

扭曲的涡旋光束在海洋湍流中的传输因子

郝焱焱, 徐勇根, 安邦卓, 徐倩, 许颖, 杨宁, 刘勇涛

(西华大学理学院, 四川成都 610039)

摘要: 基于扩展惠更斯-菲涅尔原理和维格纳分布函数 (Wigner distribution function, WDF) 二阶矩, 推导了部分相干扭曲涡旋光束 (partially coherent twisted vortex beam, PCTVB) 在海洋湍流中传输时的 M^2 因子和角扩展 $\theta(z)$ 。通过数值模拟方法详细研究了海洋湍流对光束 M^2 因子和角扩展 $\theta(z)$ 的影响, 结果表明温度方差耗散率 X_r 和温度盐度贡献比 w 越大、动能耗散率 ε 和各向异性因子 ξ 越小时对 PCTVB 的 M^2 因子和角扩展 $\theta(z)$ 的影响越大。此外研究发现, 相较于非扭曲涡旋光束 (PCVB), PCTVB 有更好的抗海洋湍流的能力, 且增大拓扑荷数 m 以及扭曲因子绝对值 $|\mu|$ 后, PCTVB 的 M^2 因子和角扩展 $\theta(z)$ 显著减小, 光束的抗海洋湍流能力增强。并且增大束腰宽度 w_0 和波长 λ , 以及减小初始相干长度 $\delta_{\eta\eta}$ ($\eta = x, y$) 同样可以增加光束抗海洋湍流的能力。本文的数值研究结果对海洋光通信具有重要意义。

关键词: PCTVB; M^2 因子; 角扩展; 海洋湍流

中图分类号: O436; TN247 文献标识码: A DOI: 10.3969/j.issn.1001-5078.2024.03.017

Propagation factors for twisted vortex beams through oceanic turbulence

HAO Nian-chi, XU Yong-gen, AN Bang-zhuo, XU Qian, XU Ying, YANG Ning, LIU Yong-tao

(School of Science, Xihua University, Chengdu 610039, China)

Abstract: In this paper, analytical formulas of M^2 factor and angular extension $\theta(z)$ of partially coherent twisted vortex beam (PCTVB) propagating in oceanic turbulence are derived based on the extended Huygens-Fresnel principle and the Wigner distribution function (WDF) second moment. The effects of oceanic turbulence on M^2 factor and angular spread $\theta(z)$ of PCTVB are studied in detail by numerical simulation methods, and the results show that the M^2 factor and $\theta(z)$ of PCTVB is greatly affected by oceanic turbulence with the large rate of dissipation of mean-square temperature and large relative strength of temperature and salinity undulations as well as the small rate of dissipation of turbulent kinetic energy per unit mass of fluid and small anisotropic factor. In addition, it is found that the PCTVB has better resistance to ocean turbulence compared to the non-twisted vortex beam (PCVB), and the M^2 factor and angular extension $\theta(z)$ of the PCTVB are significantly reduced and the beam's resistance to ocean turbulence is enhanced by increasing the topological charge m as well as the absolute value of the distortion factor $|\mu|$. And increasing the beam waist width w_0 and wavelength λ as well as decreasing the initial coherence lengths $\delta_{\eta\eta}$ ($\eta = x, y$) can likewise increase the beam's resistance to ocean turbulence. The numerical results in this paper are of great significance for ocean optical communications.

Keywords: PCTVB; M^2 factor; angular expansion; ocean turbulence

基金项目: 四川省科技厅基金项目 (No. 2021YJ0518; No. 2019YJ0470); 云南省太阳物理与空间目标监测重点实验室项目 (No. YNSPCC202202) 资助。

作者简介: 郝焱焱 (1999 -), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为海洋湍流中的光束传输。E-mail: hao2215254362@163.com

通讯作者: 徐勇根 (1983 -), 男, 博士, 教授, 主要从事激光传输与激光雷达技术的研究。E-mail: xuyonggen06@126.com

收稿日期: 2023-07-03; 修订日期: 2023-08-25

1 引言

部分相干光在湍流大气中传输的研究工作是从 20 世纪 70 年代后期开始发展,最初是由 Leader 在研究粗糙表面散射的激光束空间相干性时提出^[1-4],经研究发现,部分相干光束因其相干度较低,相较于完全相干光具有更好的传输特性。在光束传输中,相位信息是一项重要可调控参数,部分相干扭曲涡旋光束(Partially Coherent Twisted Vortex Beam, PCTVB)则是同时具有扭曲相位和涡旋相位的光束。研究发现,涡旋结构的光束在降低强度闪烁指数和抑制光束漂移方面优于非调制高斯光束,该结构可以作为光通信中良好的信息载体。扭曲相位作为部分相干光束的特有相位,有固定的手性或旋向性,通常表示为: $e^{-ik\mu(y_2x_1 - y_1x_2)}$, 其中 μ 是扭曲因子。可以看出扭曲项是用一个与光场横截面两点位置相关的相位因子描述的,所以通过精确调控光场截面两点的相干结构,可以构造新的空间关联结构光束。通过实验表明,扭曲相位可以降低大气湍流对光束的影响,对部分相干光束的光强分布、偏振度等统计特性起调控作用,提高光束的传输质量^[5]。因此研究含扭曲结构的光束有一定的应用价值。

自上世纪 70 年代起,大气湍流中光束传输特性研究得到了许多重要规律^[2,6-8],但在海洋湍流中的研究较少。由于激光雷达在深海激光探测、海洋物质检测等方面的应用日益广泛,其相关领域的研究也逐渐被重视。Zhang 等人研究了一种无衍射的特殊光束在各向同性海洋湍流中传播,深入研究了反常涡旋光束在光镊上的应用^[9-10]。2020 年, Hu 等人研究了完美涡旋光束在各向异性海洋湍流中的传输特性,结果表明这种光束在传输过程中的自聚焦特性有利于抑制横向衍射^[11]。类比大气湍流,海洋湍流能量也由大尺度湍涡向小尺度湍涡转移,小尺度湍涡由大尺度湍涡破碎分解形成^[12-14]。大气湍流主要引起光束折射率变化,而海洋湍流由于其形成条件更复杂,不能用单一的结构折射率常数表示,它是由单位流体质量动能耗散率、均方温度耗散率、温度-盐度贡献率、内尺度因子等所综合表征。Nikishov 等人^[15-17]在 R. J. Hill 水下湍流模型的工作基础上,增加盐度、温度等影响因子,建立了各向同性的海洋湍流功率谱、海洋折射率功率谱,构建了海洋折射率空间统计与流体参数的关系,以统计的方

