

文章编号:1001-5078(2022)09-1390-05

· 光纤传感及光通讯技术 ·

# 光纤 F-P 腔干涉纳米级位移高分辨率测量

史国军<sup>1</sup>, 华震<sup>2</sup>, 赵村<sup>3</sup>

(1. 黑龙江八一农垦大学信息与电气工程学院, 黑龙江 大庆 163319; 2. 国网哈尔滨供电公司信息通信分公司(数据中心), 黑龙江 哈尔滨 150000; 3. 东北石油大学秦皇岛校区, 河北 秦皇岛 066004)

**摘要:**激光抗干扰性好、复用能力强, 光纤 F-P 腔干涉仪结构简单、灵敏度高, 适于纳米级位移测量。为了进一步提高分辨率, 扩展测量范围, 本文对光纤 F-P 腔干涉信号的相位和功率进行分析。首先给出了二倍次方功率和分辨率的关系, 找出了提高分辨率的途径。然后给出了二倍次方功率和干涉条纹变化的关系, 确定了测量条件。最后根据光纤波在 F-P 腔内干涉形成的滞后相位, 通过多次希尔伯特变换, 实现了待测物体位移重构。数值模拟和实验证明了该方法能够实现高分辨率纳米级位移测量, 误差小。

**关键词:** 光纤 F-P 干涉; 纳米位移测量; 二倍次方; 多重希尔伯特变换

中图分类号: TN247 文献标识码: A DOI: 10.3969/j.issn.1001-5078.2022.09.020

## Fiber optic F-P cavity interferometric nanoscale displacement high resolution measurement

SHI Guo-jun<sup>1</sup>, HUA Zhen<sup>2</sup>, ZHAO Cun<sup>3</sup>

(1. School of Information & Electrical Engineering, Heilongjiang Bayi Agricultural University, Daqing 163319, China;  
2. State Grid Harbin Power Supply Company Information and Communication Branch (Data Center), Haerbin 150000, China;  
3. Department of Electrical Information Engineering, Northeast Petroleum University Qinhuangdao Campus, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract:** Good laser anti-interference and multiplexing capability, simple structure and high sensitivity of fiber optic F-P cavity interferometer, suitable for nano-scale displacement measurement. In order to further improve the resolution and extend the measurement range, the phase and power of fiber optic F-P cavity interferometric signals are analyzed in this paper. Firstly, the relationship between the power of the quadratic power and the resolution is given, and ways to improve the resolution are identified. Then the relationship between the power of the quadratic power and the variation of the interference fringe is given, and the measurement conditions are determined. Moreover, based on the hysteresis phase formed by the interference of the fiber optic wave in the F-P cavity, a multiple Hilbert transform is used to reconstruct the displacement of the object to be measured. Finally, the displacement of the object to be measured is reconstructed by multiple Hilbert transformations based on the hysteresis phase formed by the interference of the fiber optic wave in the F-P cavity. Numerical simulations and experimental results demonstrate that the method can achieve high-resolution nanoscale displacement measurements with small errors.

**Keywords:** fiber optic F-P interference; nano displacement measurement; quadratic subdivision; multiple Hilbert transform

