method based on MATLAB[J]. Journal of Daqing Normal University, 2016, 36(3): 1 - 4. (in Chinese)
张宏伟. 基于 MATLAB 的图像去噪方法的研究与实现[J]. 大庆师范学院学报, 2016, 36(3): 1 - 4.
- [9] DONG Jian, DENG Guohui, LI Jinwu. Research on image transformation based on two-dimensional Fourier Transform[J]. Fujian Computer, 2015, 31(9): 102 - 103. (in Chinese)
董健, 邓国辉, 李金武. 基于二维傅里叶变换实现图像变换的研究[J]. 福建电脑, 2015, 31(9): 102 - 103.
- [10] Goldberg RR. Fourier transforms [J]. Physics Today, 1961, 14(10): 52 - 52.
- [11] CHEN Haiyun, CHEN Cheng, PENG Baojin, et al. Fourier analysis of the fringe signal of a fiber grating Mach-Zehnder interferometer[J]. Acta Photonica Sinica, 2016, 45(9): 173 - 178. (in Chinese)
陈海云, 陈成, 彭保进, 等. 光纤光栅马赫 - 曾德干涉仪条纹信号的傅里叶分析[J]. 光子学报, 2016, 45(9): 173 - 178.

- [12] An Ping. Processing and analysis of regular interference fringe images [D]. Hohhot: Inner Mongolia University of Technology, 2017. (in Chinese)
安平. 规则干涉条纹图像的处理与分析 [D]. 呼和浩特: 内蒙古工业大学, 2017.
- [13] Auslander L, Grunbaum F A. The Fourier transform and the discrete Fourier transform [J]. *Inverse Problems*, 1989, 5(2): 149.
- [14] REN Xuhu, SONG Shanshan, QI Yaoguang. Application research of fourier transform profilometry based on wavelet analysis [J]. *Journal of China University of Petroleum: Natural Science*, 2007, (1): 148 - 153. (in Chinese)
任旭虎, 宋珊珊, 綦耀光. 基于小波分析的傅里叶变换轮廓术应用研究 [J]. *中国石油大学学报: 自然科学版*, 2007, (1): 148 - 153.
- [15] Bacchelli S, Papi S. Filtered wavelet thresholding methods [J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2004, 164 - 165(1): 39 - 52.
- [16] Roberge D, Sheng Y. Optical wavelet matched filter [J]. *Applied Optics*, 1994, 33(23): 5287 - 93.
- [17] YANG Haimei. Extraction and analysis of phase information for high-speed flow field laser interferometry [D]. Yantai: Yantai University, 2017. (in Chinese)
杨海梅. 高速流场激光干涉检测相位信息的提取与分析 [D]. 烟台: 烟台大学, 2017.
- [18] WEN Jia, ZHAO Junsuo, WANG Cailing, et al. Interference hyperspectral image decomposition based on improved MCA [J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2016, 36(1): 254 - 258. (in Chinese)
温佳, 赵军锁, 王彩玲, 等. 基于改进 MCA 的干涉高光谱图像分解 [J]. *光谱学与光谱分析*, 2016, 36(1): 254 - 258.