式描述折射率随机分布,通过设定参数来模拟特定湍流环境。

然而据我们所知, PCTVB 在海洋湍流中的传输特性报道较少,且具有一定的研究意义。本文的主要目的是基于扩展惠更斯-菲涅耳原理、维格纳分布函数方法,研究海洋湍流中 PCTVB 的 M^2 因子和角扩展。通过调控 PCTVB 中的拓扑荷数,扭曲因子,相干长度等参数,调控海洋湍流功率谱中的动能耗散率,温盐-盐度贡献率等变量,模拟寻找出使得光束质量更好,抗湍流效果更强的参数规律,从而为实际光束在探测中的参数调控提供一定理论支撑。

2 理论模型

PCTVB 在初始面($z=0$)上的统计信息,可以由一个 2×2 的交叉谱密度函数矩阵(CSDM)表示,即^[18]:

$$\vec{W}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; 0) = \begin{bmatrix} W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; 0) & W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; 0) \\ W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; 0) & W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; 0) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1)$ 和 $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2)$ 表示源平面上任意两个坐标矢量。初始面时 PCTVB 的光谱密度,由交叉谱密度矩阵的迹表示^[19]:

$$W_r(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; 0) = W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; 0) + W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; 0) \quad (2)$$

其中, W_{xx} 和 W_{yy} 可以表示成:

$$W_m(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; 0) = |\mathbf{r}_1|^{|\mu|} |\mathbf{r}_2|^{|\mu|} \times \exp\left(-\frac{\mathbf{r}_1^2 + \mathbf{r}_2^2}{w_0}\right) \cdot \exp\left[\frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2}{2\delta_{\eta m}^2}\right] \times \exp[\pm i|\mu|(\phi_1 - \phi_2)] \times \exp[\pm ik|\mu|(x_1y_2 - x_2y_1)] \quad (\eta = x, y) \quad (3)$$

其中, w_0 表示光束束腰宽度; $\delta_{\eta m}$ 表示光束初始相干长度; ϕ_1 和 ϕ_2 分别表示 \mathbf{r}_1 和 \mathbf{r}_2 在极坐标系下的角坐标, m 为涡旋光束的拓扑荷数, μ 是扭曲因子。然后利用扩展惠更斯-菲涅耳原理,在传播距离 z 上积分,可以得到接收面上的交叉谱密度函数(CSD)^[2]:

$$W_r(\rho, \rho_d; z) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \iint W_r(\mathbf{r}, \mathbf{r}_d; 0) \times \exp\left\{\frac{ik}{z}[(\rho - r) \cdot (\rho_d - \mathbf{r}_d)] - H(\mathbf{r}_d, \rho_d; z)\right\} d^2\mathbf{r} d^2\mathbf{r}_d \quad (4)$$

计算中运用中心坐标变换方法:

$$\begin{cases} \mathbf{r} = \frac{(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)}{2} \\ \rho = \frac{(\rho_1 + \rho_2)}{2} \\ \mathbf{r}_d = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \\ \rho_d = \rho_1 - \rho_2 \end{cases} \quad (5)$$

其中 ρ_1 和 ρ_2 表示接收面上的两个随机向量。其中 $H(\mathbf{r}_d, \rho_d; z)$ 是湍流项表示为^[20]:

$$H(\mathbf{r}_d, \rho_d; z) = 4\pi^2 k^2 z \int_0^1 d\xi \int_0^\infty \left\{ 1 - J_0[\kappa |\mathbf{r}_d \xi' + (1 - \xi')\rho_d|] \Phi_n(\boldsymbol{\kappa}) \kappa d\boldsymbol{\kappa} \right\} \quad (6)$$

其中, J_0 是零阶贝塞尔函数; $k = 2\pi/\lambda$ 表示波数; $\Phi_n(\boldsymbol{\kappa})$ 是各向异性海洋湍流折射率功率谱, 其中 $\boldsymbol{\kappa}_x, \boldsymbol{\kappa}_y, \boldsymbol{\kappa}_z$ 分别表示空间波数 $\boldsymbol{\kappa}$ 在 x, y, z 方向上的分量。 $\boldsymbol{\kappa}_x^2 + \boldsymbol{\kappa}_y^2 + \boldsymbol{\kappa}_z^2 = \boldsymbol{\kappa}^2$ 可以表示为, ξ' 表示归一化之后的距离变量^[20-21]:

$$\Phi_n(\boldsymbol{\kappa}) = 0.388 \times 10^{-8} \chi_T \xi^2 \varepsilon^{-1/3} \boldsymbol{\kappa}^{-11/3} \cdot [1 + 2.35(\boldsymbol{\kappa}\eta)^{2/3}] \times \phi(\boldsymbol{\kappa}, w) \quad (7)$$

其中:

$$\phi(\boldsymbol{\kappa}, w) = e^{(-A_T\theta)} + w^{-2} e^{(-A_S\theta)} - 2w^{-1} e^{(-A_{TS}\theta)} \quad (8)$$

$A_T = 1.863 \times 10^{-2}$, $A_S = 1.9 \times 10^{-4}$, $A_{TS} = 9.41 \times 10^{-3}$, $\theta = 8.284(\boldsymbol{\kappa}\eta)^{4/3} + 12.978(\boldsymbol{\kappa}\eta)^2$; ε 表示单位流体质量动能耗散率; X_T 表示海洋湍流的均方温度耗散率; w 表示海洋湍流温度 - 盐度贡献比; η 表示海洋湍流的内尺度因子。 ξ 表示海洋湍流的各向异性因子, 当 $\xi = 1$ 时为各向同性海洋湍流折射率功率谱, 反之 $\xi \neq 1$ 时海洋湍流成各向异性^[22-23]。其中, ε 的取值范围是在 $10^{-10} \sim 10^{-1} (\text{m}^2/\text{s}^3)$, X_T 取值范围在 $10^{-10} \sim 10^{-4} (\text{K}^2/\text{s})$, w 取值范围是在 $[-5, 0]$, 当 w 取值为 -1 时表示主要以盐度引起的光学湍流, 取 -5 时表示温度引起的光学湍流。

部分相干光束在接收面上的维格纳 (WDF) 分布函数可由交叉谱密度函数的傅里叶变化表示为^[24]:

$$h(\mathbf{r}, \theta, z) = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \iint W(\mathbf{r}, \mathbf{r}_d; z) \exp(-ik\theta \cdot \mathbf{r}_d) d^2 \mathbf{r}_d \quad (9)$$