基金项目: 黑龙江省省属本科高校引导性创新基金项目 (No. 2019QNNQ-01) 资助。

作者简介: 史国军 (1969-), 男, 博士, 从事激光检测与信息处理研究。E-mail: bynd\_sgj@163.com

通讯作者: 赵村 (1980-), 女, 硕士, 从事光检测和通信技术开发研究。E-mail 48724332@qq.com

收稿日期: 2021-10-11

## 1 引言

纳米技术已在生物检测、制造业、光学、化学、医学以及国防等领域得到广泛应用,纳米级位移测量技术则影响着超精密加工发展水平<sup>[1-2]</sup>。激光自混合干涉测量装置具有结构紧凑、易准直等特点,已广泛应用于测量绝对距离、速度、位移和流体流动等<sup>[3-5]</sup>。高分辨率激光自混合测量系统的研究,进一步推动了激光自混合干涉技术在非接触纳米测量领域的应用<sup>[6-7]</sup>。光纤法布里-珀罗(Fabry-Pérot, F-P)干涉仪通过将干涉条纹的时间运动转换为圆周运动,使得光学长度的变化测量精度得到了提高<sup>[8]</sup>。使用线性调频转发器对光束进行相位调制,获得稳定的拍频信号,实现了纳米级位移测量<sup>[9]</sup>。光纤 F-P 立体棱镜腔的构造,进一步提高了位移测量的精度<sup>[10]</sup>。单计量光栅位移测试系统,简化了实现高倍数光学细分手段,采用一种新型的等腰闪耀光栅用于对光栅系统的设计和制作,同时通过对莫尔条纹的高速高精度处理来提高纳米位移测量的精度<sup>[11]</sup>。利用环形器的特性,实现两路信号的独立采集,并根据两路信号的相位关系,解调出高精度的纳米位移,构造了一种用于测量纳米位移的光纤差动干涉仪<sup>[12]</sup>。

在上述诸多测量仪器和方法基础上,为了在精密测量中获取更高的分辨率,拓展测量范围,本文从理论上分析了光纤 F-P 腔干涉信号二次方与分辨率的关系,给出了有效测量时待测物体振幅与激光波长的关系,通过多次希尔伯特变换重构了待测物体的位移,实现了高精度、高分辨率、宽范围的纳米级位移测量。

## 2 基于滞后相位的光纤 F-P 腔干涉测量原理

光纤 F-P 腔是由两个平行镜面构成,其原理如图 1 所示。

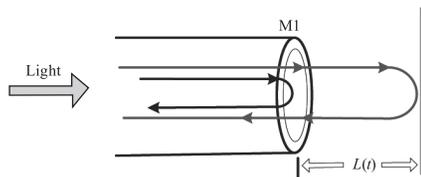


图 1 F-P 干涉原理图

Fig. 1 Schematic diagram of F-P interference

根据光波在镜腔传播原理,光纤波在 F-P 腔内干涉导致相位滞后,数学描述为:

$$\phi(t) = \phi_1 - \phi_2 = 4\pi nL(t) \cos \theta / \lambda \quad (1)$$

式中,  $\phi_1$  和  $\phi_2$  是两个镜面对应的滞后相位;  $n$  为镜

面之间介质的折射率;  $L(t)$  是镜面间的距离;  $\theta$  是入射角;  $\lambda$  为激光波长。

当腔内为空气 ( $n = 1$ ) 且入射光平行时,  $\theta = 0$ , 故:

$$\phi(t) = 4\pi L(t) / \lambda \quad (2)$$

由式(2)可知待测物体的位移对应着光纤 F-P 腔干涉相位的变化。

为了进一步分析相位变化,对原始信号相移采用多次希尔伯特变换<sup>[13]</sup>,一次希尔伯特变换实现  $\pi/2$  的相移,三次希尔伯特变换实现  $3\pi/2$  的相移,数学上等价于  $(-\pi/2)$  相移。输入一个正弦信号,通过希尔伯特变换可得到余弦信号,进而得到  $\tan[\phi(t)]$ ,然后通过相位展开得到  $\phi(t)$ 。

## 3 基于二倍次方功率的光纤 F-P 腔干涉分析

测量物体位移的激光在光纤 F-P 腔干涉后,输出功率  $P$  为:

$$P = \cos(4\pi L(t) / \lambda) \quad (3)$$

对光纤 F-P 腔干涉功率做二次方运算,得到:

$$P^2 = 1/2 \cos(8\pi L(t) / \lambda) + 1/2 \quad (4)$$

式(4)的第一部分描述了光纤 F-P 腔干涉功率二次方运算后的条纹状况。对于余弦函数,如果待测物体的最小位移能引起一个条纹变化,设为  $\Delta L$ ,则由式(4)可得相位变化量  $\Delta\phi$  为:

$$\Delta\phi = 2\pi = \frac{8\pi\Delta L}{\lambda} \quad (5)$$

由式(5)可得  $\Delta L = \lambda/4$ 。此时,条纹干涉分辨率为  $\lambda/4$ 。

对光纤 F-P 腔干涉功率做四次方运算,得:

$$P^4 = \frac{1}{4} \cos^2 \frac{8\pi L(t)}{\lambda} + \frac{1}{2} \cos \frac{8\pi L(t)}{\lambda} + \frac{1}{4} \quad (6)$$

