

文章编号:1001-5078(2024)12-1807-08

· 综述与评论 ·

InSb 晶体生长模拟仿真技术现状及展望

杨文博, 赵超, 董涛, 折伟林, 邢伟荣
(中国电子科技集团公司第十一研究所, 北京 100015)

摘要: 计算机模拟仿真技术是提升直拉法生长的大直径 InSb 单晶质量、降低晶体制备成本的有效工具。现在市面上投入使用的模拟仿真软件种类众多, 而用于 InSb 晶体生长的模拟案例很少。通过对已有使用案例的分析可以获知各型软件的特点, 分析对比各自的优缺点和适用的生长方法, 结合 InSb 晶体生长特性来选择最适合用于 InSb 直拉法生长的模拟软件。

关键词: InSb; 晶体生长; 模拟; 直拉法

中图分类号: TN213; TP391 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1001-5078.2024.12.001

Current situation and prospect of InSb crystal growth simulation technology

YANG Wen-bo, ZHAO Chao, Dong Tao, SHE Wei-lin, XING Wei-rong
(11th Research Institute of CETC, Beijing 100015, China)

Abstract: Computer simulation technology is an effective tool to improve the quality of large-diameter InSb single crystals grown by Czochralski method and reduce crystal preparation costs. There are many types of simulation software currently available on the market, but there are very few simulation cases used for InSb crystal growth. By analyzing the existing cases, the characteristics of each type of software can be obtained, and their advantages and disadvantages as well as applicable growth methods can be compared. Based on the growth characteristics of InSb crystals, the most suitable simulation software for the InSb Czochralski growth can be selected.

Keywords: InSb; crystal growth; simulation; CZ technique

1 引言

碲化铟(InSb)是具有闪锌矿结构的化合物半导体,其所具有的较窄的禁带宽度意味着低能量光子(即红外光)就能将价带的电子激发到导带,产生空穴-电子对。InSb最基本的用途就是制作3~5 μm中红外波段的探测器,广泛应用于红外探测相关的军用、民用系统中^[1-7]。大规模集成式红外探测和成像器件对InSb材料的性能要求持续提升,InSb晶体材料向着更大尺寸、更好的电学性能发展。现阶段国内现已具备2~4 in InSb晶片的量产能力,并已研制出5 in InSb晶片材料;国外生产企业已经具备了2~5 in InSb晶片性能稳定的量产能力,并具备150 mm晶片的生产能力^[7]。

制备高质量的InSb晶片首先需要控制出合格的InSb单晶,InSb单晶控制基本流程如图1所示。商用InSb单晶生长通常使用直拉法(Czochralski法,简称CZ法),如图2所示。CZ法在生长过程中提拉和旋转会造成复杂的熔体流动问题,同时不断释放结晶潜热以及熔体液面不断下降,使得传热问题变得复杂,并且随着InSb晶体材料直径的不断增大,晶体外形和固液界面的控制更加困难。这些问题限制了大尺寸、高质量InSb单晶体的生长。



图1 碲化铟制备过程简图

Fig. 1 Summary of indium antimonide preparation process

收稿日期:2024-05-09

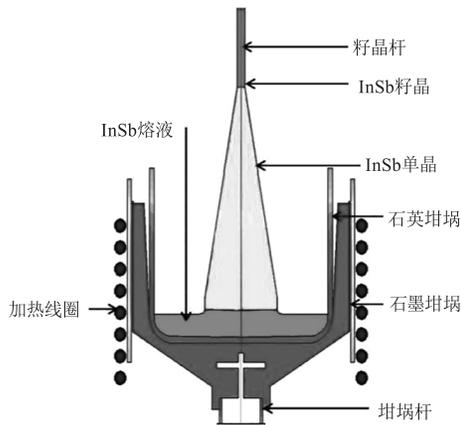


图2 碲化铟 CZ 法生长方法示意图

Fig. 2 Diagram of indium antimonide CZ growth method

为了更好地求得熔体和晶体中的温度分布,可以利用计算机模拟仿真技术模拟炉内的热场分布,有效地降低实验成本、提高效率,并为单晶生长机理研究和热场结构优化提供依据和指导,这也是国内外数字工业技术发展的趋势。现阶段,市面上的计算机模拟仿真软件种类众多,所适用的生长方法和模拟侧重点也各不相同,不同软件模拟所得的结果也不完全一致^[8]。本文通过对已有使用案例的分析获知各型软件的优缺点,同时对 InSb 晶体生长模拟仿真的案例进行分析,最后结合 InSb 晶体生长特性展望未来 InSb 晶体生长模拟仿真的发展方向。

