文章编号:1001-5078(2022)03-0392-07

光电技术与系统。

颗粒物数量与粒径分布的光学测量系统设计

杨 安,张子同,汤思达,姜岩峰 (江南大学物联网工程学院,江苏无锡 214122)

摘 要:针对颗粒粒径和数量同时测量的问题,在 Mie 散射理论的基础上,提出将角散射颗粒 计数法和小角前散射法相结合,设计出一种能实时测量颗粒物粒径和数量的光学传感器。基 于光电二极管采集到的光电流范围,用信噪比为 51.8 dB 的放大器电路对电流采样,从而实现 较高计数效率。针对散射光能分布和颗粒粒径之间的关系式,推导出目标函数,并引入天牛须 算法对其进行优化。实验结果表明该传感器浓度测量数据与实际浓度值变化趋势高度一致, 相关性在 0.99 以上,相对误差在 10 % 以内,颗粒粒径反演误差较低。从而验证了所设计的颗 粒物传感器系统的实用性。

关键词:颗粒计数法;小角前散射法;天牛须算法;Mie 散射 中图分类号:TN247 文献标识码:A DOI:10.3969/j.issn.1001-5078.2022.03.014

Design of optical measuring system for particle quantity and size distribution

YANG An, ZHANG Zi-tong, TANG Si-da, JIANG Yan-feng

(School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: Aiming at the problem of simultaneous measurement of particle size and quantity, on the basis of Mie scattering theory, an optical sensor which can measure the size and quantity of particles in real time is designed by combining the angular scattering particle counting method and the small-angle forward scattering method. Based on the photocurrent range collected by the photodiode, an amplifier circuit with a signal-to-noise ratio of 51.8 dB is used to sample the current to achieve higher counting efficiency. According to the relationship between the scattered light energy distribution and the particle size, the objective function is derived, and the long beetle algorithm is introduced to optimize it. The experimental results show that the concentration measurement data of the sensor is highly consistent with the actual concentration value change trend, with a correlation above 0.99, a relative error within 10 %, and a low particle size inversion error. Thus, the utility of designed particle sensor system is verified.

Keywords: sparticle counting; small-angle forward scattering method; beetle antennae algorithm; Mie scattering

1 引 言

颗粒污染是指空气中非常小的粒子混合物,这 种粒子混合物能在空气中悬浮较长时间,并携带有 各种有毒、有害物质,如重金属、微生物等。当这些 颗粒物被人体吸入,会对人体心脏和肺造成伤害。 颗粒污染主要来源于人类活动,比如交通运输,农 业,工业生产等^[1-3]。研究表明这种细颗粒物会对 人类的呼吸道和心血管健康产生很大伤害。

作者简介:杨 安(1994 -),男,硕士研究生。主要研究方向为射频电路,MRAM 及光电传感器。E-mail: yang_an5910 @163. com

通讯作者:姜岩峰(1972-),男,教授,博士,主要从事颗粒物传感器研究。E-mail:jiangyf@jiangnan.edu.cn 收稿日期:2021-06-22;修订日期:2021-081-10

目前的颗粒物浓度检测方法有:(1)滤膜称重 法^[4]:采集一定体积并带有颗粒物的气流通过滤 膜,颗粒物会过滤到滤膜上,计算滤膜前后重量差值 和气流体积的比值,即可得到颗粒物的质量浓度。 (2)微量震荡天平法^[5]:空气中的颗粒物沉积在监 测仪器内部的振荡空心锥形管,导致锥形管振荡频 率发生改变,根据频率的变化量得到颗粒物的浓度。 (3)β射线衰减法^[6]:β射线照射被截留在滤膜上的 颗粒物,根据采样前后滤膜上β射线能量衰减量得 到颗粒物的浓度。(4)光散射法^[7-8]:激光通过含 有颗粒物的气体时产生散射,散射光的变化和颗粒 物的浓度成一定关系,通过测量散射光的强度得到 颗粒物的浓度。其中基于光散射法原理的传感器由 于具有能实时监测、体积小、重量轻、操作简便等优 点而得到广泛应用。光学粒子计数法和小角前向散 射法是光散射测量颗粒物的两种常见方法。粒子计 数法通过单个粒子的散射光来测量粒子的粒径和数 量^[9],根据 Mie 散射理论,散射光强度与颗粒的相对 折射率有关。在实际应用中,由于无法确定所测颗 粒物材质,因此难以根据散射光强度与粒径的关系 确定颗粒的大小,导致粒径测量的偏差。小角前向 散射法是测量颗粒在前向某一角度范围内的散射光 能分布,从中求得颗粒的粒径大小和分布。单良^[10] 等结合小角前向散射法与偏振比法,并引入人工鱼 群算法,使得目标函数的反演精度优于传统目标函 数的反演结果。王文誉^[11]等基于粒子计数法,采用 高带宽电路与粒子重叠校正算法实现小流量高浓度 颗粒物测量,浓度上限达到 3×10^5 cm⁻³。