基于 WDF 定义 $n_1 + n_2 + m_1 + m_2$ 的阶矩表示为^[25]:

$$\langle x^{n_1} y^{n_2} \theta_x^{m_1} \theta_y^{m_2} \rangle = \frac{1}{P} \iint x^{n_1} y^{n_2} \theta_x^{m_1} \theta_y^{m_2} h(\mathbf{r}, \theta, z) d^2 \mathbf{r} d^2 \theta \quad (10)$$

其中, $P = \iint h(\mathbf{r}, \theta; z) d^2 \mathbf{r} d^2 \theta$ 是光束的总功率, 令 $n_1 = 2$,

$m_1 = m_2 = n_2 = 0, x_d = y_d = 0$, 得到光束在初始面上的二阶矩:

$$\begin{aligned} \langle x^2 \rangle_0 &= \frac{1}{P} \iint x^2 W_r(\mathbf{r}, 0, 0) dx dy \\ &= \frac{(|m| + 1) w_0^2}{4} \end{aligned} \quad (11)$$

同理, 我还可以得到一些其他二阶矩: $\langle y^2 \rangle_0$, $\langle \theta_x^2 \rangle_0$ 和 $\langle \theta_y^2 \rangle_0$:

$$\begin{aligned} \langle y^2 \rangle_0 &= \frac{1}{P} \iint y^2 W_r(\mathbf{r}, 0, 0) dx dy \\ &= \frac{(|m| + 1) w_0^2}{4} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \langle \theta_x^2 \rangle_0 &= -\frac{1}{Pk^2} \iint \frac{\partial^2}{\partial x_d^2} [W_r(\mathbf{r}, 0; 0)] dx dy \\ &= \frac{1}{2k^2} \left(\frac{1}{\delta_{xx}^2} + \frac{1}{\delta_{yy}^2} \right) + \frac{1 + |m|}{w_0^2 k^2} + \frac{\mu^2 w_0^2 (|m| + 1)}{4} + \frac{\mu m}{k} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \langle \theta_y^2 \rangle_0 &= -\frac{1}{Pk^2} \iint \frac{\partial^2}{\partial y_d^2} [W_r(\mathbf{r}, 0; 0)] dx dy \\ &= \frac{1}{2k^2} \left(\frac{1}{\delta_{xx}^2} + \frac{1}{\delta_{yy}^2} \right) + \frac{1 + |m|}{w_0^2 k^2} + \frac{\mu^2 w_0^2 (|m| + 1)}{4} + \frac{\mu m}{k} \end{aligned} \quad (14)$$

光束传输因子 (M^2 因子)、角扩展是用来评价光束质量好坏的重要指标。在维格纳分布函数的二阶矩定义下的表达式为^[26-27]:

$$M^2(z) = k \left(\langle \rho^2 \rangle \langle \theta^2 \rangle - \langle \rho \cdot \theta \rangle^2 \right)^{1/2} \quad (15)$$

$$\theta(z) = \left(\langle \theta^2 \rangle \right)^{1/2} \quad (16)$$

2009 年, 有人利用狄克拉函数, 简化推导了经湍流的光束在接收面上的二阶矩^[28]:

$$\begin{aligned} \langle \rho^2 \rangle &= \left(\langle x^2 \rangle_0 + \langle y^2 \rangle_0 \right) + 2 \left(\langle x\theta_x + y\theta_y \rangle_0 \right) z + \\ &\left(\langle \theta_x^2 \rangle_0 + \langle \theta_y^2 \rangle_0 \right) z^2 + \frac{4}{3} z^3 T \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \langle \rho \cdot \theta \rangle &= \left(\langle x\theta_x + y\theta_y \rangle_0 \right) + \left(\langle \theta_x^2 \rangle_0 + \langle \theta_y^2 \rangle_0 \right) z \\ &+ 2z^2 T \end{aligned} \quad (18)$$

$$\langle \theta^2 \rangle = \left(\langle \theta_x^2 \rangle_0 + \langle \theta_y^2 \rangle_0 \right) + 4zT \quad (19)$$

T 为湍流因子, 由公式推导为^[29-30]:

$$T = \pi^2 \int_0^\infty \boldsymbol{\kappa} \Phi_n^3(\boldsymbol{\kappa}) d\boldsymbol{\kappa} = 3\xi^{-2} w^{-2} [8.704 \times 10^{-8} (\varepsilon\eta)^{-1/3} \chi_T (w^2 - 1.729w + 6.997)] \quad (20)$$

将公式 (17) ~ (20) 代入公式 (15) 和 (16), 可以得到部分相干扭曲涡旋光束在海洋湍流里的 M^2 因子和角扩展:

$$M_r^2(z) = k \left\{ \left[\frac{1+|m|}{2} w_0^2 + \left[\frac{1}{k^2} \left(\frac{1}{\delta_{xx}^2} + \frac{1}{\delta_{yy}^2} \right) + \frac{2(1+|m|)}{k^2 w_0^2} + \frac{2m\mu}{k} + \frac{(|m|+1)\mu^2 w_0^2}{2} \right] z^2 + \frac{3}{4} T z^2 \right] \times \right. \\ \left. \left[\frac{1}{k^2} \left(\frac{1}{\delta_{xx}^2} + \frac{1}{\delta_{yy}^2} \right) + \frac{2(1+|m|)}{k^2 w_0^2} + \frac{2m\mu}{k} + \frac{(|m|+1)\mu^2 w_0^2}{2} + 4Tz \right] - \right. \\ \left. \left\{ \left[\frac{1}{k^2} \left(\frac{1}{\delta_{xx}^2} + \frac{1}{\delta_{yy}^2} \right) + \frac{2(1+|m|)}{k^2 w_0^2} + \frac{2m\mu}{k} + \frac{(|m|+1)\mu^2 w_0^2}{2} + 2Tz \right] \right\}^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

$$\theta_r(z) = \left[\frac{1}{k^2} \left[\frac{1}{\delta_{xx}^2} + \frac{1}{\delta_{yy}^2} \right] + \frac{2(1+|m|)}{k^2 w_0^2} + \frac{2m\mu}{k} + \frac{(|m|+1)\mu^2 w_0^2}{2} + 4Tz \right] \quad (22)$$

当湍流因子 $T=0$ 时,湍流环境退化成自由空间,其 M^2 因子和角扩展变为:

$$M_r^2(z) = k \left\{ \frac{1+|m|}{2} w_0^2 \cdot \left\{ \frac{1}{k^2} \left[\frac{1}{\delta_{xx}^2} + \frac{1}{\delta_{yy}^2} \right] + \frac{2(1+|m|)}{k^2 w_0^2} + \frac{2m\mu}{k} + \frac{(|m|+1)\mu^2 w_0^2}{2} \right\} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (23)$$

$$\theta_r(z) = \left[\frac{1}{k^2} \left[\frac{1}{\delta_{xx}^2} + \frac{1}{\delta_{yy}^2} \right] + \frac{2(1+|m|)}{k^2 w_0^2} + \frac{2m\mu}{k} + \frac{(|m|+1)\mu^2 w_0^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (24)$$

