

文章编号:1001-5078(2024)11-1751-08

· 光学技术 ·

中红外波长超构透镜最优焦距的研究

吴鑫鹏¹, 张晓冬¹, 朱雪¹, 孙立虎¹, 李萍萍¹, 叶国永², 姜利英^{1,3}

(1. 郑州轻工业大学 电子信息学院, 河南 郑州 450002; 2. 郑州轻工业大学 机电工程学院, 河南 郑州 450002;
3. 郑州轻工业大学 量子科技研究院, 河南 郑州 450002)

摘要: 本文拟设计一种工作中红外波长偏振不敏感的透射式超构透镜。该设计使用二氧化硅作为衬底, 硅作为介质材料, 超构透镜半径为 $100\ \mu\text{m}$, 最优焦距为 $302\ \mu\text{m}$, 聚焦效率为 70.72% , 其仿真焦距与理论计算仅有 0.0013% 的误差。同时以焦距误差最小值为参考, 设计了多个不同半径的超构透镜, 并得到了最优焦距、数值孔径、聚焦效率等数据, 提高了后续基于相同结构设计超构透镜的效率。其设计方法为计算中红外超构透镜最优焦距提供了思路, 为提高中红外超构透镜效率提供了技术支持。

关键词: 超构透镜; 中红外波段; 偏振不敏感; 最优焦距

中图分类号: TN202; TJ02 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1001-5078.2024.11.016

Research on the optimal focal length of metalens in the mid-infrared band

WU Xin-peng¹, ZHANG Xiao-dong¹, ZHU Xue¹, SUN Li-hu¹, LI Ping-ping¹, YE Guo-yong², JIANG Li-ying^{1,3}

(1. School of Electronic and Information, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China;

2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China;

3. Academy for Quantum Science and Technology, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: In this paper, a transmissive metalens operating in the mid-infrared band with polarization insensitivity is designed. Using silicon dioxide as the substrate and silicon as the dielectric material, the metalens has a radius of $100\ \mu\text{m}$, an optimal focal length of $302\ \mu\text{m}$, a focal efficiency of 70.72% , and a simulated focal length with only 0.0013% error from the theoretical calculation. Taking the minimum value of the focal length error as a reference, several metalens with different radii were designed, and the data of optimal focal length, numerical aperture, and focusing efficiency are obtained, which improved the efficiency of the subsequent design of metalens based on the same structure. The design method provides ideas for calculating the optimal focal length of metalens, and offers technical support for improving the efficiency of the mid-infrared superstructured lens.

Keywords: metalens; mid-infrared band; polarization insensitivity; optimal focal length

1 引言

超构表面是由亚波长尺寸的超构单元按照一定的规律排列分布的二维阵列结构^[1-3]。超构表面按照目标功能进行特殊的设计, 可以对波束的相位、偏

振、振幅等进行精准调控^[4-10]。超构透镜 (Metalens) 作为超构表面的具体应用之一, 以超薄、平面、微型化的方式实现了传统光学透镜的聚焦功能^[11-14], 2016年, 哈佛大学 Capasso 教授团队基于

基金项目: 河南省科技厅科技攻关项目 (No. 232102211081; No. 232102210144); 河南省自然科学基金项目 (No. 222300420093); 国家自然科学基金面上项目 (No. 62073299); 河南省科技研发计划联合基金项目 (No. 225200810071); 河南省重大科技专项项目 (No. 231100220800); 郑州重点研发专项项目 (No. 2023JBG009) 资助。

作者简介: 吴鑫鹏 (1999-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为微纳光学。

通讯作者: 姜利英 (1981-), 女, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事微纳传感等方面的研究。E-mail: jiangliying@zzuli.edu.cn

收稿日期: 2024-02-03; **修订日期:** 2024-04-26

全介质材料在可见光波段内设计的超构透镜具有高效率特性,其获得的图像质量可与商业物镜相媲美^[15],这项开创性成果为超构透镜的应用开辟了广阔应用前景^[16-19]。

中红外光谱区位于 $2.5 \sim 25 \mu\text{m}$ 波段^[20],该波段存在着两个重要的大气窗口 $3 \sim 5 \mu\text{m}$ 和 $8 \sim 12 \mu\text{m}$ 。这两个窗口也称为热成像区域,可观测空中的高温目标,如飞机、导弹尾焰,这在军事等领域有着广泛应用场景^[21-22]。受限于传统光学器件的物理尺寸,超构透镜替代传统透镜可以有效减轻中红外成像装置的体积和重量。因此许多课题组致力于超构透镜在中红外波段的应用研究^[23-26]。但是部分研究结果显示设计焦距与实际焦距存在一定的误差,这也一定程度上限制了超构透镜的效率。

本文设计了一款中红外波长入射偏振不敏感的超构透镜,选择与 CMOS 加工工艺兼容的硅作为构建材料^[27-30]对超构单元进行参数优化,设计得到工作波长为 $4 \mu\text{m}$,半径为 $100 \mu\text{m}$ 的超构透镜,其最优焦距为 $302 \mu\text{m}$,透过率为 0.89 ,数值孔径 (NA) 为 0.314 ,聚焦效率为 70.72% ,半峰全宽 (FWHM) 为 $5.7 \mu\text{m}$ 。同时以设计焦距与仿真焦距的误差最小值为参考依据,设计了多款半径不同的超构透镜,得到对应的最优焦距、聚焦效率、NA 等参数,为后续基于相同结构设计超构透镜最优焦距提供了数据支持。该研究结果为实现高效中红外超构透镜提供了一定的技术支持。