本文利用单片机微控制器(MCU)高集成度、可 扩展、易于升级的优点,基于光散射法设计了可同时 检测颗粒粒径与数量的光学传感器,将两组测量数 据进行融合得到各粒径分布的颗粒浓度值。

2 系统设计

如图1所示为系统原理,主要包括颗粒物检测 部分和信号接收与处理两部分组成。光电二极管作 为粒子计数模块的颗粒光散射信号接收部分,当一 个颗粒经过测量区时,即被入射激光所照射并产生 散射光,经光电系统转换成一个电脉冲,计数脉冲数 量得到的值就是颗粒数量。颗粒流轴线位于曲面反 射镜曲率点和焦点之间,根据反射定律,二极管放置 于球面镜曲率点外合适位置,可以保证颗粒物散射 光都被球面镜反射至光电二极管光敏区上。球面镜 对散射光的接收半角为60°,焦距为3 mm,在反射 镜上通过镀银覆膜工艺来增强球镜反射能力。颗粒 前向位置为一傅里叶透镜,放置于样品颗粒之后,从 而能够降低测量颗粒粒径的下限,受光照射下颗粒 的散射光被位于傅里叶透镜焦平面上的多元光电探 测器接收。按照无因次准则,设定最小可测量颗粒 粒径为1 µm,得到多元光电探测器半径最小为 7 mm。多元光电探测器各环尺寸按对数规律分布, 设定环数 50,则最小尺寸在环数 1 上为 35 µm。为 保证能精确采集衍射光能量,设该环至少有5个像 元采集,选用东芝 TCD1500C 线阵 CCD,该型号像元 尺寸为7 µm,满足设计要求。光电二极管电路饱和 输出电压 3.3 V,电路信噪比为 51.8 dB,能够测量 的最小光电二极管有效电流为83.2 nA,即系统电 路灵敏度为83.2 nA。系统电路的脉冲响应时间从 10 % 至 90 % 为 11.6 µs, 过冲 3 %。信号接收部分 将颗粒数量与颗粒粒径信息进行分析与融合。图2 为所设计的微型颗粒物传感器实物图。



Fig. 1 Sensor system structure



图 2 颗粒物传感器实物图 Fig. 2 Physical map of particulate matter micro sensor

2.1 信号处理电路

光电二极管的电流脉冲信号需要转换为可采集 的电压脉冲信号,当颗粒物粒径低至1 μm 以下时, 光电二极管产生的光电流信号将变得微弱,若信号 处理电路设计不当,这种微弱信号极易被电路噪声 淹没。因此需要设计一种高增益低噪声放大电路来 精确采集二极管的光电流信号。如图3所示为光电 信号处理电路,该处理电路第一级跨阻放大器将光 电二极管 D1 的电流信号转变为电压脉冲信号,然 后通过第二级的滤波增益放大电路得到峰值为 3.3 V的电压信号。这里光电二极管选用 Vishay 公 司的 VBPW34S, 光照辐射敏感区为 7.5 mm², 等效 电阻为5 GΩ,零偏置时内部结电容为70 pF,在环境 温度为25℃,10V反向偏置电压情况下,光电二极 管暗电流为1.5 nA,并且随着温度上升,暗电流会 继续增大,不仅影响光电流的信噪比,而且该暗电流 经过跨阻放大器放大,会对电路的整体噪声产生不 良影响,因此通过 R2 和 R3 电阻将光电二极管偏置 在0V左右,此时暗电流对电路影响可忽略不计。 当去除掉光电二极管暗电流的影响后,对电路噪声 产生影响的有放大器输入电压噪声、放大器输入电 流噪声和电阻产生的约翰逊噪声,放大器洗用德州 仪器的 TLV9002 双通道运算放大器,反馈电阻 R1 为10 MΩ,约翰逊噪声主要来源于电阻 R1。根据 TLV9002数据手册所给数据,在带宽内对噪声谱进 行积分,并折算到运算放大器输出端,得到跨阻放大 器输出噪声的均方根值,其中电压噪声 2.8 mV,电 流噪声 14.1 µV, 电阻 R1 约翰逊噪声 1.03 mV。总 输出噪声为上述分量的均方和为 2.99 mV。同理第 二级滤波增益放大电路总输出噪声为177 µV,相对 于第一级可忽略不计。

