文章编号:1001-5078(2020)08-0935-06

· 激光应用技术 ·

# 基于多元正态分布的飞秒激光烧蚀光斑质心提取

王福斌,刘梦竹,刘金旺

(华北理工大学电气工程学院,河北 唐山 063210)

摘 要:飞秒激光在加工单晶硅过程中伴随着等离子体衍生发光现象,并以激光光斑形式表现出来,激光烧蚀效果受激光脉冲能量、光学设置、材料特性、环境参数等因素的影响,参数的选择是实现理想加工的关键,由此引入光斑质心的提取,研究光斑的变化规律以提高加工精度的目的。常用的质心提取算法有灰度质心法、高斯曲面拟合法等,但由于受到噪声的影响,光斑的灰度峰值可能发生偏差,提取的质心同真实质心相比误差较大,由此引入多元正态分布,在多个方向拟合高斯曲面,通过极大似然法估计质心,在精度方面得到了很大的改善。
 关键词:飞秒激光;烧蚀光斑;质心提取;多元正态分布的极大似然估计
 中图分类号:TN249 文献标识码:A DOI:10.3969/j.issn.1001-5078.2020.08.006

## Centroid extraction of femtosecond laser ablation spot based on multiple normal distribution

WANG Fu-bin, LIU Meng-zhu, LIU Jin-wang

(College of Electrical Engineering, North China University of Science and Technology, Tangshan 063210, China)

Abstract: In the process of monocrystalline silicon processing, femtosecond laser is accompanied by plasma-derived luminescence, which is shown in the form of laser spot. Laser ablation effect is affected by laser pulse energy, optical setting, material properties and environmental parameters. The selection of parameters is the key to realize the ideal machining, so the paper introduces the extraction of the centroid of the spot and studies the variation rule of the spot to improve the machining precision. Commonly used centroid extraction algorithm are gray mass center method, gauss curved surface fitting and so on. However, due to the influence of noise, the light gray peak deviations may occur, and the extracted center of mass has a larger error compared with the real center of mass, thus introducing the multivariate normal distribution and fitting Gaussian surface in multiple directions and estimating centroid by maximum likelihood method, the accuracy is greatly improved.

Keywords: femtosecond laser; ablative spot; centroid extraction; maximum likelihood estimation of multivariate normal distribution

1 引 言

飞秒激光<sup>[1]</sup>凭借脉冲宽度短、峰值功率高、热效应小、加工分辨率高等区别于长脉冲激光的优势, 在微加工领域展现出了强大的生命力。激光加工单 晶硅的过程中,单晶硅表面获得能量,使得表面粒子 速度增大<sup>[2]</sup>,进而导致材料表面的形态发生变化, 进而导致烧蚀现象的发生<sup>[3-4]</sup>。近些年,飞秒激光 的加工受到广泛关注,在制造领域我们最关心的就

作者简介:王福斌(1968-),男,博士,副教授,主要从事数字图像处理,机器视觉,飞秒激光微纳加工技术研究。E-mail: wfb2313@126.com

**通讯作者:**刘梦竹(1995 - ),女,硕士研究生,主要从事图像处理,图像分类的研究。E-mail:1416892889@ qq. com 收稿日期:2019-10-14;修订日期:2019-11-04

针对当前激光光斑图像质心检测方法存在抗干 扰能力差、检测精度低等缺陷,本文主要工作为采集 飞秒激光烧蚀过程中的等离子体光斑序列图像,对 光斑图像的质心进行提取,研究光斑质心随时间变 化的物理运动规律,为后续实现基于光斑图像的飞 秒激光微加工控制提供研究基础。

光斑灰度由中心向外逐渐衰减,没有清晰的光 点边缘,提取质心一般采用基于灰度分布的方法,充 分利用发光点图像中每个像素的灰度值。加工过程 中,由于受到噪声的影响,光斑的灰度峰值可能发生 偏差,提取误差较大,由此引入多元正态分布的极大 似然法估计质心,在精度方面得到了很大的改善。

