文章编号:1001-5078(2020)10-1258-04　　·光学技术·

异常涡旋光束的拓扑荷的测量

余丽芳,黎　芳
(北京建筑大学理学院,北京 102616)

摘　要:提出了一种测量异常涡旋光束的拓扑荷的方法。在接收孔径之前放置一个特殊样式的掩膜板,通过接收平面的光强图来分辨异常涡旋光束的拓扑荷值。首先采用理论推导的方法得出接收平面光强分布的解析式,然后通过数值仿真得出光强图。研究表明,接收平面上的强度分布图为多环结构,环数与异常涡旋光束的拓扑荷值有关,而与光束阶数无关。研究成果对于促进异常涡旋光束的应用具有重要意义。

关键词:异常涡旋光束;拓扑荷;光强;掩模板
中图分类号:O436.1　　**文献标识码:**A　　**DOI:**10.3969/j.issn.1001-5078.2020.10.018

Method for probing the topological charge of anomalous vortex beams

YU Li-fang, LI Fang
(School of Science, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing 102616, China)

Abstract: A method is proposed to measure the topological charge of an anomalous vortex beam. A mask is placed before the receiving aperture, and the topological charge of the anomalous vortex beam can be measured through analyzing the intensity distribution on the receiving plane. The analytical expression describing the intensity distribution of the anomalous vortex beams after passing through the mask is derived. Based on the expression, the intensity patterns are obtained through numerical simulating. It is shown that the intensity distribution on the receiving plane is a multi ring pattern, and the number of rings is related to the topological charge of the anomalous vortex beam, but not to the beam order. The results are of great significance to the application of anomalous vortex beams.

Keywords: anomalous vortex beam; topological charge; intensity; mask

1　引　言

涡旋光束是近年来国际上研究的热点领域之一,已经在量子信息编码、空间信息传输与通信、遥感成像、光学微操纵、生物医学等领域得到了广泛且重要的应用[1-8]。近年来受关注较多的涡旋光束有拉盖尔-高斯(Laguerre-Gaussian, LG)光束[9-11]和复宗量拉盖尔-高斯(elegant Laguerre-Gaussian, ELG)光束[12-13]。其中 ELG 光束虽比普通 LG 光束具有更好的对称性,却一直没有得到更大的应用,限制其发展的一个主要原因是其不容易实现。2013 年,异常涡旋光束(anomalous vortex beam, AVB)[14]是被提出且实验产生的一种新的涡旋光束,这种光束在远场传输后可以变成 ELG 光束,即它可以作为产生 ELG 光束,甚至更进一步产生贝塞尔-高斯光束、贝塞尔涡旋光束的光源。

涡旋光束之所以受到广泛关注主要是其每个光

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 41801229);北京市教育委员会科技计划一般项目资助项目(No. KM20181001600117)资助。
作者简介:余丽芳(1963-),女,副教授,主要研究方向为激光传输特性及其应用。E-mail:yulifang@bucea.edu.cn
通讯作者:黎　芳(1984-),女,讲师,主要研究方向为涡旋光束的传输及其在通信遥感的应用。E-mail:lifang@bucea.edu.cn
收稿日期:2019-11-12;**修订日期:**26019-12-09

子具有确定的轨道角动量,其轨道角动量值仅由涡旋光束的拓扑荷决定。因此测量涡旋光束的拓扑荷对于其在各领域中的应用具有重要的意义。然而,目前针对拓扑荷的测量主要针对于 LG 光束[15-17],对于异常涡旋光束的拓扑荷的测量尚未见相关报道。本文提出用一种掩模板来对异常涡旋光束的拓扑荷进行测量。该方法能简单方便测量出拓扑荷,其对于促进异常涡旋旋光束在光束传输、通信遥感等领域的应用具有显著的价值。

2　理论推导

AVB 在源平面 $z=0$ 处的光场表达式为:

$$E(\rho,\phi,0)=C_0\exp\left[-\left(\frac{\rho}{w_0}\right)^2\right]\left[\frac{\rho}{w_0}\right]^{2n+|m|}\exp(-im\phi) \tag{1}$$

其中,C_0 为常数;n 为 AVB 的阶数;m 为拓扑荷;w_0 为束腰半径。

根据惠更斯-菲涅尔积分可以推出 AVB 在接收平面 z 处的光场表达式为:

$$u_0(r,\theta,z)=\frac{i^{m+1}\pi C_0 n!}{\lambda z w_0^{2n+|m|}}\exp\left(-\frac{ikr^2}{2z}-ikz\right)\exp(-im\theta)\cdot\left(\frac{kr}{2z}\right)^{|m|}g^{-n-|m|-1}\times\exp\left(-\frac{k^2r^2}{4gz^2}\right)L_n^{|m|}\left(\frac{k^2r^2}{4gz^2}\right) \tag{2}$$