2 超构单元设计

基于有限时域差分法 (FDTD) 对设计的超构单元进行分析^[31],图 1 为超构单元结构的俯视图、侧视图和三维视图。介质硅的形状是圆柱形,其对称形状可以实现入射光源的偏振不敏感^[32]。在 $X-Y$ 平面内, r 表示硅介质的半径, P 表示超构透镜单元的结构周期, H 表示硅介质的高度。通过调整 r 和 H 的参数,即可以改变超构单元的有效折射率从而改变透射光的相位。设置入射光波长为 $4 \mu\text{m}$,偏振态为 X 方向线偏光,入射方向沿 Z 轴正方向并垂直于超构单元衬底。在 X 和 Y 方向设为周期边界 (periodic), Z 方向设为完美匹配层 (Perfectly Matched Layer),PML 边界条件主要作用是在计算边缘区域处实现电磁波的有效吸收,避免反射等波形扭曲给聚焦结果带来干扰。检测 X 方向线偏振光的透射率和

相位分布。

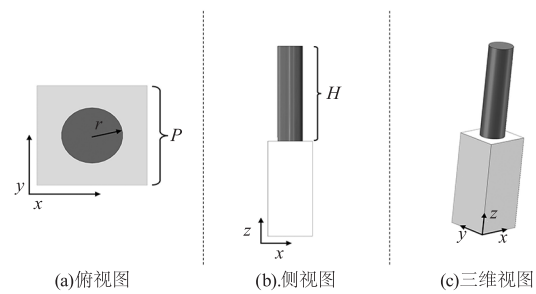
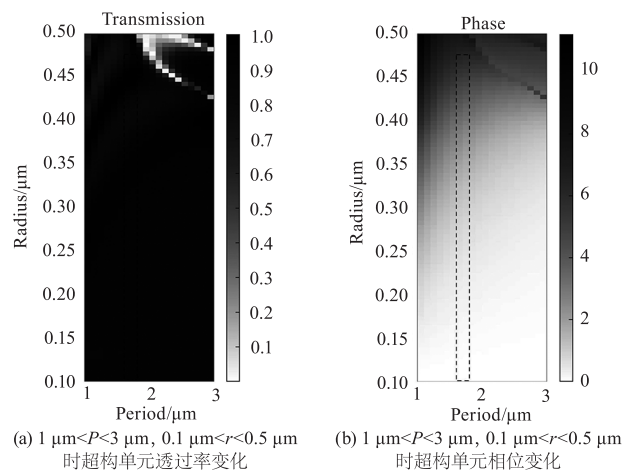


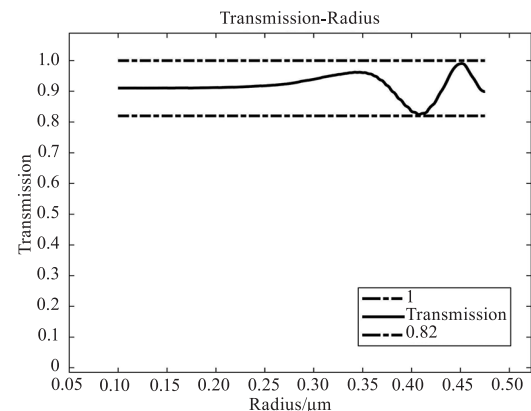
图 1 超构单元结构图

Fig. 1 Structure of the metalens unit

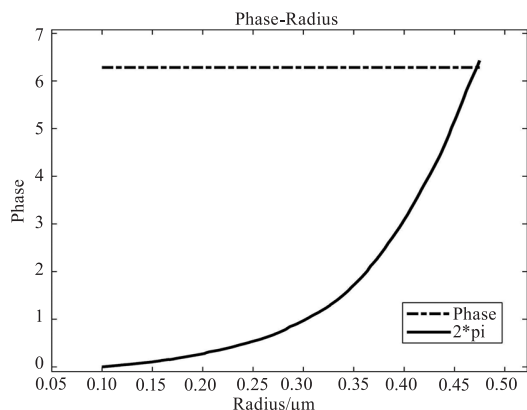
经过优化设计后,将介质高度设置为 $H = 4 \mu\text{m}$,对周期 ($1 \mu\text{m} < P < 3 \mu\text{m}$) 和半径 ($0.1 \mu\text{m} < r < 0.5 \mu\text{m}$) 进行扫描得到相位和透过率变化图,如图 2(a) 和图 2(b) 所示,可以看出在黑色虚线框内,可以看出透过率大于 0.85 ,相位覆盖也满足了 $0 \sim 2\pi$ 的要求。选择超构单元的结构参数为 $H = 4 \mu\text{m}$ 、 $P = 1.7 \mu\text{m}$ 、 $0.1 \mu\text{m} < r < 0.475 \mu\text{m}$,将透过率和相位变化情况单独作图观察,如图 2(c) 和图 2(d) 所示,可以看出随着硅柱半径大小的变化,相位覆盖超过 2π 并且透过率整体大于 0.82 ,说明设计的超构单元可以作为高效率相位调控元件使用。



(a) $1 \mu\text{m} < P < 3 \mu\text{m}$, $0.1 \mu\text{m} < r < 0.5 \mu\text{m}$ 时超构单元透过率变化 (b) $1 \mu\text{m} < P < 3 \mu\text{m}$, $0.1 \mu\text{m} < r < 0.5 \mu\text{m}$ 时超构单元相位变化