2 基于多元正态分布的光斑质心提取过程

2.1 光斑质心提取方案

若光斑图像的三维灰度特征近似服从高斯曲面 分布,曲面中心像素点的灰度值就是此峰的最大 值<sup>[6]</sup>,用高斯曲面拟合法求取光斑质心,有较高的 定位精度,同时具有较高的稳定性,但是计算量大, 又由于受到噪声的影响,灰度峰值可能发生偏差,这 给光斑质心的提取带来不便。

因此,采取一些措施来弥补不足,提取方法如下 所示:

1)首先,用灰度质心法进行计算,找到与计算 结果最接近的像素点作为粗提取的质心点位置  $(\hat{x}_0, \hat{y}_0)$ ,减少计算量;

2)然后,将该点及其邻近的5个像素点,共6个像素点( $\tilde{x}_i, \tilde{y}_i$ ),作为下一步要拟合的高斯曲面的中心点;

3)由于光斑的灰度峰值可能发生偏差,对 ( $\tilde{x}_i, \tilde{y}_i$ )这6个像素点作为中心点,各个中心点与它 周围的5个像素点都能拟合出一个高斯曲面,共拟 合6个高斯曲面,最后通过多元正态分布的极大似 然估计得到最终的质心点坐标 ( $\hat{\mu}, \hat{\nu}$ )。

2.2 光斑质心提取方法

2.2.1 灰度质心法

灰度质心法<sup>[7-8]</sup>可以看作是以灰度为权值的加 权型方法,首先,将飞秒激光光斑图像进行预处理, 消除噪声,然后提取光斑质心。光斑质心的计算方 法为:

$$\begin{cases} \tilde{x}_{0} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} f(x_{i}, y_{j}) x_{i}}{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} f(x_{i}, y_{j})} \\ \tilde{y}_{0} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} f(x_{i}, y_{j}) y_{i}}{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} f(x_{i}, y_{j})} \end{cases}$$
(1)

式中,  $f(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0)$  代表位于灰度图像中第 i 行第 j 列像素点的灰度值。

灰度质心法计算方便快捷,但受噪声影响较大。 2.2.2 多元正态分布的极大似然估计

经预处理后的飞秒激光烧蚀单晶硅衍生的光斑 图像如图 1 所示。图 1 中的'+'位置为通过灰度 质心法得到的光斑质心 ( $\tilde{x}_0, \tilde{y}_0$ )。



图 1 光斑质心定位 Fig. 1 Centroid localization of light spot

需要以该点及其周围的 5 个像素点 ( $\tilde{x}_i, \tilde{y}_i$ ) 作为接下来需要拟合的各个高斯曲面的中心点,各个中心点与它周围的 5 个像素点都能拟合出一个高斯曲面,如图 2 所示,共拟合 6 个高斯曲面,就可以通过多元正态分布的极大似然估计得到最终的光斑质心点坐标 ( $\hat{\mu}, \hat{\nu}$ ),如图 1 中的'\*'标记位置。





以( $\tilde{x}_1, \tilde{y}_1$ )为例,依据( $\tilde{x}_1, \tilde{y}_1$ )及该点周围的 5个像素点,通过最小二乘法这一优化方法构成一 个高斯曲面<sup>[9]</sup>,并求取极大值。

$$f(x_i, y_i) = A \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}[(x_i - \mu_1)^2 + (y_i - v_1)^2]\right\}$$
(2)

式中,  $(\mu_1, \nu_1)$  为质心坐标;  $\sigma$  为二维高斯函数的 均方差; A 为固定系数, 可认为等于光斑质心亮 度值。

考虑到光斑的 x 方向和 y 方向分别呈现不同的的  $\sigma$  值<sup>[10]</sup>,则式(2)可转化为:

$$f(x_i, y_i) = A \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\frac{(x_i - \mu_1)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y_i - v_1)^2}{\sigma_y^2}\right]\right\}$$
(3)