$$SNR(dB) = 20\log \frac{V_{\text{peak RMS}}}{V_{\text{noise}}}$$
(1)

$$V_{\text{peakRMS}} = \frac{V_{\text{peak}}}{2\sqrt{2}} \tag{2}$$

式中,SNR 为信噪比; V_{peak RMS}为输出噪声电压有效 值; V_{noise}为输出噪声有效值; V_{peak}为输出电压峰值。 根据上述数据得到光电信号处理电路信噪比为 51.8 dB,因此电路噪声不会对光电二极管信号采集 造成太大影响。由于光电二极管和放大器内部具有 等效寄生电容,由此产生的极点会对电路稳定性产 生影响。



$$f_p = \frac{1}{2\pi C_{\text{total}} R_1} \tag{3}$$

$$C_{\text{total}} = C_D + C_{\text{CM}} + C_{\text{DIFF}} \tag{4}$$

式中, f_p 为极点频率; C_{total} 为总寄生电容; C_p 光电二极管 VBPW34S的等效结电容; C_{CM} 为运算放大器 TLV9002 的输入共模电容; C_{DUFF} 为输入差模电容。由式(4)可 得总寄生电容 C_{total} 由二极管电容 C_p (70 pF),运算 放大器输入共模电容 C_{CM} (5 pF),运算放大器输入 差模电容 C_{DUFF} (1.5 pF)共同组成,将值代入(3)式 得极点频率 f_p 为208 Hz,使用 Micro-Cap 软件对跨阻 放大器电路进行 AC 仿真,得知在 13.8 kHz 处电路 的环路幅频增益为0 dB,对应相频相移为 179.16°, 相位裕度 0.84°,电路可能会产生自激震荡。为保 证跨阻放大器电路稳定,接入反馈电容 C1,引入零 点,设其变化后的频率为闭环增益为0 dB 时频率的 0.1 倍,即:

$$\frac{1}{10} f_{p|(Av=0 \text{ dB})} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1}$$
(5)

式(5)经过变换,反馈电容值为:

$$C_1 = \frac{10}{2\pi R_{\rm b} f_{p|\,(Av=0\,\,{\rm dB})}} \tag{6}$$

将 R₁ 和 f_p参数代入式(6) 计算得到 C₁ 值为 11.53 pF,将该反馈电容配置于 R₁ 处并联,再次进 行仿真,得到在145.3 kHz 处幅频增益为0 dB,对应相频相移为94°,相位裕度84°,电路达到稳定。

为使电压脉冲信号能被 MCU 系统处理,需要对 IC1 的模拟输出信号进行比例放大,并且需要滤波 电路对信号进行滤波以限制噪声带宽,并降低模拟 信号链路上输出端的峰峰值。图 3 中以 IC2 运算放 大器组成滤波增益级,经过测量得到光电二极管最 大光电流约为 10 nA,通过跨阻放大器得到峰值约 100 mV 脉冲电压,因此设定滤波增益环路增益为 33,使得 IC2 输出电压峰约为3.3 V。该滤波增益级 通过 R6 和 R7 电阻将正相输入端口直流偏置在较 低电压,使得当光电二极管光电流为零时,IC2 的输 出电压接近于地平面电压,以实现电路较高的信噪 比,使得整个系统对粒径较小的颗粒物有更高的检 测精度。如图 4 所示为测得的单颗粒脉冲形状,脉 冲宽度和光电二极管感应区大小和颗粒流过光室速 度有关。





通过气流量控制,脉冲半峰宽度在 50~75 μs 之间,脉冲带宽在 13.3~20 kHz 之间。通过 C4, R6,C3,R4 组成带通滤波器,根据脉冲带宽设计通 带带宽为7 kHz,图2 中 C4 和 R6 确定滤波器下限 截止频率,C3 和 R4 确定滤波器上限截止频率。