式(6)和式(4)做差,可得:

$$D_0 = P^4 - P^2 = \frac{1}{8} \cos \frac{16\pi L(t)}{\lambda} - \frac{1}{8} \quad (7)$$

消除式(7)中常数项,记为:

$$Y_0 = \frac{1}{8} \cos \frac{8\pi L(t)}{\lambda} \quad (8)$$

同理可得:

$$D_1 = \frac{1}{2^7} \cos \frac{32\pi L(t)}{\lambda} - \frac{1}{2^7} \quad (9)$$

$$D_2 = \frac{1}{2^{15}} \cos \frac{64\pi L(t)}{\lambda} - \frac{1}{2^{15}} \quad (10)$$

$$D_3 = \frac{1}{2^{31}} \cos \frac{128\pi L(t)}{\lambda} - \frac{1}{2^{31}} \quad (11)$$

$$D_n = \frac{1}{2^{(2^{n+2}-1)}} \cos \left[ 2^{n+2} \cdot \frac{4\pi L(t)}{\lambda} \right] - \frac{1}{2^{(2^{n+2}-1)}},$$

$$n = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

$$Y_n = \frac{1}{2^{(2^{n+2}-1)}} \cos \left[ 2^{n+2} \cdot \frac{4\pi L(t)}{\lambda} \right], n = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

$$\Delta\phi = 2\pi = 2^{n+2} \cdot \frac{4\pi\Delta L}{\lambda}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (14)$$

由式(14)可知:

$$\Delta L = \lambda/2^{n+3} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (15)$$

此时的干涉条纹的分辨率为  $\lambda/2^{n+3}$ 。

#### 4 光纤 F-P 腔干涉振动数值模拟

对上述算法进行数值模拟,首先分析待测物体振幅大于激光的半波长情况,选择激光波长为 1550 nm,待测物体振动频率为 80 Hz,零初始相位,振幅为 775 nm,采样频率 200 kHz,采样点 5000。数值模拟结果如图 2 所示。

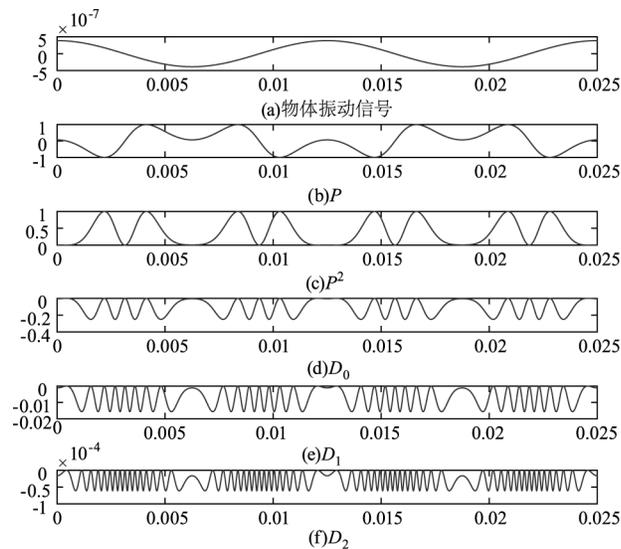


图 2 待测物体振幅大于激光半波长仿真图

Fig. 2 Simulation of the object to be measured is greater than the laser half-wavelength simulation

图 2(a) 为待测物体振动的余弦信号,振幅为 775 nm。初始干涉条纹的两个反转点之间的数量是 1 条,如图 2(b) 所示。对功率信号做二次方运算后,两个反转点之间的干涉条纹是 2 条,如图 2(c) 所示,此时光纤 F-P 干涉条纹的条纹精度提高到  $\lambda/4$ 。依此类推,图 2(d) ~ 图 2(f) 中两个翻转点之间的干涉条纹数量分别是 4 条、8 条、16 条,即干涉条纹精度进一步提高到了  $\lambda/8$ 、 $\lambda/16$  和  $\lambda/32$ ,与理论分析一致。