两边取对数得:

$$\ln f(x_i, y_i) = \ln(A) - \frac{1}{2} \left[ \frac{(x_i - \mu_1)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y_i - v_1)^2}{\sigma_y^2} \right]$$
(4)

可将式(4)看作 
$$x$$
 和  $y$  的二次函数:  
lnf( $x_i, y_i$ ) =  $t_0 x^2 + t_1 y^2 + t_2 x + t_3 y + t_4$  (5)  
展开可获得 5 个参数:

$$\begin{cases} t_0 = -\frac{1}{2\sigma_x^2} \\ t_1 = -\frac{1}{2\sigma_y^2} \\ t_2 = \frac{\mu_1}{\sigma_x^2} \\ t_3 = \frac{v_1}{\sigma_y^2} \\ t_4 = \ln(A) - \frac{\mu_1^2}{2\sigma_x^2} - \frac{v_1^2}{2\sigma_y^2} \end{cases}$$
(6)

求解5个参数是提取质心坐标的关键。因此, 选取至少5个像素参与计算(本文选取6个像素 点),令:

$$Y = \begin{bmatrix} \ln f(x_1, y_1) \\ \ln f(x_2, y_2) \\ \ln f(x_3, y_3) \\ \ln f(x_4, y_4) \\ \ln f(x_5, y_5) \\ \ln f(x_6, y_6) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} x_1^2 & y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 & y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \\ x_4^2 & y_4^2 & x_4 & y_4 & 1 \\ x_5^2 & y_5^2 & x_5 & y_5 & 1 \\ x_6^2 & y_6^2 & x_6 & y_6 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} t_0 \\ t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{bmatrix}$$
(7)

则可得 Y = AB, 对此方程求最小二乘解得到  $B = (A^{T}A)^{-1}A^{T}Y$ , 即:

$$\begin{cases} \mu_1 = -\frac{t_2}{2t_0} \\ \nu_1 = -\frac{t_3}{2t_1} \end{cases}$$
(8)

可得此高斯曲面拟合的质心坐标为 (μ<sub>1</sub>,ν<sub>1</sub>), 依次求取其他五个高斯曲面拟合的质心,以 *x* 方向 为例,以这六个质心点作为最优点去拟合最优的高 斯曲面:

$$x = \begin{bmatrix} x_{1} \\ x_{2} \\ x_{3} \\ x_{4} \\ x_{5} \\ x_{6} \end{bmatrix}, \mu = \begin{bmatrix} \mu_{1} \\ \mu_{2} \\ \mu_{3} \\ \mu_{4} \\ \mu_{5} \\ \mu_{6} \end{bmatrix}, \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{3} \\ \sigma_{4} \\ \sigma_{5} \\ \sigma_{6} \end{bmatrix}$$
(9)

多元正太分布的密度函数可表示为:

$$f(x) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\right)^{6} \sigma_{1} \sigma_{2} \cdots \sigma_{6}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{x_{1} - \mu_{1}}{\sigma_{1}}\right)^{2} + \left(\frac{x_{2} - \mu_{2}}{\sigma_{2}}\right)^{2} + \cdots + \left(\frac{x_{6} - \mu_{6}}{\sigma_{6}}\right)^{2}\right]\right\}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{1}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_{1} - \mu_{1}}{\sigma_{1}}\right)^{2}\right]$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_{2} - \mu_{2}}{\sigma_{2}}\right)^{2}\right] \cdots$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{6}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_{6} - \mu_{6}}{\sigma_{6}}\right)^{2}\right] \quad (10)$$

在各维度相互独立的情况下,多元正态分布的 概率密度其实就是各个维度的正态分布密度函数的 乘积。

通过多元正态分布的极大似然估计,得到光斑 质心行坐标为: $\hat{\mu} = \bar{x}$ ,同理,质心列坐标为: $\hat{v} = \bar{y}$ 。 即,最终的质心坐标为( $\hat{\mu}, \hat{\nu}$ )。