则在海洋湍流中相对 M_r^2 因子和相对角扩展 $\theta_r(z)$ 可以表示为^[31]:

$$M_r^2(z) = \frac{M_r^2(z)}{M_r^2(z)} \quad (25)$$

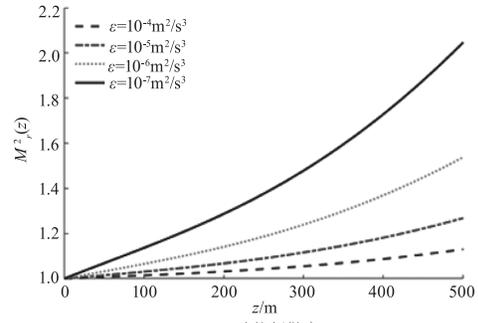
$$\theta_r(z) = \frac{\theta_r(z)}{\theta_r(z)} \quad (26)$$

为了方便比较,本文研究了相对 M_r^2 因子和相对角扩展 $\theta_r(z)$ 两个参数,通过数值模拟研究光束的抗湍流能力。对实际海洋探测提供了一定的理论支撑。

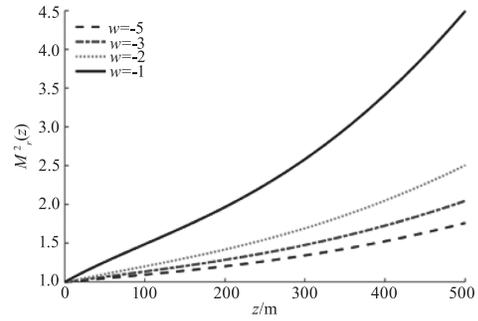
3 数据分析

通过上一章的综合推导,本文通过数值模拟方法研究了 PCTVB 在海洋湍流里传输的 M_r^2 因子和相对角扩展 $\theta_r(z)$ 特性。通过调整光束特有参数(例如:拓扑荷 m ,扭曲因子 μ ,波长 λ)以及海洋湍流参数(温度方差耗散率 X_T ,海洋动能耗散率 ε ,各向异性因子 ξ ,温度盐度贡献比 w 等)用控制变量方法,研究各个参数对光束质量的影响情况。

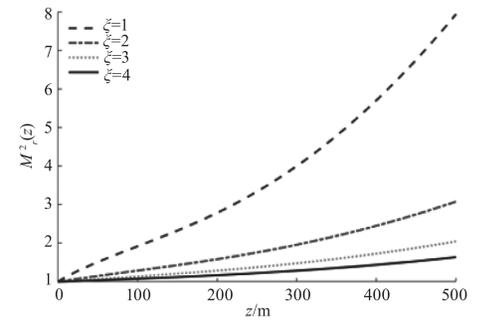
图 1 研究了海洋湍流中 ε, w, X_T, ξ 四项参数联合传输距离 z 对光束相对质量因子的影响(非变量参数统一取值: $m=2, \lambda=633 \text{ nm}, \delta_{xx}=\delta_{yy}=10 \text{ mm}, w_0=10 \text{ mm}, \mu=10^{-4} \text{ m}^{-1}, \varepsilon=10^{-7} \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}, X_T=8 \times 10^{-8} \text{ k}^2 \text{ s}^{-1}, \xi=3, w=-3$)。我们可以清晰看出,随着传输距离增加,由于海洋湍流对光束结构持续破坏的累积,PCTVB 的 M_r^2 会持续增大,其中由图 1(a)、(b) 代表的 ε, w 两个参数影响更为明显。其中图 1(a)



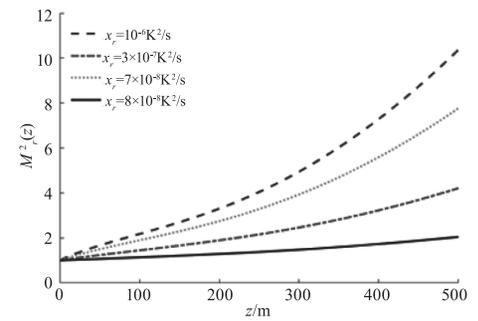
(a)动能耗散率 ε



(b)温度盐度贡献比 w



(c)各向异性因子 ξ



(d)温度方差耗散率 X_T

图 1 ε, w, ξ, X_T 对 PCTVB 的 M_r^2 随传输距离 z 的影响
Fig.1 M_r^2 factor of PCTVB in oceanic turbulence vs. ε, w, ξ, X_T & propagation distance z

中 M_r^2 随着 ε 的增加而减小,表明 PCTVB 在湍流活跃的浅海区域表现出更好的传输特性,反而在深海区域 M_r^2 显著变大。

图 1(b) 可以看到,当 $w = -5$ 时 M_r^2 因子更大, $w = -1$ 时 M_r^2 因子小,表明了由盐度涨落占主导地位导致的海洋湍流对光束质量影响更大,而由温度涨落占主导地位导致的海洋湍流影响更小^[32-33]。另 M_r^2 随着 X_T 减小而减小图 1(c)。在各向同性海洋湍流中 M_r^2 显著变大,而在各向异性海洋湍流下, M_r^2 因子随着 ξ 的增大而减小图 1(d)。综上所述为了降低海洋湍流对光束质量的影响,我们接下来通过模拟调控参数,研究了提升光束本身的抗湍流能力的方法。

图 2(a) ~ (f) 展现了具有不同 $m, \lambda, \delta_{\eta\eta}, w_0, \mu$ 的 PCTVB 在海洋湍流中传输时的 M_r^2 因子(非变量参数取值与图 1 相同),如图 2(a) 所示,当 $m = 0$ 时