(c) $P = 1.7 \mu\text{m}$, $0.1 \mu\text{m} < r < 0.475 \mu\text{m}$ 时超构单元透过率变化



(d) $P=1.7 \mu\text{m}$, $0.1 \mu\text{m} < r < 0.475 \mu\text{m}$ 时超构单元相位变化

图2 超构单元透过率和相位变化图

Fig.2 Transmittance and phase variation of metalens units

3 超构透镜设计

为了在平板化的超构透镜上实现光束聚焦功能,将超构单元进行二维阵列,不同位置的超构单元产生不同的相位值,整个超构透镜的表面相位轮廓可以表示为:

$$\phi(\lambda, x, y) = -\frac{2\pi}{\lambda}(\sqrt{x^2 + y^2 + f^2} - f) \quad (1)$$

式中 x 和 y 表示超构单元的坐标值, λ 表示超构透镜的入射波长, f 表示超构透镜的焦距, 如图 3(a) 所示。然后根据公式(1)就可以计算出每个超构单元所需要的目标相位分布, 再将这些相位数据与优化得到的超构单元“相位 - 半径”数据进行匹配, 即可得到任意 (x, y) 坐标处的硅柱半径值。

基于公式(1)设计了一款超构透镜, 如图 3(b) 和(c) 所示, 其半径 $R_{\text{Lens}} = 100 \mu\text{m}$ 、焦距 $F_{\text{Lens}} = 302 \mu\text{m}$, 数值孔径 $NA = 0.314$, 超构单元的半径随着不同位置发生变化。超构透镜中硅柱的高度为 $H_{\text{si}} = 4 \mu\text{m}$, 超构透镜的衬底厚度为 $H_{\text{sub}} = 4 \mu\text{m}$ 。

按照设定焦距生成超构透镜的表面理论相位轮廓, 如图 4(a) 所示; 图 4(b) 是图 4(a) 中沿 X 轴直径方向的相位轮廓; 图 4(c) 为超构透镜的表面仿真相位轮廓, 图 5(d) 是图 5(c) 中沿 X 轴直径方向的相位轮廓, 通过二者的对比, 可以看出, 只要组成超构透镜的单元数量足够多, 仿真计算的相位与理论相位差值就会不断减小, 直至相位轮廓分布保持一致。

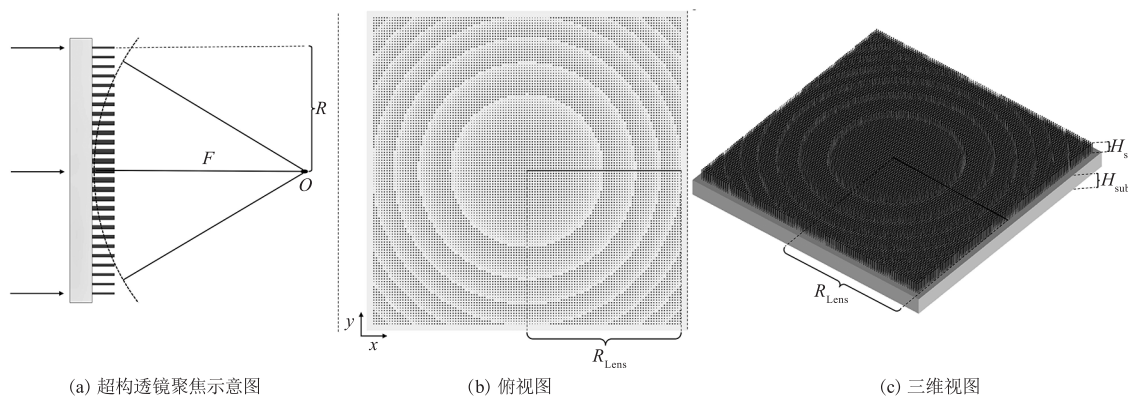
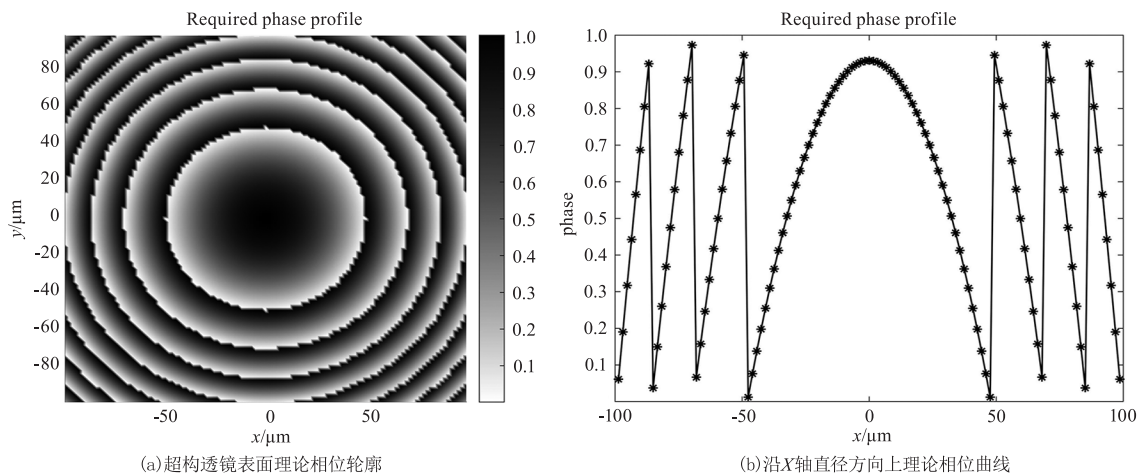


图3 半径 $R_{\text{Lens}} = 100 \mu\text{m}$ 、焦距 $F_{\text{Lens}} = 302 \mu\text{m}$ 的超构透镜结构图