2.2 小角前向散射

一般测量的颗粒属于多分散颗粒系统,当平 行光照射到测量区中的颗粒群时便会发生光衍射 现象,衍射光强度分布与测量区中被照射的颗粒 直径和数量有关,用接收透镜使颗粒散射出来的 光聚焦到焦平面上,在平面上放置多元光电探测 器,用来接收衍射光能分布。图5为单个球形颗 粒在光电探测器上的散射光能分布模型,光电探 测器的颗粒粒径范围以及分档由无因次准则数来 估算:

$$1.357 = \frac{\pi D_i S_i}{\lambda f} \tag{7}$$

式中, λ 为入射光的波长;f 为接收透镜的焦距; D_i 为 光电探测器第 i 环的颗粒平均直径; S_i 为第 i 环的 半径。



Fig. 5 Single particle scattering model

按照 Mie 理论,多颗粒系统在多元光电探测器 第 n 环上的散射光能为:

$$E_n = \sum_i \frac{W_i}{D_i^3} \int_{\theta_{n,1}}^{\theta_{n,2}} (i_1 + i_2) \sin\theta d\theta \qquad (8)$$

式中, $W_i(i = 1, 2, ..., n)$ 为颗粒重量频率分布; $D_i(i = 1, 2, ..., n)$ 为颗粒直径; $\theta_{n,1}$ 和 $\theta_{n,2}$ 为第n 环 内环外环对应的衍射角; i_1 和 i_2 分别 为垂直及平行 于散射平面的散射强度函数分量, 式(8) 可以写成 矩阵形式, 即:

$$E = TW \tag{9}$$

$$T_{i,n} = \frac{1}{D_i^3} \int_{\theta_{n,1}}^{\theta_{n,2}} (i_1 + i_2) \sin\theta d\theta$$
 (10)

式中,*T*是光能分布系数矩阵,通过设定各区间粒径 *D*_i获得;*E* 为测量得到的被测颗粒的衍射光能分布; 通过逆运算方法获得颗粒尺寸分布 *W*。

2.3 天牛须算法

天牛须搜索^[12],也叫甲壳虫须搜索,是2017年 提出的一种高效的智能优化算法。天牛须搜索不需 要知道函数的具体形式,不需要梯度信息,就可实现 高效寻优,由于只需要一个个体,即一只天牛,运算 量大大降低。天牛根据食物气味的强弱来觅食,天 牛有两只触角,如果右边触角收到的气味比左边触 角收到的气味强度大,那下一步天牛就往右边走,否 则就往左边走。食物的气味就相当于一个函数,这 个函数在任意空间每个点值都不同,天牛两个须采 集自身附近两点的气味值,天牛的目的是找到全局 气味值最大的点。仿照天牛的行为,我们就可以高 效地进行函数寻优。

天牛须算法的具体优化步骤如下:

步骤1:根据目标函数,建立一个 k 维空间,迭 代次数 n 设定为500,天牛两须距离 d 设定为12,初 始步长 step 设定为12,迭代系数设定为0.98,

步骤2:因为天牛的朝向是任意的,因而从天牛 右须指向左须的向量的朝向也是任意的,其方向可 表示为:

dir =
$$\frac{\operatorname{rand}(k,1)}{\operatorname{norm}[\operatorname{rand}(k,1)]}$$
 (11)

其中, rand (k, 1) 产生随机向量, norm 对其进行归一化。

步骤 3:设定左右两须的搜索行为,模仿天牛触 角的活动:

$$x_r = x + \operatorname{dir} \cdot \operatorname{d} \tag{12}$$

 $x_l = x - \operatorname{dir} \cdot \operatorname{d}$

其中,x,和 x1分别代表右侧和左侧搜索区域的位置。

步骤4:通过将搜索行为与求取目标函数极值 相关联,进一步生成如下迭代模型:

$$x = x - \text{step} \cdot \text{dir} \cdot \text{sign}(f(x_l) - f(x_r)) \quad (13)$$

其中, f(x_l)和f(x_r)为求取的左右两须的值; sign 为

符号函数,通过两者的大小,来确天牛的走向。

2.4 仿真分析

仿真实验中,使用波长为650 nm,功率为5 mW 的半导体激光器,多元光电探测器与透镜焦距为 25 mm,设定颗粒折射率为(1.596-0.1i)/1.33,可 测颗粒粒度范围为3.85~101.85 μm,探测器环数 为50 环,适应度函数设定为:

fit =
$$||E_{cn} - E_{sn}||_2^2$$
 (14)