上述模拟分析的前提是待测物体振幅大于输入激光的半波长,因为大于激光半波长产生干涉后可

以出现完整的 F-P 干涉条纹。接下来改变待测物体振幅,保持其他参数不变,分析干涉条纹变化情况。

数值模拟物体的振幅为 500 nm ( $\lambda/4 < 500 \text{ nm} < \lambda/2$ ),振动频率仍为 80 Hz,零初始相位,采样频率 200 kHz,采样点为 5000。模拟结果如图 3 所示。对应图 3(a) 的初始信号,图 3(b) 在两个翻转点之间不存在一个完整的干涉条纹。在图 3(c) 中,即功率经过二次方运算后,两个反转点之间则出现了一个完整的干涉条纹。在此基础上,采用多次希尔伯特变换方法,可重构出待测物体振动信号。

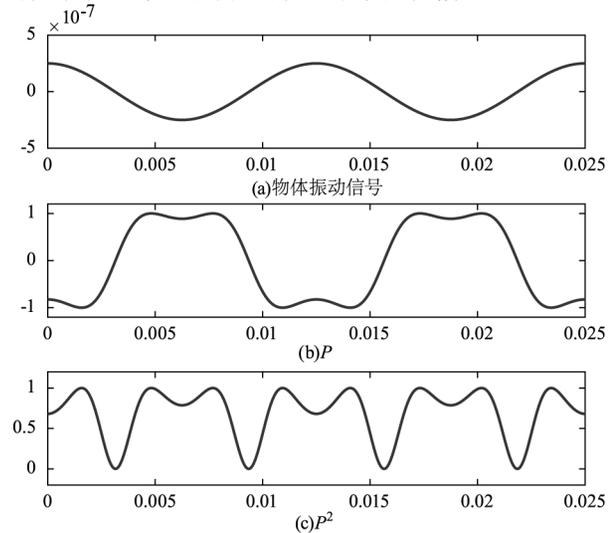


图 3 振幅为 500 nm 仿真图

Fig. 3 Simulation figure with amplitude of 500 nm

继续降低待测物体振幅至 200 nm ( $\lambda/8 < 500 \text{ nm} < \lambda/4$ ),振动频率仍为 80 Hz,零初始相位,采样频率 200 kHz,采样点 5000。模拟结果如图 4 所示。对应图 4(a) 的初始信号,图 3(b)、(c) 均未在两个翻转点之间出现完整的干涉条纹。直至图 3(d),出现  $D_0$  后,两个反转点之间才出现了一个完整的干涉条纹,此时的干涉条纹的分辨率为  $\lambda/8$ 。

同理,进一步降低待测物体振幅,数值模拟结果为:待测物体振幅为 100 nm ( $\lambda/16 < 500 \text{ nm} < \lambda/8$ ) 时,出现  $D_1$  后,两个反转点之间方能出现了一个完整的干涉条纹,此时的干涉条纹的分辨率为  $\lambda/16$ ;待测物体振幅为 50 nm 时,干涉条纹的分辨率可达  $\lambda/32$ 。随着功率二倍次方的提高,测量分辨率可进一步提高。

为了模拟分析待测物体振动信号重构精度,选取振幅为 387.5 nm,其余参数不变,模拟仿真结果如 5 所示。图 5(a) 是待测物体振动的初始干涉信号,由于振动物体的振幅 387.5 nm 等于  $\lambda/4$ ,所以初始干涉条纹图形中看不到一个完整的干涉条纹。图 5(b) 系功率信号做二次方运算后所得干涉条纹,此时条纹分辨率为  $\lambda/4$ ,可见两个翻转点之间存在