Fig.3 Structure of metalens with radius $R_{\text{Lens}} = 100 \mu\text{m}$ and focal length $F_{\text{Lens}} = 302 \mu\text{m}$



(a) 超构透镜表面理论相位轮廓

(b) 沿X轴直径方向上理论相位曲线

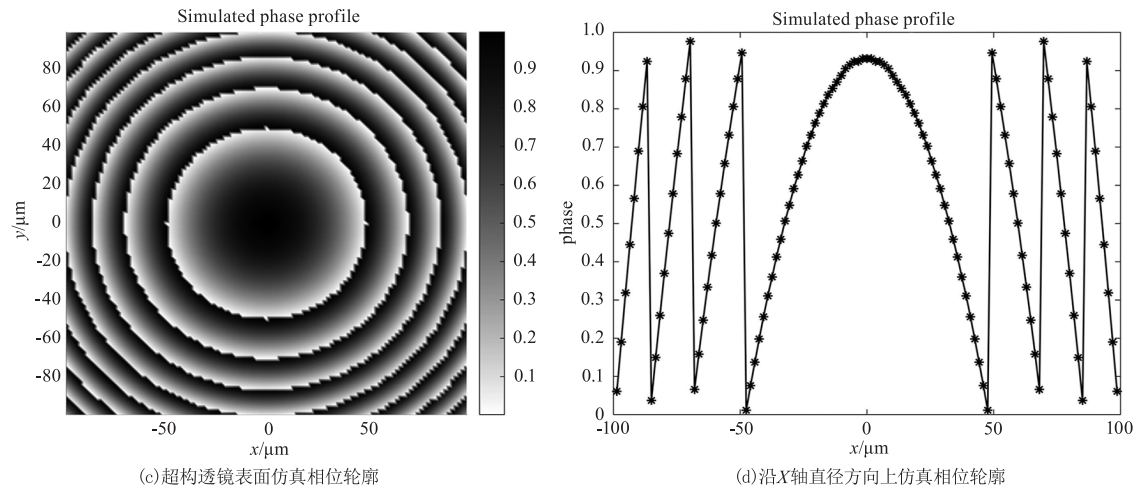


图 4 超构透镜表面相位轮廓

Fig. 4 Surface phase contours of metasurface

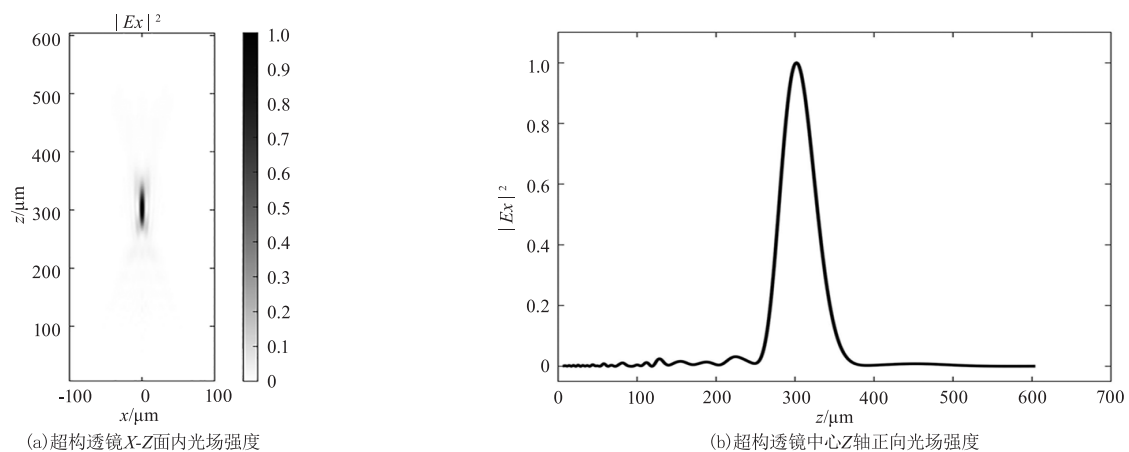
4 结果与讨论

为了检测设计的超构透镜性能,本文基于有限时域差分法对超构透镜的透射强度、焦距、焦距误差、聚焦效率、FWHM、NA 等参数进行仿真测试。首先构建好设计的超构透镜,入射波长为 $4\ \mu\text{m}$,线偏振平面波垂直超构透镜衬底入射,然后在三维仿真区域垂直 Z 轴设置面监视器、线监视器来检测超构透镜的透射光场强度、透过率等,结果如图 5 所示。图 5(a) 是超构透镜沿传输方向二维透射强度图,从图中可以看出在 $300\ \mu\text{m}$ 附近处的光场强度明显增强。进一步采集其沿 Z 轴正向的一维光强数据,如图 5(b) 所示,场强度在预期的焦点附近达到峰值,强度峰值对应的 Z 轴坐标为 $302.004\ \mu\text{m}$,与设定的焦距十分吻合。由面监视器的近场数据计算远场数据得到焦平面处的光场强度分布,如图 5(c) 所示,显示的是超构透镜在焦平面上的透射强度图,可以看出光场会聚到一点,焦点位置光强值明显大于非焦点位置数值。由以

上数据可以看出,入射光经过超构透镜之后汇聚到一点,实现了聚焦功能。在此定义焦距误差公式为 $\frac{|\text{仿真焦距} - \text{最优焦距}|}{\text{最优焦距}} \times 100\%$,因此焦距