式中,*E*_{en}为理论计算的衍射光能分布向量;*E*_{sn}为反 演得到的衍射光能分布向量,经过天牛须算法迭代, fit 值越小,就可找到最佳特征粒径参数和粒径分布 宽度参数的值,这时求得的尺寸分布 W 就是所求的 颗粒尺寸分布。

设定颗粒分布为正太分布曲线,颗粒粒度特征 参数(σ,M) = (10,30 μm)并迭代 500 次目标适应 度函数,得到图6变化规律图,横坐标为迭代次数, 纵坐标为适应度值并经过对数处理。从图6中可以 看到适应度值在初期下降很快,并在 250 次左右迭 代后趋于稳定。



Fig. 6 Fitness value variation diagram of normal distribution

表1列举了正太分布、Rosin – Rammler 分布、 Johnson's S_B三种常用颗粒重量频率分布函数对设 定颗粒特征参数的寻优结果。对目标函数添加 1%、3%、5%的随机噪声,每种噪声情况下执行天 牛须算法50次,计算颗粒物的平均分布参数、特征 参数的标准差和 RMS 值。

表1 不同噪声对不同分布函数反演结果

Tab. 1 Different distribution function inversion

resultsunder different noise

Distribution random function noise		Mean value (σ, M)	Standard deviation (σ, M)	RMS
	1 %	(10.0108,30.0028)	(0.036,0.0405)	0.875 %
Normal distribution	3 %	(10.0356,29.9847)	(0.0401,0.0652)	2.643 %
	5 %	(10.058,30.0011)	(0.0591,0.0583)	4.366 %
RR distribution	1 %	(10.024,29.9878)	(0.0963,0.0666)	1.406 %
	3 %	(10.0952,30.0113)	(0.2467,0.2412)	4.752 %
	5 %	(9.991,29.9422)	(0.4806,0.3565)	7.97 %
	1 %	(10.0223,30.0001)	(0.2483,0.0713)	1.894 %
JS _B distribution	3 %	(10.1231,30.0245)	(0.5263,0.2691)	5.809 %
	5 %	(9.9269,30.017)	(0.707,0.378)	9.467 %

由表1可以看出,在三种不同噪声下,利用天牛 须算法对不同颗粒分布函数反演能较好地得到优化 结果。随着噪声的增加,三种分布函数误差也略微 增加,总误差控制在10%以内,说明天牛须算法对 不同单峰分布函数反演有较好地鲁棒性和抗噪 能力。

3 实验与分析

选取国家标准颗粒 GBW(E)120005(16 μm)作 为被测样本,用线阵 CCD 代替多元光电探测器,实 验中参数以及算法参数设置与仿真一致,建立如图 7 所示实验环境。气溶胶发生器将颗粒样本雾化送 入稀释器中,稀释器将纯净干燥空气与样本混合,流 量控制器控制被测颗粒物浓度。颗粒流经分流器流 向本文设计的颗粒物传感器和 TSI 公司的 TSI -3321 空气动力学粒径谱仪。



Fig. 7 Experimental platform

将本文设计的传感器测量浓度数据与标准浓度 进行对比,得到图 8 测量结果,可以看到线性拟合后 测量值与标准值相关性接近 1,在 3×10³ cm⁻³浓度 范围内误差小于 10%。在测量时间内对线阵 CCD 每个传感单元信号进行积分,将散射能量信 号减去无颗粒流时散射背景能量,利用天牛须算 法对假设颗粒粒径分布为 RR 分布和 J S_B分布进 行反演,算法参数设置与仿真中一致,得到表 2 结 果,可见天牛须算法反演得到的特征粒径参数 *M* 误差较小。



Fig. 8 Concentration test result



Tab. 2 Inversion result of particle size experiment

Actual value M∕µm	Distribution function	Inversion value M/μm	Relative error /%
16	RR distribution	15.43	3.56
	JS_B distribution	16. 89	5.56

4 结 论

本文基于光散射原理,讨论研究可同时测量 颗粒数量与粒径参数的传感器系统方案。设计 了具有较高计数效率的信号处理电路,实验结果 显示其测量的浓度在 3×10³ cm⁻³范围内相关性 在 0.99 以上,与标准浓度相对误差在 10%以 内。提出利用天牛须算法对颗粒粒径反演进行 仿真与实验,仿真显示该算法有较好地鲁棒性和 抗噪能力。通过搭建实验平台,对 16 μm 标准颗 粒物粒径反演误差较小,从而实现颗粒质量浓度 的精确测量。