一个完整的干涉条纹。图 5(c) 中灰色线条为功率信号做四次方运算后所得干涉条纹, 黑色线条为其经过多重希尔伯特变换后的信号。图 5(d) 则为初始振动信号与重构信号, 灰色线为待测物体信号, 黑色线为重构信号。图 5(e) 示出了原始与重构信号的误差, 最大为振幅的 0.18 倍。

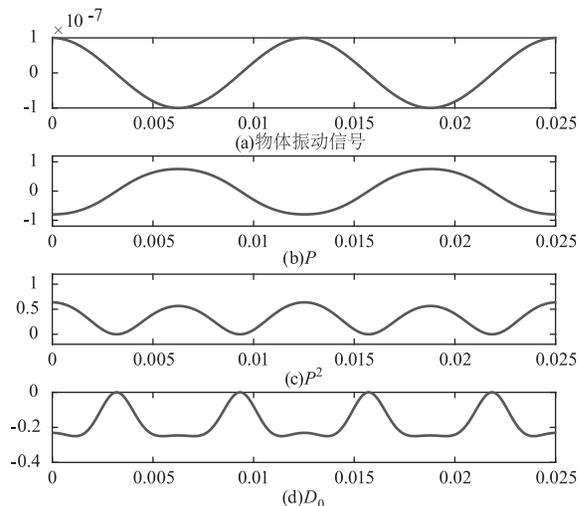


图 4 振幅为 200 nm 仿真图  
Fig. 4 Simulation figure with amplitude of 200 nm

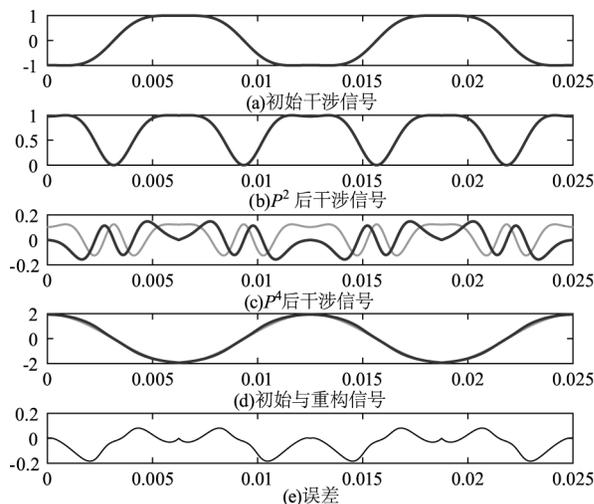


图 5 振幅为 387.5 nm 信号重构仿真图  
Fig. 5 Simulation figure of signal reconstruction with amplitude of 387.5 nm

### 5 光纤 F-P 腔干涉振动实验

光纤 F-P 腔干涉纳米位移实验如图 6 所示。激光由 DFB 发出, 波长为 1550 nm 经过耦合器的一个端口照射在一面镜子上, 经过另一端口照射在外置 PD, 用于采集干涉信号。为了利用 F-P 腔干涉测量物体位移, 将镜子放在压电陶瓷器 (PZT) 上并随之振动, 通过数据采集模块 (USB-4431, NI) 获取电压信号, 最终送入 PC 处理。

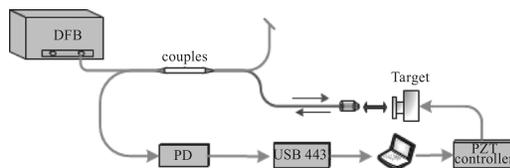


图 6 光纤 F-P 腔干涉实验装置

Fig. 6 Experimental setup diagram

控制 PZT 的运动频率 2 Hz, 振幅为 387.5 nm ( $\lambda/4$ ), 采样频率为 50 kHz, 光纤 F-P 腔干涉信号如图 7 所示。由于待测物体振幅小于  $\lambda/2$ , 故看不到完整的干涉条纹。