误差仅为 0.0013% 。图 5(d) 显示的是焦平面上沿 X 轴和 Y 轴方向的光场强度,强度分布完全重合。进一步计算半峰处对应的左右两个坐标值 x_1 、 x_2 和 y_1 、 y_2 ,由于两个方向强度完全重合,则可以得到 FWHM 等于 $0.5 \times |x_1 - x_2|$ 或者 $0.5 \times |y_1 - y_2|$,经过数值计算得到透射光场的 FWHM 大小为 $5.7\ \mu\text{m}$ 。接下来定义聚焦效率为 $\frac{\text{汇聚能量}}{\text{近场能量}} \times$

透过率 $\times 100\%$,汇聚能量定义为焦平面上三倍 FWHM 范围内的能量,近场能量和近场透过率由近场面监视器得到,根据聚焦效率公式,计算得到超构透镜的聚焦效率为 70.72% ^[28],最后根据数值孔径的计算公式为 $NA = n \times \sin\alpha$,其中 n 为传播介质的折射率, α 是孔径角(2α) 一半,计算得到 $NA = 0.314$ 。

(a) 超构透镜 X - Z 面内光场强度(b) 超构透镜中心 Z 轴正向光场强度

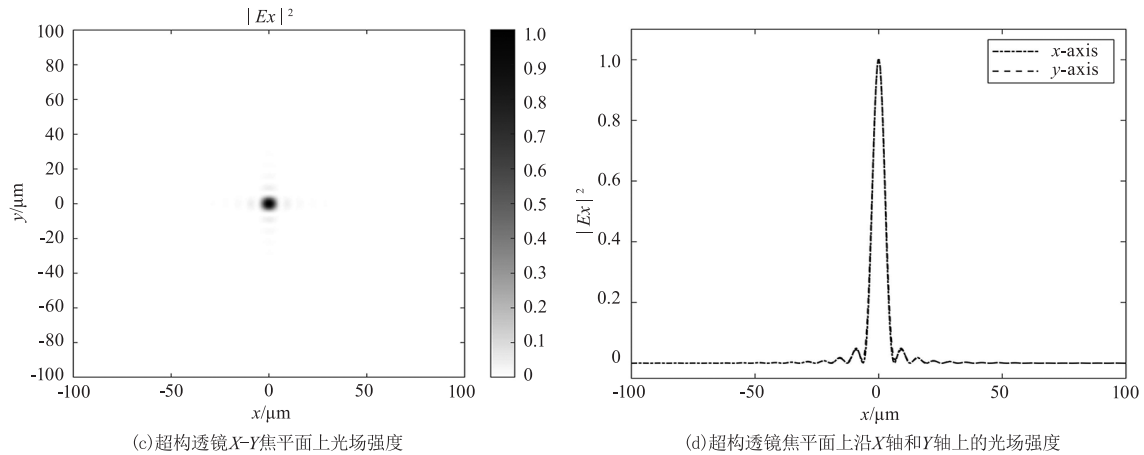


图5 线偏振入射下透射光强图

Fig.5 Transmitted light intensity map under linearly polarized incidence

接下来将入射光偏振方向改为右旋圆偏振,检测其透射右旋圆偏振光场分布,结果如图6所示。图6(a)是超构透镜沿传输方向透射强度图,如图6(b)显示焦距为302.004 μm ,焦距误差为0.0013%,和线偏振光入射的结果一致。图6(c)显示的是超构透镜

在焦平面上的透射强度图,光场同样会聚到一点;6(d)显示的是焦平面上中心X轴和Y轴上的光场强度,经过计算得到FWHM为5.7 μm ,聚焦效率为70.69%, $NA = 0.314$ 。以上数据验证了超构透镜具有偏振不敏感性质。