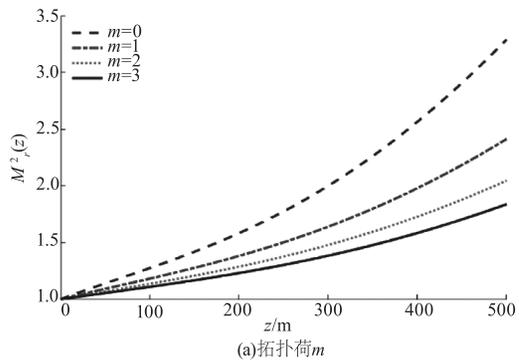
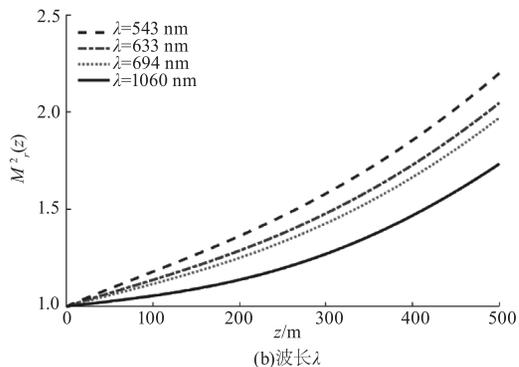
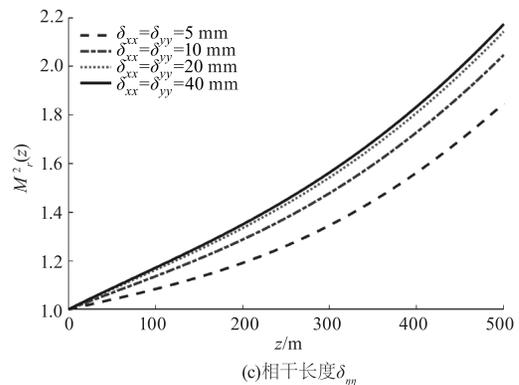
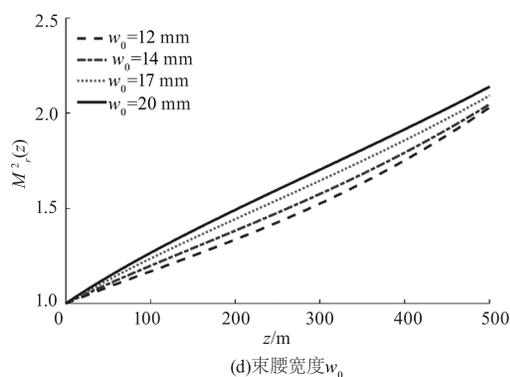
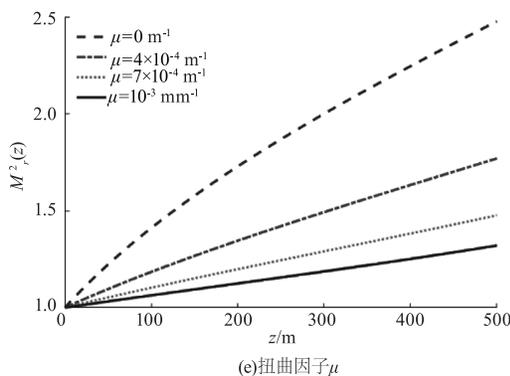
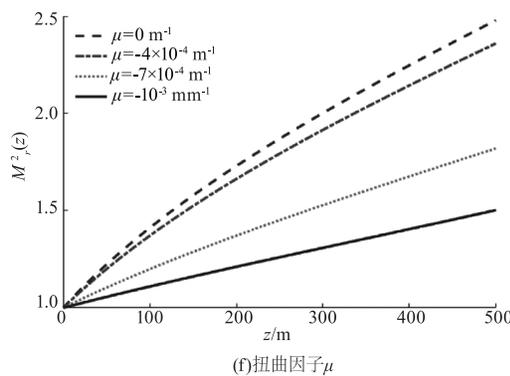
(a) 拓扑荷 m (b) 波长 λ (c) 相干长度 $\delta_{\eta\eta}$ (d) 束腰宽度 w_0 (e) 扭曲因子 μ (f) 扭曲因子 μ

图 2 光束参数 $m, \lambda, \delta_{\eta\eta}, w_0, \mu$ 对 PCTVB 的 M_r^2 随传输距离 z 的影响

Fig. 2 M_r^2 Factor of PCTVB in oceanic turbulence vs $m, \lambda, \delta_{\eta\eta}, w_0, \mu$ & propagation distance z

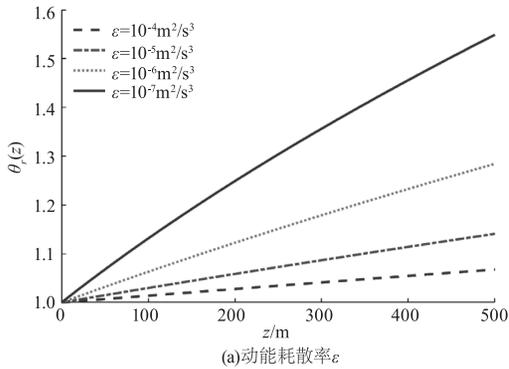
PCTVB 退化成了部分相干扭曲光束,此时 M_r^2 因子最大,非零时随着 m 的增大 M_r^2 因子显著减小。

该现象表明,PCTVB 相较非涡旋部分相干扭曲光束具有更好的抗湍流能力;且随着拓扑荷的增大光束质量越好,其在远距离的传输中表现出更好的信息保留能力。图 2(b) ~ (d) 可见,随着波长 λ 的增大,初始相干长度 $\delta_{\eta\eta}$ 的减小,以及束腰宽度 w_0 的增加,光束质量逐步变好,抗海洋湍流破坏能力增强。另如图 2(e)、(f) 所示,由于 μ 的取值正负会影响 M_r^2 因子的大小,当 μ 和 m 同号时, μ 的增大会导致 M_r^2 因子减小, μ 和 m 异号时 $|\mu|$ 越大 M_r^2 因子也会越小。且当 $\mu = 0$ 时光束退化为非扭曲光,此时 M_r^2 因子显著变大,这表明了涡旋结构拥有明显的

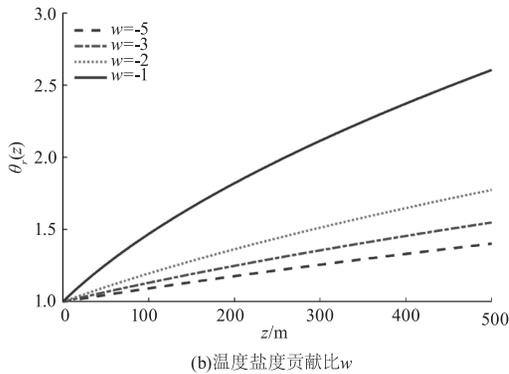
抗湍流能力。通过以上研究,可以直观理解到在抗海洋湍流干扰中,各光束参数起到的影响。在此基础上,本文继续研究了 PCTVB 相对角扩展 $\theta_r(z)$ 的变化情况。