式中,$g=\frac{1}{w_0^2}+\frac{ik}{2z}$;$\lambda$ 为波长;k 为波数。

把 AVB 光束通过图 1 所示的掩模板,根据接收面上的光强图来判别 AVB 的拓扑荷值。该掩模板具有 Q 个等间距环,每个环有 L 个孔径。由图可知掩模板的透过率函数为:

$$T=\sum_{l=1}^{L}\sum_{q=1}^{Q}\delta(x-r_q\cos\phi_l,y-r_q\sin\phi_l) \tag{3}$$

其中,$r_q=q\frac{a}{Q}$;$\phi_l=(l-1)\frac{2\pi}{L}$;$a$ 为最外层环的半径。

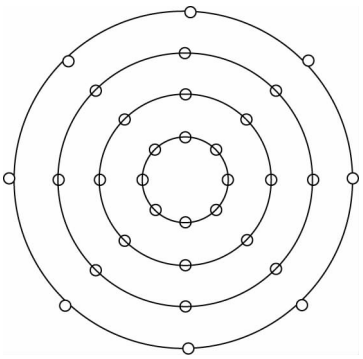

图 1　掩模板图样

Fig. 1 Pattern of the mask

当异常涡旋光束 u_0 照射这个掩模板时,根据夫琅各费衍射公式可知,观察面上强度分布为:

$$\begin{aligned}I(x',y')&=\left(\frac{1}{\lambda z_1}\right)^2|F\{u_0T\}|^2\\&=\left(\frac{1}{\lambda z_1}\right)^2|F[u_0]\otimes F[T]|^2\\&=\left(\frac{1}{\lambda z_1}\right)^2|U|^2\end{aligned} \tag{4}$$

其中,z_1 为掩膜板到接收面的距离;F 表示傅里叶变换;$\otimes$ 表示卷积。

由 δ 函数的傅里叶变换性质可得:

$$F(T)=\sum_{l=1}^{L}\sum_{q=1}^{Q}\exp\left[-i\frac{k}{z_1}(x'r_q\cos\phi_l+y'r_q\sin\phi_l)\right] \tag{5}$$

对式(2)进行傅里叶变换,并利用式(6)和式(7)可得式(8):

$$\int_0^{2\pi}\exp[-im\theta_0-ik\rho r_0\cos(\theta_0-\phi)]d\theta_0=2\pi(-i)^mJ_m(k\rho r_0)\exp(-im\phi) \tag{6}$$

$$\int_0^{\infty}x^{v+1}e^{-\beta x^2}L_n^v(\alpha x^2)J_v(yx)dx=2^{-v-1}\beta^{-v-n-1}(\beta-\alpha)^ny^ve^{-\frac{y^2}{4\beta}}L_n^v\left(\frac{\alpha y^2}{4\beta(\alpha-\beta)}\right) \tag{7}$$

$$F[u_0]=\pi C_0n!\left(\frac{ik}{z}\right)^{-m}\exp(-ikz)w_0^{m+2}\left(\frac{k\rho}{2z}\right)^m\times L_n^m\left(\frac{\rho^2w_0^2}{4}\right)\exp\left[-\left(\frac{w_0^2}{4}-\frac{iz}{2k}\right)\rho^2\right]\exp(-im\phi) \tag{8}$$

将式(5)和式(8)代入式(3)且把直角坐标系中的变量变换为极坐标系中的变量,可以得到:

$$\begin{aligned}U=&\sum_{l=1}^{L}\sum_{q=1}^{Q}\left\{\exp\left[-i\frac{k}{z_1}(x'r_q\cos\phi_l+y'r_q\sin\phi_l)\right]\cdot\right.\\&\pi C_0n!\left(\frac{ik}{z}\right)^{-m}\exp(-ikz)w_0^{m+2}\times\int_0^{\infty}\left(\frac{k\rho}{2z}\right)^m\cdot\\&\exp\left[-\left(\frac{w_0^2}{4}-\frac{iz}{2k}\right)\rho^2\right]L_n^m\left(\frac{\rho^2w_0^2}{4}\right)\rho d\rho\times\\&\int_0^{2\pi}\exp\left\{i\frac{k\rho r_q}{z_1}[\cos(\phi-\phi_l)]\right\}\exp(-im\phi)d\phi\end{aligned} \tag{9}$$