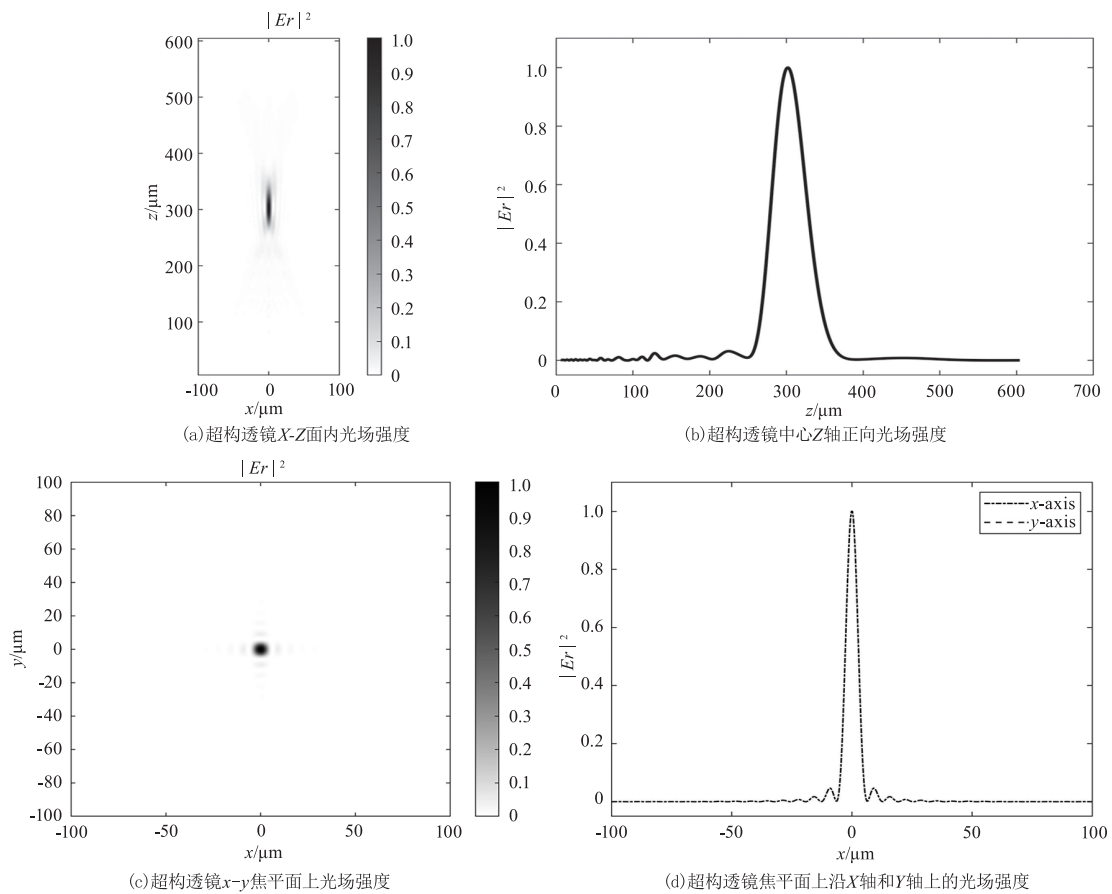


图6 圆偏振光入射下透射光强图

Fig.6 Transmitted light intensity map under the incidence of circularly polarized light

按照上述方法,为了得到更多的数据样本,将基于此结构的超构透镜半径间隔数据设定至5 μm ,在

兼顾整体性能的前提下,我们以焦距误差最小值为参考依据,对超构透镜进行大量的扫描优化,得到了

超构透镜半径从 $50\ \mu\text{m}$ 到 $100\ \mu\text{m}$ 对应的最优焦距、仿真焦距、聚焦效率、NA 和 FWHM, 其数据结果如表 1 所示。图 7 显示具有三个不同半径超构透镜对应的传输方向和焦平面的光强度图以及理论相位

和仿真相位对比图, 如图 9 所示。从图中可以查看出, 基于相同方法设计不同半径的超构透镜, 实现聚焦功能的理论相位与仿真相位轮廓吻合, 焦点强度远大于背景强度。

表 1 不同半径的超构透镜的测试结果数据

Tab. 1 Test result data of metalens with different radii

透镜半径/ μm	最优焦距/ μm	仿真焦距/ μm	焦距误差/%	NA	FWHM	聚焦效率/%
50	118	118.004	0.0034	0.3901	4.45	67.96
55	134	134.112	0.0836	0.3797	4.565	68.92
60	146	145.848	0.1041	0.3801	4.62	68.99
65	169	169.006	0.0036	0.3590	4.875	70.42
70	174	173.916	0.0483	0.3732	4.69	70.36
75	197	197.279	0.1416	0.3558	4.875	70.74
80	216	216.012	0.0056	0.3473	5.04	70.94
85	218	217.984	0.0073	0.3633	4.845	70.88
90	258	258.445	0.1725	0.3294	5.31	70.17
95	289	289.134	0.0464	0.3123	5.6	70.86
100	302	302.004	0.0013	0.3143	5.7	70.72