参考文献:

- [1] Zhang Wenhui, Ding Jing, Li Liwei, et al. Source analysis of particulate matter based on aerosol optical properties
 [J]. Research of Environmental Sciences, 2019, 32(11): 1826 1833. (in Chinese)
 张文辉, 丁净, 李立伟, 等. 基于气溶胶光学特性的颗粒物来源分析[J]. 环境科学研究, 2019, 32(11): 1826 1833.
- [2] Chen Pulong, Wang Tijian, Xie Xiaodong, et al. Source apportionment of fine particles based on combined numerical model and receptor model[J]. Chinese Science Bulletin, 2018, 63(18):1829 1838. (in Chinese) 陈璞珑, 王体健,谢晓栋,等. 基于数值模式的细颗粒物来源解析[J]. 科学通报, 2018, 63(18): 1829 1838.
- [3] Han Lihui, Zhang Peng, Zhang Hailiang, et al. Pollution and source apportionment of atmospheric fine particles in Beijing[J]. China Environmental Science. 2016,36(11): 3203-3210. (in Chinese) 韩力慧,张鹏,张海亮,等. 北京市大气细颗粒物污染

与来源解析研究[J]. 中国环境科学, 2016, 36(11): 3203 - 3210.

[4] Chu Baolin, Zheng Qianqian, Yao Yawei, et al. Discussion on the quality control of filters weighing for atmospheric particulate matter manual monitoring [J]. Environmental Monitoring in China. 2017, 33 (5): 132 - 138. (in Chinese)

楚宝临,郑倩倩,姚雅伟,等.大气颗粒物手工比对监测体系滤膜称量质控技术探讨[J].中国环境监测, 2017,33(5):132-138.

[5] H Patashnick, E G Rupprecht. Continuous PM-10 measurements using the tapered element oscillating microbalance[J]. Journal of the Air & Waste Management Association, 1991, 41(8):1079 - 1083.

- [6] Huack H, Berner A, Gomiscek B, et al. On the equivalence of gravimetric PM data with TEOM and beta-attenuation measurements [J]. Journal of Aerosol Science, 2004,35(9):1135-1149.
- [7] Wu Juan, Zhou Zhen, Qi Jia, et al. Size detection and attribute recognition of particles by multi-angle light scattering[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(9):0929002. (in Chinese)

吴娟,周真,齐佳,等.多角度光散射颗粒的粒径解析和属性识别[J].光学学报,2017,37(9):0929002.

- [8] Ye Chao, Meng Rui, Ge Baozhen. Survey of particle measurement methods based on light scattering [J]. Laser & Infrared, 2015, 45(4):343 348. (in Chinese)
 叶超, 孟睿, 葛宝臻. 基于光散射的粒子测量方法综述
 [J]. 激光与红外, 2015, 45(4):343 348.
- [9] Gu Fang, Yang Juan, Bian Baomin, et al. Measurement of particle mass concentration using particle counter method [J]. Laser Technology, 2007, 31(4):360 - 363. (in Chi-

nese)

顾芳,杨娟,卞保民,等.用粒子计数法测量颗粒物质量浓度[J].激光技术,2007,31(4):360-363.

- [10] Shan Liang, Xu Liang, Hong Bo, et al. Inversion of particle size distribution of small angle forward scattering based on polarization ratio method [J]. Infrared and Laser Engineering, 2019, 48(1):254 261. (in Chinese)
 单良,徐良,洪波,等. 小角前向散射偏振比法颗粒粒 度分布反演[J]. 红外与激光工程, 2019, 48(1):254 261.
- [11] Wang Wenyi, Liu Jianguo, Zhao Xin, et al. Study of optical counting and coincidence correction method for particle with small flow and high concentration[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(6):0629001. (in Chinese)
 王文誉,刘建国,赵欣,等. 小流量高浓度颗粒物光学 计数及重叠校正方法研究[J]. 光学学报, 2020, 40 (6):0629001.
- [12] Jiang X, Li S. BAS: beetle antennae search algorithm for optimization problems [J]. International Journal of Robotics and Control, 2017, 1(1):1-5.