再利用式(6)和式(7)解得:

$$\begin{aligned}U=&2\pi^2i^mC_0n!\left(\frac{ik}{z}\right)^{-m}\exp(-ikz)w_0^{m+2}\exp(-im\phi_l)\times\\&\sum_{l=1}^{L}\sum_{q=1}^{Q}\left\{\exp\left[-i\frac{k}{z_1}(x'r_q\cos\phi_l+y'r_q\sin\phi_l)\right]\times\right.\\&\left(\frac{k}{2z}\right)^m\left(\frac{w_0^2}{2}-\frac{iz}{k}\right)^{-m-1}\left(1+\frac{ikw_0^2}{2z}\right)^{-n}\left(\frac{kr_q}{z_1}\right)^m\times\\&\exp\left[-\frac{\left(\frac{kr_q}{z_1}\right)^2}{4\left(\frac{w_0^2}{4}-\frac{iz}{2k}\right)}\right]L_n^m\left(\frac{\frac{w_0^2}{4}\left(\frac{kr_q}{z_1}\right)^2}{4\left(\frac{w_0^2}{4}-\frac{iz}{2k}\right)\left(\frac{iz}{2k}\right)}\right)\end{aligned} \tag{10}$$

3 数值仿真

为了得到光强分布图,可以对强度解析表达式(10)进行数值仿真。在仿真中,选用的 AVB 的波长为 $\lambda = 1550$ nm,光斑半径 $w_0 = 1$ mm。掩模板有 4 个环,外环半径 $a = 1$ μm,且每个环上均匀分布 15 个点,即 $Q = 4, L = 15$ 。根据解析式(10)可以得到光束传输任何距离后,经掩模板作用后接收平面上的强度图。仿真发现光强图与光束的阶数无关,与拓扑荷值有关。

图 2 是不同拓扑荷值的异常涡旋光束在自由空间中传输了 z_0 距离后再穿过掩模板后的强度图。由仿真结果可以得出,光强图为环状结构,而且拓扑荷值不同,对应的光强图的环数不同。如本图中光环数为 4 时,对应于拓扑荷为 1,光环数为 2 时,对应拓扑荷为 2,依次递减。因此,只要根据接收面上的光强图的环数就可以测量发射异常涡旋光束的拓扑荷。环数对应的拓扑荷值与每个环上的孔径数 L 值成正相关,即 L 越大,可测得的拓扑荷值越多,但是分辨率会有所下降。因此若需测量的异常涡旋光束的拓扑荷较多,可适当增加掩膜板上的孔径数。

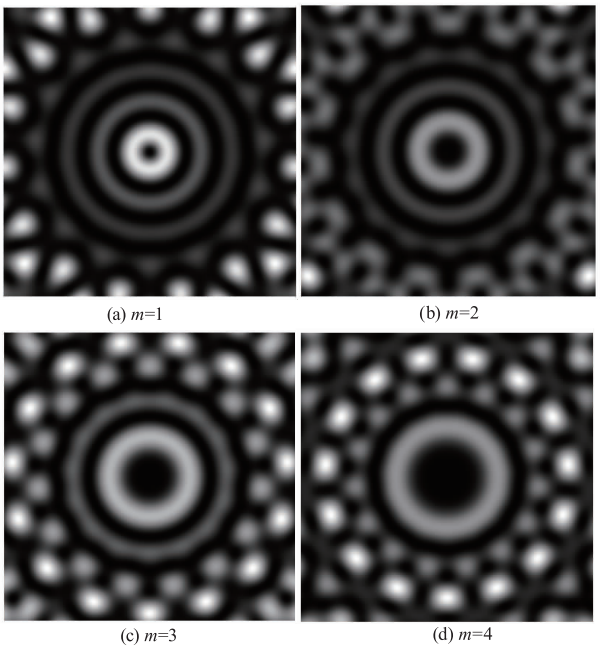

图 2 接收平面的光强图

Fig. 2. Intensity patterns in the receiver plane

若异常涡旋光束的拓扑荷值为零时,所得光强图(图 3 所示)中心不是暗芯,而为一个亮斑。因此此时无需通过环数来判断拓扑荷,由亮斑便可知拓扑荷为零。

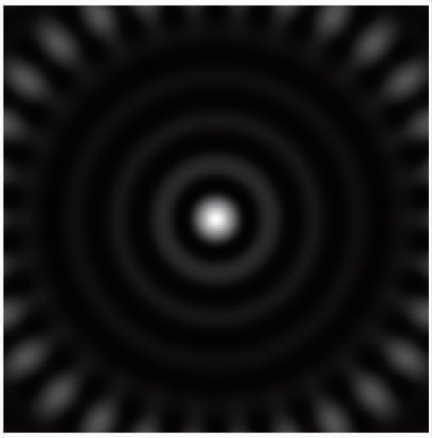

图 3 $m = 0$ 时接收平面的光强图

Fig. 3 Intensity patterns in the receiver plane with $m = 0$

4 结 论

本文提出用一种掩模板的方法来测量异常涡旋光束的拓扑荷值。在接收孔径之前放置一个特殊样式的掩膜板,通过接收平面的光强图来分辨异常涡旋光束的拓扑荷值。研究表明,接收平面上的强度分布图为多环结构,环数与异常涡旋光束的拓扑荷值一一对应,由光环数便可知拓扑荷值。研究成果对于促进异常涡旋光束的应用具有重要作用。