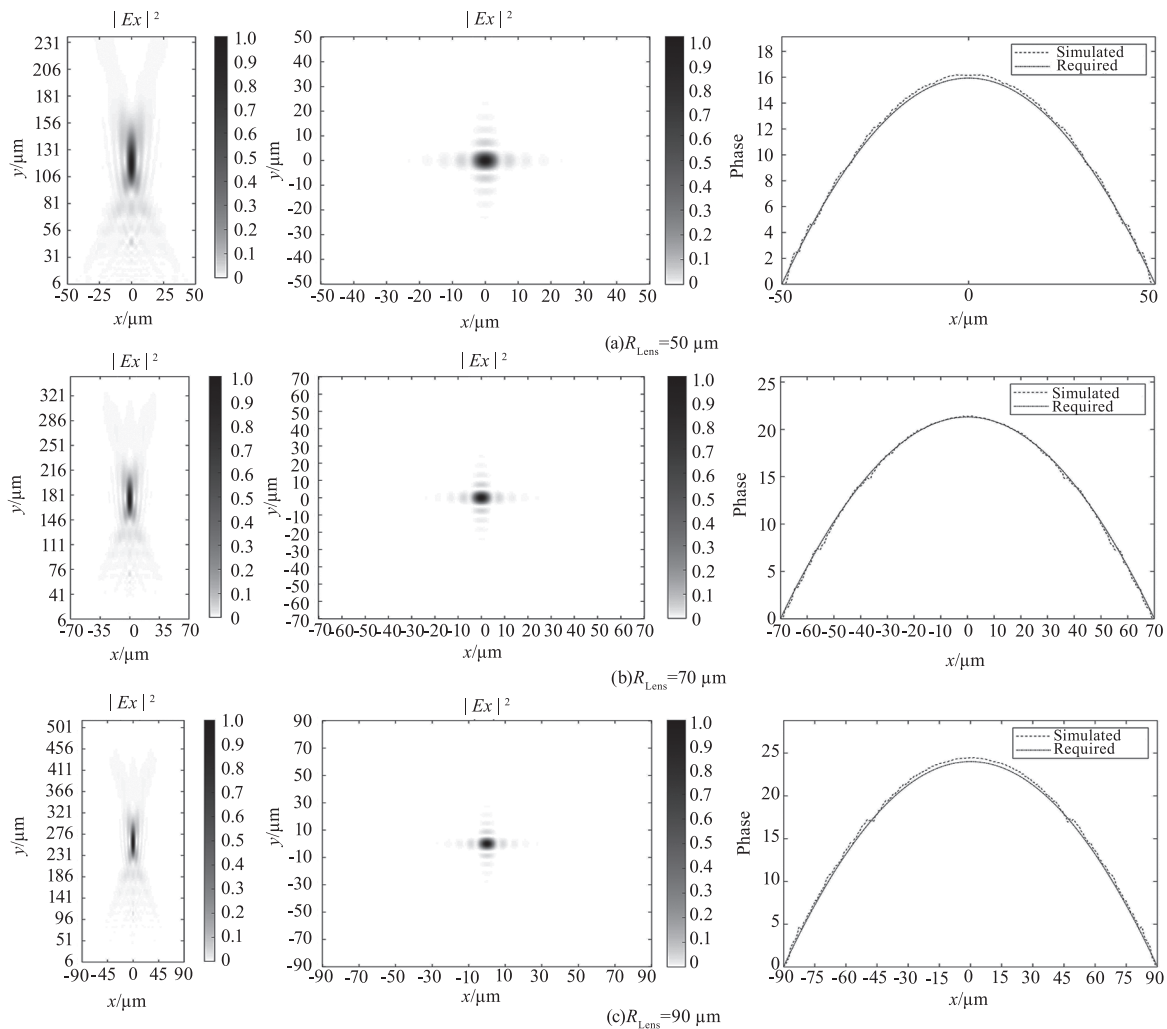


图 7 不同半径超构透镜的传输方向和焦平面光场强度图以及相相对比图

Fig. 7 Plots of transmission direction and focal plane light field intensity and phase contrast for metalens of different radii

从表中的数据可以发现,同一波长入射下,不同半径的超构透镜的焦距误差都较小,最小误差为 0.0013%,同时 NA 和焦距效率都比较接近。随着超构透镜半径的增大,焦距不断增大,FWHM 增加,但 NA 值不断减少,这符合文献中关于超构透镜尺寸与数值孔径相互制约关系^[33]。基于相同的单元结构和参数,若拟设计的超构透镜半径符合 $50 \mu\text{m} < R_{\text{Lens}} < 100 \mu\text{m}$,可以根据表格中数据快速找到最佳焦距,缩小了寻找潜在最佳焦距的优化时间,同时也为后期中红外波段其他波长的超构透镜最优焦距的设计提供思路。硅具有成熟的加工工艺和良好的物理特性,本文基于硅材料的设计与半导体工艺兼容,有望实现大规模生产制造,透射式设计更增加了其实用性。同时微纳加工技术的发展已经使单个超构透镜尺寸可以达到厘米级以上,大面积的超构透镜在中红外波长具有更小的数据集,更容易实现大规模、低成本的批量生产。以热成像系统举例,超构透镜阵列可以替换系统中的传统光学透镜组,与红外焦平面阵列实现一体化封装,使光束通过超构透镜阵列直接聚焦到红外焦平面阵列上,进一步推动中红外成像系统的高效与轻量化。

5 结论

本文设计了以硅柱为超构单元,二氧化硅为衬底的透射式偏振不敏感超构透镜,其工作波长在中红外波段,半径为 $100 \mu\text{m}$,通过仿真计算得到最优焦距为 $302 \mu\text{m}$,聚焦效率 70.72%, $NA = 0.314$,焦距误差仅为 0.0013%。同时设计出多个不同半径的超构透镜,并且通过大量优化过程找出其对应的最佳焦距,该设计方法能够为后期设计大尺寸中红外超构透镜的最优焦距提供技术方案。本文的设计为计算中红外超构透镜的最优焦距提供了一种思路,为发展高效、轻量化中红外成像设备提供潜在技术支持。

参考文献:

- [1] Holloway C L, Kuester E F, Gordon J A, et al. An overview of the theory and applications of metasurfaces: the two-dimensional equivalents of metamaterials [J]. *IEEE Antennas & Propagation Magazine*, 2012, 54(2): 10–35.
- [2] Li T Y, Huang L L, Wang Y T. The principle and research progress of metasurfaces [J]. *Chinese Optics*, 2017, 10(5): 523–540. (in Chinese)
- 李天佑, 黄玲玲, 王涌天. 超颖表面原理与研究进展 [J]. *中国光学*, 2017, 10(5): 523–540.
- [3] Li X Y, Zhou Y, Ge S Y, et al. Experimental demonstration of optical trapping and manipulation with multifunctional metasurface [J]. *Optics Letters*, 2022, 47(4): 977–980.
- [4] Ren H R, Briere G, Fang X Y, et al. Metasurface orbital angular momentum holography [J]. *Nature Communications*, 2019, 10: 8.
- [5] Yang Y M, Wang W Y, Moitra P, et al. Dielectric meta-reflectarray for broadband linear polarization conversion and optical vortex generation [J]. *Nano Letters*, 2014, 14(3): 1394–1399.
- [6] Zhang X D, Kong D P, Liu S J, et al. All-dielectric metasurface with multi-function in the near-infrared band [J]. *Journal of the Optical Society of America a-Optics Image Science and Vision*, 2020, 37(11): 1731–1739.
- [7] Zhang X D, Kong D P, Zhao Y, et al. Generation of scalar/vectorial vortex beams by using the plasmonic metasurfaces [J]. *Applied Optics*, 2022, 61(25): 7336–7342.
- [8] Deng J H, Li G X. Nonlinear photonic metasurfaces [J]. *Acta Physica Sinica*, 2017, 66(14): 17010.
- [9] Li S, Wang G, Li X, et al. All-dielectric metasurface for complete phase and amplitude control based on pancharatnam-berry phase and fabry-perot resonance [J]. *Applied Physics Express*, 2018, 11(10): 105201.
- [10] Zhang L, Chen X Q, Liu S, et al. Space-time-coding digital metasurfaces [J]. *Nature communications*, 2018, 9: 11.
- [11] Khorasaninejad M, Capasso F. Metalenses: versatile multifunctional photonic components [J]. *Science*, 2017, 358(6367): 8.
- [12] Lalanne P, Chavel P. Metalenses at visible wavelengths: past, present, perspectives [J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2017, 11(3): 11.
- [13] Banerji S, Meem M, Majumder A, et al. Imaging with flat optics: metalenses or diffractive lenses? [J]. *Optica*, 2019, 6(6): 805–810.
- [14] Shrestha S, Overvig A C, Lu M, et al. Broadband achromatic dielectric metalenses [J]. *Light-Science & Applications*, 2018, 7: 11.
- [15] Yu N F, Genevet P, Kats M A, et al. Light propagation with phase discontinuities: generalized laws of reflection and refraction [J]. *Science*, 2011, 334(6054): 333–337.
- [16] Jiao Tong, Lin Yu, Wang Chengmiao, et al. Research on superstructured end-face lens of fiber bundle based on to-