#### 3 仿真实验

### 3.1 三种方法的标准差比较

由于光斑图像真实的质心位置无法求得,所以 不能使用各种质心提取法求得的质心坐标比较各自 的精度。任何方法的质心提取坐标值都会产生误 差,且在不同帧的光斑图像中误差会随机产生,对同 一光斑图像来说,在多帧图像中提取的质心坐标随 误差的增大会越加分散,以至于产生更大的误差。 因此选取40 帧图像,用同种方法提取质心,求得标 准差 d 去比较各个方法的优劣,如式(11),标准差 越小则精度越高。

$$d = \sqrt{\frac{\sum \left[ (\hat{\mu} - \bar{\mu})^2 + (\hat{v} - \bar{v})^2 \right]}{40}}$$
(11)

灰度质心法可以看成是以灰度为权值的加权方法,要获得较为精确的质心坐标,光斑图像的灰度特征需在各个方向上对称,事实上,由于飞秒激光烧蚀光斑图像有一定的拖尾现象,因此使用该算法产生误差较大: *d*<sub>1</sub> = 6.2712;

光斑图像的灰度分布近似于高斯曲面分布,用 高斯曲面拟合法进行质心定位,可以较好的降低噪 声对计算结果的影响,有较高的定位精度及稳定 性<sup>[11-12]</sup>,常用此方法求取质心,但由于受到噪声的 影响<sup>[13]</sup>,光斑的灰度峰值可能发生偏差,提取误差 较大: *d*<sub>2</sub> =4.7115;

多元正态分布的极大似然法估计质心,在灰度 质心法的基础上从多个方向拟合高斯曲面,在计算 量和精度方面都得到了很大的改善,其标准差为: *d*<sub>3</sub> = 2.1524;



三种方法的标准差如图 3 所示。

3.2 质心坐标分析

由多元正太分布的极大似然法估计出 40 个光

斑图像的质心,质心坐标的分析如图 4 和图 5 所示, 分别画出标准差同质心行坐标和列坐标的关系。图 4 中,横坐标为 40 个图像的质心行坐标,纵坐标为 每个行坐标所对应的标准差。图 5 中,横坐标为 40 个质心列坐标,纵坐标为每个列坐标所对应的标准 差。各自都呈现出 V 形,标准差随着坐标增大慢慢 减小,到达一个节点之后随坐标增大而增大。



coordinates and standard deviations

用 40 个质心行坐标和 40 个列坐标减去其平均 值求取残差,分别观察残差随行坐标和列坐标的变 化,如图 6 和图 7,残差和对应的坐标值呈线性 关系。

计算 40 个质心坐标的概率密度估计,绘制出概 率密度曲线,如图 8,横坐标为 40 个质心行坐标,纵 坐标为行坐标所对应的的概率密度估计值。图 9 中,横坐标为 40 个质心列坐标,纵坐标为列坐标所 对应的的概率密度估计值。两个函数都近似服从正 态分布。



Fig. 9 Probability density estimation of column coordinates

4 结 论

鉴于灰度质心法简单明了,计算速度快,但抗 干扰能力差,高斯曲面拟合法有较高的定位精度, 同时具有较高的稳定性,但是计算量大,又由于受 到噪声的影响,灰度峰值可能发生偏差,引入了多 元正态分布的极大似然估计法。比较于传统的质 心定位方法,多元正态分布的极大似然估计法在 灰度质心法的基础上估计质心,通过在多个方向 拟合高斯曲面,克服了计算量大以及灰度峰值有 偏差的难题,能够拟合出最优的高斯曲面来求取 质心。其标准差相较于高斯曲面拟合法的标准差 来说减小了 2.5591,在精度方面得到很大的改善, 同时又分析了序列光斑图像的质心坐标分布的规 律,为后续实现基于光斑图像的飞秒激光微加工 控制提供研究基础。

#### 参考文献:

 Li Z M, Wang X, Nie J S. Formation of periodic ripples on silicon surface ablated by femtosecond laser [J]. ACTA PHYSICA SINICA, 2017, 66 (10): 191 - 197. (in Chinese)

李志明,王玺,聂劲松.飞秒激光烧烛硅材料表面形成周期波纹形貌研究[J].物理学报,2017,66(10):191-197.