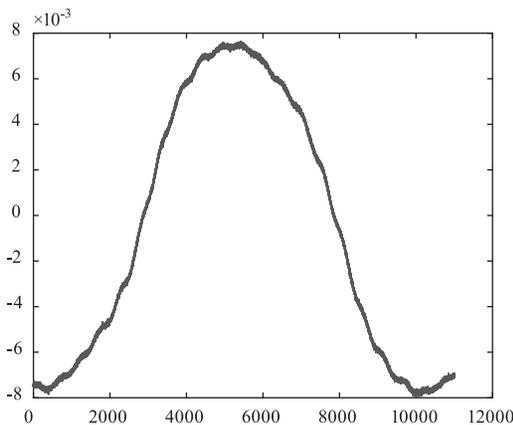


图 7 光纤 F-P 腔干涉振幅为 387.5 nm 信号初始波形图

Fig. 7 Optical fiber F-P cavity interference amplitude of 387.5 nm signal initial waveform

对信号做二倍次方运算, 其干涉条纹分辨率提高一倍, 达到  $\lambda/4$ , 而振动物体的振幅也是  $\lambda/4$ , 故此时的光纤 F-P 腔干涉图形呈现出一个完整的干涉条纹, 如图 8 所示。

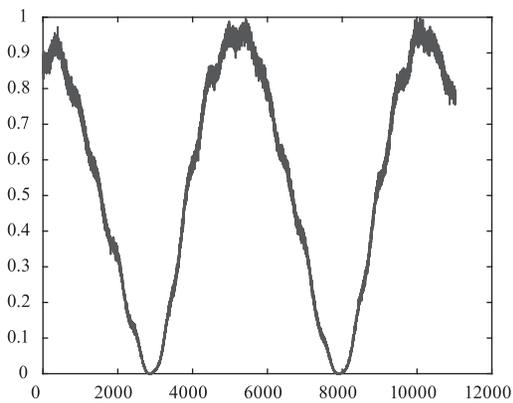


图 8 光纤 F-P 腔干涉振幅为 387.5 nm 信号经过二倍次方运算后的波形图

Fig. 8 Optical fiber F-P cavity interference amplitude of 387.5 nm signal after quadratic operation waveform

获取完整的干涉条纹后, 经过滤波, 再采用多重希尔伯特变换, 即可重构出此时待测物体的位移, 如图 9 所示。其中灰色线是 PZT 运动的信号图形, 黑色线是重构出的振动物体的运动图形, 其误差示于图 10, 最大误差为振幅的 0.26 倍。因实验时存在干扰,

故该误差高于数值模拟的误差。另外,基于光纤 F-P 腔干涉信号做二倍次方处理后,扰动信号也将成二倍次方指数增加,从而造成干涉条纹的不稳定,甚至严重失真。所以在进行实验时,应尽可能避免干扰。

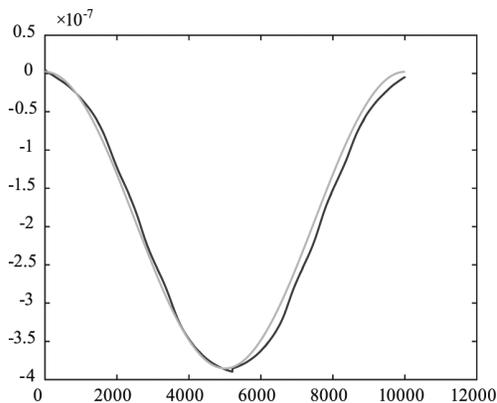


图9 振幅为387.5 nm待测物体位移及其重构图

Fig. 9 The amplitude is 387.5 nm and the displacement and reconstruction of the object to be measured