由海洋湍流参数图 3(a) ~ (d) 可知(非变量参数取值与图 1 相同),随着传输距离的增加,光束的相对角扩展 $\theta_r(z)$ 也逐步变大,也意味着光束随着传输的积累,光束质量也逐步降低。

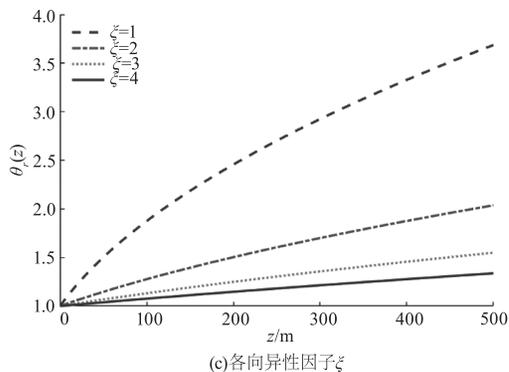
由图 3(a) 可知,随着 ε 的增大 $\theta_r(z)$ 有明显的减小,意味着湍流越活跃,其对光束扩展的影响反而越小;通过图 3(b) 同样得到,在海洋湍流中盐度涨落的影响大过温度涨落影响,这与研究 M_r^2 时的情况相吻合。由图 3(c) 可知, $\theta_r(z)$ 随着 ξ 的增大而减小,表明各向同性相较各相异性海洋湍流,对光束的影响更小。另湍流的 X_T 越大 $\theta_r(z)$ 也随之增大图 3(d)。



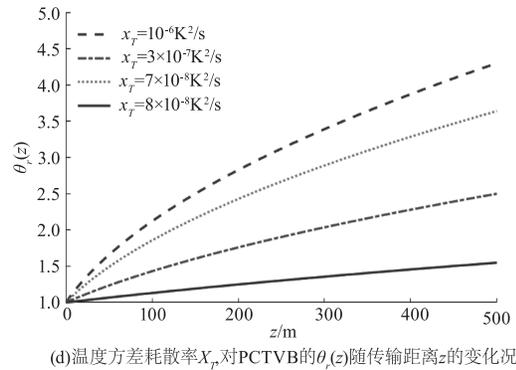
(a) 动能耗散率 ε



(b) 温度盐度贡献比 w



(c) 各向异性因子 ξ

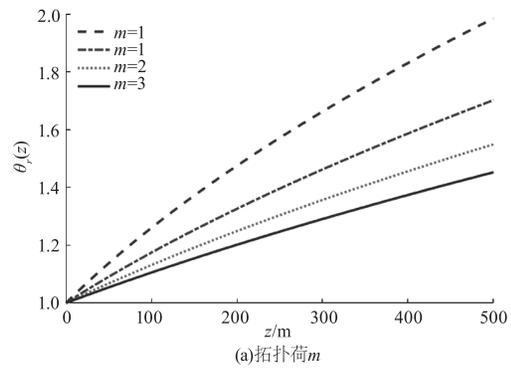


(d) 温度方差耗散率 X_T 对 PCTVB 的 $\theta_r(z)$ 随传输距离 z 的变化情况

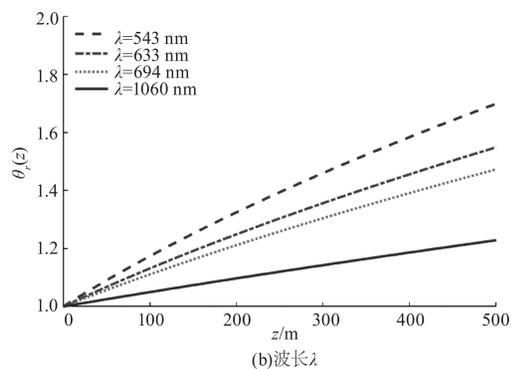
图 3 ε, w, ξ, X_T 对 PCTVB 的 $\theta_r(z)$ 随传输距离 z 的变化情况

Fig. 3 $\theta_r(z)$ factor of PCTVB in oceanic turbulence vs ε, w, ξ, X_T & propagation distance z

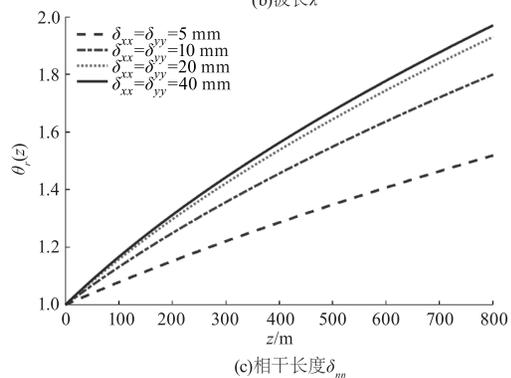
从图 4 则可以看出各参数对相对角扩展 $\theta_r(z)$ 的影响(非变量参数取值不变)。图 4(a)、(b) 可知,随着 m 和 λ 的增加,相对角扩展 $\theta_r(z)$ 逐渐减小,光束质量有较为显著的提升;其中涡旋光束特性也依然优于非涡旋光束。



(a) 拓扑荷 m



(b) 波长 λ



(c) 相干长度 δ_{η}

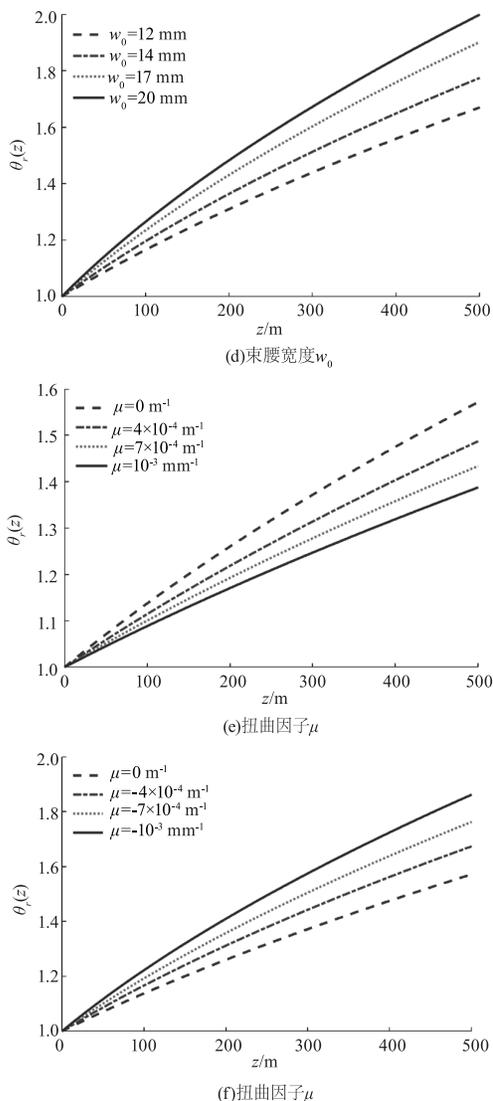


图 4 $m, \lambda, \delta_{\eta\eta}, w_0, \mu$ 对 PCTVB 的 $\theta_r(z)$ 随传输距离 z 的变化情况
 Fig. 4 $\theta_r(z)$ factor of PCTVB in oceanic turbulence vs. $m, \lambda, \delta_{\eta\eta}, w_0, \mu$ & propagation distance z