- [2] Wu X L. The ablation and micromachining studies on metallic and emiconducting films by femtosecond laser[D].
  Zhengjiang:University of Jiangsu,2011. (in Chinese)
  吴小麟. 飞秒激光对金属和半导体薄膜的烧蚀与微加 工研究[D]. 镇江:江苏大学,2011.
- [3] Hong M H, B. Luk'yanchuk, Huang S M, et al. Femtosecond laser application for high capacity optical data storage
   [J]. Applied Physics A: Materials Science Processing, 2004,79(4-6):791-794.
- [4] Zhou W G. Research on femtosecond laser ablation of silicon based on molecular dynamics simulations [D]. Harbin:Harbin Institute of Technology,2014. (in Chinese)
  周卫国.基于分子动力学的飞秒激光烧蚀硅的研究
  [D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2014.
- [5] Gang Chang, Gary. Concepts and methods for the development of efficient femtosecond laser micromachining technology[D]. Calgary: University of Calgary, 2014.
- [6] Cheng Z. Study on star map location and recognition technology[D]. Xi'an: Xidian University, 2010. (in Chinese) 程征. 星图定位与识别技术研究[D]. 西安: 西安电子 科技大学, 2010.

- [7] Wang L L, Hu Z W, Ji H X. Laser spot center location algorithm based on Gaussian fitting [J]. Applied Optics, 2012,33(5):985-990. (in Chinese)
  王丽丽, 胡中文, 季杭馨. 基于高斯拟合的激光光斑中 心定位算法[J]. 应用光学,2012,33(5):985-990.
- [8] Zhao Q, Hao S Q, Zhang D. Location method of spot center based on improved threshold segmentation [J]. Laser & Infrared, 2018, 48(5):633-637. (in Chinese)
  赵琦,郝士琦,张岱.改进阈值分割的光斑中心定位方法[J].激光与红外, 2018, 48(5):633-637.
- [9] Lian Y Y, Zhang C, Xie Z T. Accuracy analysis for subpixel location of star image[J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2015, 32(6):578 – 582. (in Chinese)

连月勇,张超,谢宗特.星点亚像元细分定位精度分析 [J].测绘科学技术学报,2015,32(6):578-582.

[10] Wang M, Zhao J Y, Chen T. Center extraction method for star-map targets based onanisotropic gaussian surface fitting[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(5):226 - 235. (in Chinese)

王敏,赵金宇,陈涛.基于各向异性高斯曲面拟合的

星点质心提取算法[J]. 光学学报, 2017, 37(5): 226-235.

- [11] Yang B W. Research on the key technologies of visionbased assambly pose of measurement for large-scale equipments[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2013. (in Chinese) 杨博文. 大型装备装配位姿视觉检测的关键技术研 究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2013.
- [12] Feng X X. The spot image extraction and error compensation for real-time three-dimensional high-precision measurements[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012. (in Chinese) 冯新星. 面向实时高精度三维测量的光斑图像提取 与误差补偿[D]. 南京:南京航空航天大学,2012.
- [13] Zhang H, Li G P, Zhang Y, et al. Spot centroid extraction algorithm based on three-dimensional arctangent function fitting [J]. Infrared and Laser Engineering, 2019, 48 (2):268-275. (in Chinese)
  张惠,李国平,张勇,等. 基于三维反正切函数拟合的 光斑质心提取算法[J]. 红外与激光工程, 2019, 48 (2):268-275.