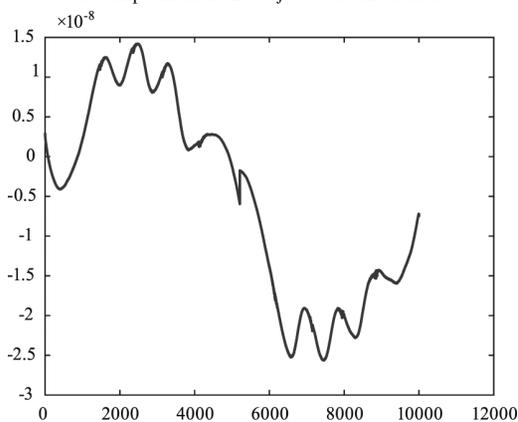


图10 振幅为387.5 nm 振动物体重构误差图

Fig. 10 Reconstructed error map of vibrating object with amplitude of 387.5 nm

## 6 结论

(1) 基于光纤 F-P 腔干涉信号的二倍次方运算和多次希尔伯特变换,实现了纳米位移高分辨率测量,分辨率随着二倍次方增长而提高。

(2) 该方法突破了待测物体振幅大于激光半波长约束,在待测物体振幅小于激光半波长时,根据二者关系选取具体的二倍次方数值,即可获得完整的干涉条纹,拓展了测量范围。

## 参考文献:

- [1] Donati S. Developing self-mixing interferometry for instrumentation and measurements[J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2012, 6(3): 393-417.
- [2] Qi Yongyue, Zhao Meirong, Lin Yuchi. Research status and prospect of nanometer measurement system[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2003, (S1): 91-94. (in Chinese)  
齐永岳, 赵美蓉, 林玉池. 纳米测量系统的研究现状与展望[J]. *仪器仪表学报*, 2003, (S1): 91-94.
- [3] Han Daofu, Yu Jin, Ma Li, et al. Self-mixing speckle and dynamic target distance measurement by erbium-doped ring fiber laser[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, 47(2): 76-80. (in Chinese)  
韩道福, 俞进, 马力等. 环形掺铒光纤激光器自混合散斑及动态目标距离测量[J]. *激光与光电子学进展*, 2010, 47(2): 76-80.
- [4] Lü Liang, Dai Jijun, Zhu Jun, et al. Study on self-mixing velocimeter for edge emitting semiconductor laser[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2010, 27(5): 602-606. (in Chinese)  
吕亮, 戴绩俊, 朱军, 等. 边发射半导体激光器自混合测速仪研究[J]. *量子电子学报*, 2010, 27(5): 602-606.
- [5] Lu Min, Wang Ming, Hao Hui. Measurement of fluid velocity by self-mixing speckle interferometry in a semiconductor laser[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, (2): 190-194. (in Chinese)  
陆敏, 王鸣, 郝辉. 半导体激光器的自混合散斑干涉测量流体速度[J]. *光学学报*, 2005, (2): 190-194.
- [6] Wei Zheng. Study on high resolution laser self-mixing measurement system[D]. Xiamen: Xiamen University, 2018. (in Chinese)  
魏铮. 高分辨率激光自混合测量系统的研究[D]. 厦门: 厦门大学, 2018.
- [7] Sun Huifang. High precision laser self-mixing measurement system and LabVIEW[D]. Xiamen: Xiamen University, 2019. (in Chinese)  
孙慧芳. 高精度激光自混合测量系统及 LabVIEW 实现[D]. 厦门: 厦门大学, 2019.
- [8] ITO T. Precise measurement of the change in the optical length of a fiber-optic Fabry-Perot interferometer[J]. *Applied Optics*, 1986, 25(7): 1072.
- [9] Toda H, Haruna M, Nishihara H. Integrated-optic heterodyne interferometer for displacement measurement[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2002, 9(5): 683-687.
- [10] Xu Yi, Ye Xiaoyou, Li Chengyang, et al. A fabry-perot interferometer for measuring micro displacement[J]. *Acta Metrologica Sinica*, 1993, (2): 94-98. (in Chinese)  
徐毅, 叶孝佑, 李成阳, 等. 测量微位移的法-珀干涉仪[J]. *计量学报*, 1993, (2): 94-98.
- [11] Su Shaojing. Research on displacement measurement theory and key technology of large range nano-scale grating[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2001. (in Chinese)  
苏绍璟. 大量程纳米级光栅位移测量理论及关键技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2001.
- [12] Wang X, Guo X, Wang Y, et al. All-fiber differential interferometer for nanometric displacement measurement[J]. *Optics Communications*, 2020, 475: 126283.
- [13] Zhang Z H, Li C W, Huang Z. Vibration measurement based on multiple hilbert transform for self-mixing interferometry[J]. *Optics Communications*, 2019, 436: 192-196.