由图 4(c)、(d) 研究发现, 随着 $\delta_{\eta\eta}$ 和 w_0 的减小, 传输后的角扩展也越小。另在图 4(e)、(f) 中发现, 当 μ 和 m 同号时 $\theta_r(z)$ 随 μ 的增大而减小。异号时随着 $|\mu|$ 增大 $\theta_r(z)$ 随之增大, 此时光束的抗湍流能力降低。因此我们可以通过调控 μ 和 m 的符号大小, 从而得到抗湍流能力更好的光束。

由图 5 可以更加清晰地看出, 通过 μ 和 m 和 z 两组参数的联合调控, $\theta_r(z)$ 和 M_r^2 发生的变化情况。图 5(a)、(c) 可明确看出当 μ 和 m 同号时, 两者的数值都越大时, 光束将拥有更强的抗海洋湍流能力; 数值越小时 $\theta_r(z)$ 和 M_r^2 数值越大, 抗湍流能力越弱。

因此可以联合调控 μ 和 m 的数值大小, 得到抗湍流效果更佳的光束。而图 5(b)、(d) 图形趋势也一致, 我们可以得出随着传输距离的增加, 光束质量

逐渐变差, 但可以通过增加拓扑荷数 m 来提高其抗海洋湍流能力。

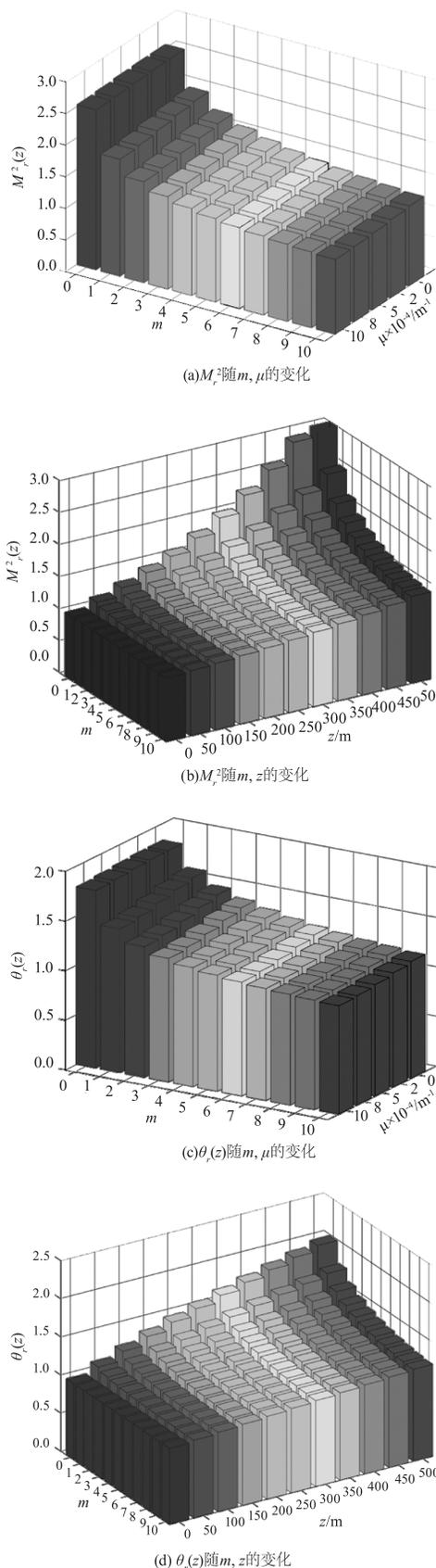


图 5 PCTVB 的 $\theta_r(z)$ 和 M_r^2 在海洋湍流中随 z, m, μ 的变化情况
 Fig. 5. $\theta_r(z)$ and M_r^2 factor of PCTVB in oceanic turbulence vs. z, m, μ

4 结 论

本文基于广义惠更斯-菲涅尔原理和WDF所得的二阶矩,推导了在随机海洋湍流介质中的传输公式相对 M^2 因子和角扩展。通过数值分析法,模拟了光束各参数(拓扑荷数、束腰宽度、扭曲因子、初始相干长度、波长)以及海洋湍流各参数(温度方差耗散率、动能耗散率、各向异性因子、温度盐度贡献比)对PCTVB的相对 M^2 因子和相对角扩展的影响。研究表明,温度方差耗散率 X_T 和温度盐度贡献比 w 越大、动能耗散率 ε 和各向异性因子 ξ 越小时对PCTVB的 M_r^2 因子和角扩展 $\theta_r(z)$ 的影响越大。当增大光束的拓扑荷数 m 以及扭曲因子绝对值 $|\mu|$ 后,PCTVB的 M_r^2 因子和角扩展 $\theta_r(z)$ 显著减小,光束的抗海洋湍流能力增强。另外,增大束腰宽度 w_0 和波长 λ ,以及减小初始相干长度 $\delta_m(\eta=x,y)$ 同样可以增加光束抗海洋湍流的能力。此项研究结果可以为海洋湍流中的激光探测做出一定理论指导。

参考文献:

- [1] Leader, J Carl. An analysis of the spatial coherence of laser light scattered from a surface with two scales of roughness[J]. Journal of the Optical Society of America, 1976, 66(6): 536-546.
- [2] Xu Ying, Zhao Liang, Yang Ning, et al. Propagation of partially coherent twisted vortex beams in atmospheric turbulence[J]. Applied Laser, 2022, 42(3): 167-174. (in Chinese)
许颖, 赵亮, 杨宁, 等. 部分相干扭曲涡旋光束在大气湍流中的传输[J]. 应用激光, 2022, 42(3): 167-174.
- [3] Wang L, Wang J, Yuan C J, et al. Beam wander of partially coherent twisted elliptical vortex beam in turbulence[J]. Optik, 2020, 218: 165037.
- [4] Gori F, Santarsiero M. Devising genuine spatial correlation functions[J]. Optics Letters, 2007, 32(24): 3531-3533.
- [5] Wang A, Zhu L, Deng M, et al. Experimental demonstration of OAM-based transmitter mode diversity data transmission under atmosphere turbulence[J]. Optics Express, 2021, 29(9): 13171-13182.
- [6] Xu Y, Xu Y G, Wang S J, et al. Kurtosis parameter and coupling coefficient of partially-coherent twisted Gaussian beam propagating through non-Kolmogorov atmospheric turbulence[J]. Journal of Russian Laser Research, 2022, 43(4): 509-519.
- [7] Yu J, Huang Y, Wang F, et al. Scintillation properties of a partially coherent vector beam with vortex phase in turbulent atmosphere[J]. Optics Express, 2019, 27(19): 26676-26688.
- [8] Liu X, Shen Y, Liu L, et al. Experimental demonstration of vortex phase-induced reduction in scintillation of a partially coherent beam[J]. Optics Letters, 2013, 38(24): 5323-5326.
- [9] Li Y, Yu L, Zhang Y X. Influence of anisotropic turbulence on the orbital angular momentum modes of Hermite-Gaussian vortex beam in the ocean[J]. Optics Express, 2017, 25(11): 12203-12215.
- [10] Yu L, Zhang Y X. Analysis of modal crosstalk for communication in turbulent ocean using Lommel-Gaussian beam[J]. Optics Express, 2017, 25(19): 22565-22574.
- [11] Hu Z H, Liu H L, Xia J, et al. Propagation characteristics of the perfect vortex beam in anisotropic oceanic turbulence[J]. Applied Optics, 2020, 59(32): 9956-9962.
- [12] Yong K L, Tang B H, Wang Y Q, et al. Propagation characteristics study of radially polarized gaussian vortex beam in ocean turbulence[J]. Optik, 2022, 270: 170074.
- [13] Zhao L, Xu Y G, Dan Y Q. Evolution properties of partially coherent radially polarized Laguerre-Gaussian vortex beams in an anisotropic turbulent atmosphere[J]. Optics Express, 2021, 29(22): 34986-35002.
- [14] Hill R J. Optical propagation in turbulent water[J]. Journal of the Optical Society of America, 1978, 68(8): 1067-1072.
- [15] Nikishov V V, Nikishov V I. Spectrum of turbulent fluctuations of the sea-water refraction index[J]. International Journal of Fluid Mechanics Research, 2000, 27(1).
- [16] Wang F, Cai Y J. Second-order statistics of a twisted Gaussian Schell-model beam in turbulent atmosphere[J]. Optics Express, 2010, 18(24): 24661-24672.
- [17] Martínez-Herrero R, Mejías P M. Expansion of the cross-spectral density function of general fields and its application to beam characterization[J]. Optics Communications, 1992, 94(4): 197-202.
- [18] Wolf E. Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams[J]. Physics Letters A, 2003, 312(5-6): 263-267.
- [19] Xu Y G, Tian H H, Dan Y Q, et al. Beam wander and M^2 -factor of partially coherent electromagnetic hollow Gaussian beam propagating through non-Kolmogorov turbulence[J]. Journal of Modern Optics, 2017, 64(8): 844-854.
- [20] Yang Ning, Zhao Liang, Xu Qian, et al. Propagation characteristics of partially coherent vector beam with twisted phase in ocean turbulence[J]. Journal of Optoelectronics Laser, 2022, 33(10): 1075-1081. (in Chinese)
杨宁, 赵亮, 徐倩, 等. 具有扭曲相位的部分相干矢量光束在海洋湍流中的传输特性[J]. 光电子·激光, 2022, 33(10): 1075-1081.

- [21] Yue P, Xu D L, Yi X, et al. Study on the wave structure function and spatial coherence radius with a power-law spectrum of oceanic turbulence [J]. *Optik*, 2019, 187: 172 – 184.
- [22] Korotkova O, Farwell N, Shchepakina E. Light scintillation in oceanic turbulence [J]. *Waves In Random and Complex Media*, 2012, 22(2): 260 – 266.
- [23] Yi X, Li Z, Liu Z J. Underwater optical communication performance for laser beam propagation through weak oceanic turbulence [J]. *Applied Optics*, 2015, 54(6): 1273 – 1278.
- [24] He J. Coherence and cross-spectral density matrix analysis of random wind and wave in deep water [J]. *Ocean Engineering*, 2020, 197: 106930.
- [25] Bélanger P A. Beam propagation and the ABCD ray matrices [J]. *Optics Letters*, 1991, 16(4): 196 – 198.
- [26] Suo Qiangbo, Li Jinhong, Chen Linying. Beam quality analysis of vortex beam in atmospheric turbulent propagation [J]. *Journal of Optoelectronics. Laser*, 2015, 26(9): 1828 – 1834. (in Chinese)
索强波, 李晋红, 陈琳英. 涡旋光束在大气湍流传输中光束质量分析 [J]. *光电子. 激光*, 2015, 26(9): 1828 – 1834.
- [27] Wang J, Wang H Y, Zhu S J, et al. Second-order moments of a twisted Gaussian Schell-model beam in anisotropic turbulence [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2018, 35(7): 1173 – 1179.
- [28] Du S C, Yuan Y S, Liang C H, et al. Second-order moments of a multi-Gaussian Schell-model beam in a turbulent atmosphere [J]. *Optics & Laser Technology*, 2013, 50: 14 – 19.
- [29] Huang Y P, Zhang B, Gao Z H, et al. Evolution behavior of Gaussian Schell-model vortex beams propagating through oceanic turbulence [J]. *Optics Express*, 2014, 22(15): 17723 – 17734.
- [30] Roychowdhury H, Wolf E. Determination of the electric cross-spectral density matrix of a random electromagnetic beam [J]. *Optics Communications*, 2003, 226(1 – 6): 57 – 60.
- [31] Zhao Liang, Yang Shengkai, Xu Ying, et al. Polarization characteristics of electromagnetic anomalous vortex beams in anisotropic atmospheric turbulence [J]. *Journal of Optoelectronics Laser*, 2021, 32(3): 287 – 296. (in Chinese)
赵亮, 杨盛凯, 许颖, 等. 电磁反常涡旋光束在各向异性大气湍流中的偏振特性 [J]. *光电子. 激光*, 2021, 32(3): 287 – 296.
- [32] Dan Y Q, Zhang B. Second moments of partially coherent beams in atmospheric turbulence [J]. *Optics Letters*, 2009, 34(5): 563 – 565.
- [33] Wang X G, Wang L, Zhao S M. Research on hypergeometric-Gaussian vortex beam propagating under oceanic turbulence by theoretical derivation and numerical simulation [J]. *Journal of Marine Science And Engineering*, 2021, 9(4): 442.