- ological optimization [J]. *Laser & Infrared*, 2023, 53 (12): 1897 – 1902. (in Chinese)
焦通, 林雨, 王承邈, 等. 基于拓扑优化的光纤束端面超构透镜研究 [J]. *激光与红外*, 2023, 53 (12): 1897 – 1902.
- [17] Wang Y J, Chen Q M, Yang W H, et al. High-efficiency broadband achromatic metalens for near-IR biological imaging window [J]. *Nature Communications*, 2021, 12 (1): 7.
- [18] Liu F F, Wang D Y, Zhu H, et al. High-efficiency metasurface-based surface-plasmon lenses [J]. *Laser & Photonics Reviews*, 2023, 17 (7): 10.
- [19] Wang S M, Wu P C, Su V C, et al. Broadband achromatic optical metasurface devices [J]. *Nature Communications*, 2017, 8: 9.
- [20] Zou Y, Chakravarty S, Chung C J, et al. Mid-infrared silicon photonic waveguides and devices [Invited] [J]. *Photonics Research*, 2018, 6 (4): 254 – 276.
- [21] Zhu H, Li Q, Tao C, et al. Multispectral camouflage for infrared, visible, lasers and microwave with radiative cooling [J]. *Nature Communications*, 2021, 12 (1): 1805.
- [22] Wang Y, Yang Q, He S, et al. Computing metasurfaces enabled broad-band vectorial differential interference contrast microscopy [J]. *Acs Photonics*, 2022, 10 (7): 2201 – 2207.
- [23] Li C, Jang J, Badloe T, et al. Arbitrarily structured quantum emission with a multifunctional metalens [J]. *eLight*, 2023, 3 (1): 19.
- [24] Chen Y K, Pu S L, Wang C Z, et al. Voltage tunable mid-wave infrared reflective varifocal metalens via an optomechanic cavity [J]. *Optics Letters*, 2021, 46 (8): 1930 – 1933.
- [25] Shang S, Zhenxing Z, Chen Z, et al. All-dielectric full-color printing with TiO_2 metasurfaces [J]. *Acs Nano*, 2017, 11 (5): 4445 – 4452.
- [26] Hu Y, Jiang Y, Zhang Y, et al. Asymptotic dispersion engineering for ultra-broadband meta-optics [J]. *Nature Communications*, 2023, 14 (1): 6649.
- [27] Hu Yueqiang, Li Xin, Wang Xudong, et al. Research progress on micro-nano fabrication technology of optical superstructured surfaces [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2020, 49 (09): 96 – 114. (in Chinese)
胡跃强, 李鑫, 王旭东, 等. 光学超构表面的微纳加工技术研究进展 [J]. *红外与激光工程*, 2020, 49 (9): 20201035.
- [28] Arbabi A, Horie Y, Ball A J, et al. Subwavelength-thick lenses with high numerical apertures and large efficiency based on high-contrast transmitarrays [J]. *Nature communications*, 2015, 6: 6.
- [29] Khorasaninejad M, Zhuit A Y, Roques-Carmes C, et al. Polarization-insensitive metalenses at visible wavelengths [J]. *Nano Letters*, 2016, 16 (11): 7229 – 7234.
- [30] Zhang Fei, Cai Jixiang, Pu Mingbo, et al. Composite phase control in optical superstructured surfaces [J]. *Physics*, 2021, 50 (5): 300 – 307. (in Chinese)
张飞, 蔡吉祥, 蒲明博, 等. 光学超构表面中的复合相位调控 [J]. *物理*, 2021, 50 (5): 300 – 307.
- [31] Finite-difference time-domain methods [J]. *Nature Reviews Methods Primers*, 2023, 3 (1): 133 – 146.
- [32] Dong Jianwen, Fan Zhibin, Chen Xiaodong, et al. Simulation of focused light field of superlens based on FDTD [J]. *Physics and Engineering*, 2022, 32 (6): 127 – 131. (in Chinese)
董建文, 范智斌, 陈晓东, 等. 基于 FDTD 的超透镜聚焦光场仿真 [J]. *物理与工程*, 2022, 32 (6): 127 – 131.
- [33] Xiao X j, Zhu S n, Li T. Performance analysis of the multiwavelength achromatic metalens [J]. *Chinese Optics*, 2021, 14 (4): 823 – 830.