参考文献:

[1] Therese Anita G, Umamageswari N, Prabakaran K, et al. Effect of coma on tightly focused cylindrically polarized vortex beams[J]. Optics & Laser Technology, 2016, 76: 1 – 5.

[2] Padgett M, Courtial J, Allen L. Light′s orbital angular momentum[J]. Physics Today, 2004, 57(5): 35 – 40.

[3] Mair A, Vaziri A, Weihs G, et al. Entanglement of the orbital angular momentum states of photons[J]. Nature, 2001, 412(6844): 313.

[4] Gibson G, Courtial J, Padgett MJ, et al. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum [J]. Optics Express, 2004, 12 (22): 5448 – 5456.

[5] Anguita J, Neifeld M, Vasic B. Turbulence-induced channel crosstalk in an orbital angular momentum-multiplexed free-space optical link [J]. Applied Optics, 2008, 47 (13): 2414 – 2429.

[6] Molina-Terriza G, Rebane L, Torres J, et al. Probing canonical geometrical objects by digital spiral imaging[J].

Journal of European Optical Society-Rapid Publications, 2007,2:07014.

[7] O'Neil A, Padgett M. Axial and lateral trapping efficiency of Laguerre-Gaussian modes in inverted optical tweezers [J]. Optics Communications, 2001, 193(1-6):45-50.

[8] Willner A E, Huang H, Yan Y, et al. Optical communications using orbital angular momentum beams [J]. Advances in Optics and Photonics, 2015, 7(1):66-106.

[9] Zhou Y, Yuan Y S, Qu J, et al. Propagation properties of Laguerre-Gaussian correlated Schell-model beam in non-Kolmogorov turbulence [J]. Optics Express, 2016, 24(10):12.

[10] Xu Y G, Li Y D, Dan Y Q, et al. Propagation based on second-order moments for partially coherent Laguerre-Gaussian beams through atmospheric turbulence[J]. Journal of Modern Optics, 2016, 63(12):1121-1128.

[11] Ren Chengcheng, Du Yujun, Lü Hong, et al. Orbital angular momentum characteristics of partially coherent vortex beams in weak turbulent atmosphere[J]. Laser & Infrared, 2019, 49(11):1311-1316. (in Chinese)
任程程,杜玉军,吕宏,等. 弱湍流大气中部分相干涡旋光束的轨道角动量特性[J]. 激光与红外,2019,49(11):1311-1316.

[12] Xu Y G, Tian H H, Feng H, et al. Propagation factors of standard and elegant Laguerre Gaussian beams in non-Kolmogorov turbulence [J]. Optik, 2016, 127(22):10999-11008.

[13] Zhang Y T, Liu L, Wang F, et al. Average intensity and spectral shifts of a partially coherent standard or elegant Laguerre-Gaussian beam beyond paraxial approximation [J]. Optical and Quantum Electronics, 2014, 46(2):365-379.

[14] Yuanjie Y, Yuan D, Chengliang Z, et al. Generation and propagation of an anomalous vortex beam[J]. Optics Letters, 2013, 38(24):5418-5421.

[15] Liu Y D, Gao C Q, Gao M W, et al. Superposition and detection of two helical beams for optical orbital angular momentum communication [J]. Optics Communications, 2008, 281(14):3636-3639.

[16] Yang Chunyong, Ding Liming, Hou Jin, et al. Simulation on measurement of topological charge for Laguerre-Gauss Beams by multiplexing[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(9):243-248. (in Chinese)
杨春勇,丁丽明,侯金,等. 拉盖尔-高斯光束拓扑荷复用测量的仿真[J]. 激光与光电子学进展,2016,53(9):243-248.

[17] Li Xinzhong, Lü Fangjie, WANG Hui, et al. Topological charge measurement of Laguerre-Gaussian vortex beam based on triangular aperture diffraction [J]. Journal of Henan University of Science and Technology: Natural Science, 2015, 36(4):91-94. (in Chinese)
李新忠,吕芳捷,王辉,等. 拉盖尔-高斯光束拓扑荷值的三角孔测量[J]. 河南科技大学学报:自然科学版,2015,36(4):91-94.