2 InSb 晶体生长模拟特点

InSb 与硅一样均使用直拉法进行生长,但是因为 InSb 本身性质特殊,导致其存在以下与单晶硅生长不同的特点:(1) InSb 性质活泼,对生长气氛中的氧含量十分敏感,因此 CZ 法生长 InSb 的过程中使用持续流动的高纯氢气作为保护气氛,这也使得在模拟过程中生长体系的散热过程复杂;(2) 相比于硅晶体,InSb 熔点低,生长体系中热辐射占比低,热对流和热传导占主要作用,模拟过程中热场环境更加复杂;(3) 剧烈的温度变化会导致晶体外形的急剧变化从而产生多晶,因此在放肩段需要较小的放肩角,导致整个晶体的等径段占总长度的比值低,放肩段持续的温度变化给模拟造成一定的可能;(4) InSb 固液密度比小于 1,生长凝固过程中总体积增大,因此在模拟过程中需要考虑晶体生长与熔液界面下降之间的关系;(5) 加热方式现阶段国内主要选用电磁感应加热,响应速度快、控制精确灵敏,但是在模拟过程中需要考虑磁场对各部分的热效应作用^[9]。

在模拟 CZ 法生长 InSb 晶体的过程中,需要达成的目标有:(1)通过模拟,设计晶体生长所需的坩埚及加热器的尺寸;(2)对晶体生长的工艺参数进行设计,调整不同阶段温度和拉速、转速,观察参数调整对晶体生长固液界面形貌的调节作用并得到最优结果;(3)模拟生长时氢气的流动,通过控制气体流量控制晶体的散热;(4)调整材料性能参数,通过多点测温的方式使其与实际晶体生长情况相匹配。

3 直拉法模拟软件的简介及研究应用

3.1 Ansys

Ansys 软件是美国 Ansys 公司研制的大型通用有限元分析(FEA)软件,是世界范围内增长最快的计算机辅助工程软件,能与多数计算机辅助设计(CAD)软件实现数据的共享和交换。该软件功能强大,可拓展性强,集结构、流体、电场、磁场、声场分析于一体^[10]。

Ansys 已广泛应用于垂直梯度凝固法 InP 生长和物理气相传输法生长 SiC 等多种不同方法的晶体生长过程中,模拟时需要建立电场、磁场、温场等多个物理场,并对各个物理场之间进行单向或者双向耦合。多物理场耦合可以最大限度的贴近实际生长的情况,减少模拟与实验之间的误差,精确度高^[9,11]。

Ansys 软件功能强大,可编组模块适用各类晶体生长方法;能够在组件和系统的整体框架上复现实际中的物理系统,得到应力、温度等其他参考值,模拟结果好。但 Ansys 软件模型自由度高、开放性大,建模时需要构建多个物理场,电磁感应加热需要将磁场与电场相互耦合,过程繁琐且复杂,会使得计算时间过长。同时也缺少适配于 CZ 法的专用模块,构建物理场过程操作复杂,网格划分可能出现不匹配的问题。

3.2 CGSim

CGSim 是由俄罗斯 STR 集团开发的晶体生长模拟软件,可以模拟多种方法的晶体生长过程。它能够对晶体生长过程中的温场和流场分布、晶体热应力以及固液界面等进行分析,从而优化晶体生长过程,提高晶体的提拉效率、降低能耗和结构缺陷,缩短晶体的退火工艺,延长炉体部件使用寿命等目的^[12]。CGSim 软件中包含二维模块、缺陷模块、动态直拉模块和三维流体模块等基本工具,可以用

View 2D 和 CGSim Viewer 软件可视化观察模拟过程结果。CGSim 拥有广泛的用户群体,已有案例在生

产中成功地优化了晶体生长的条件,解决了生产中出现的问

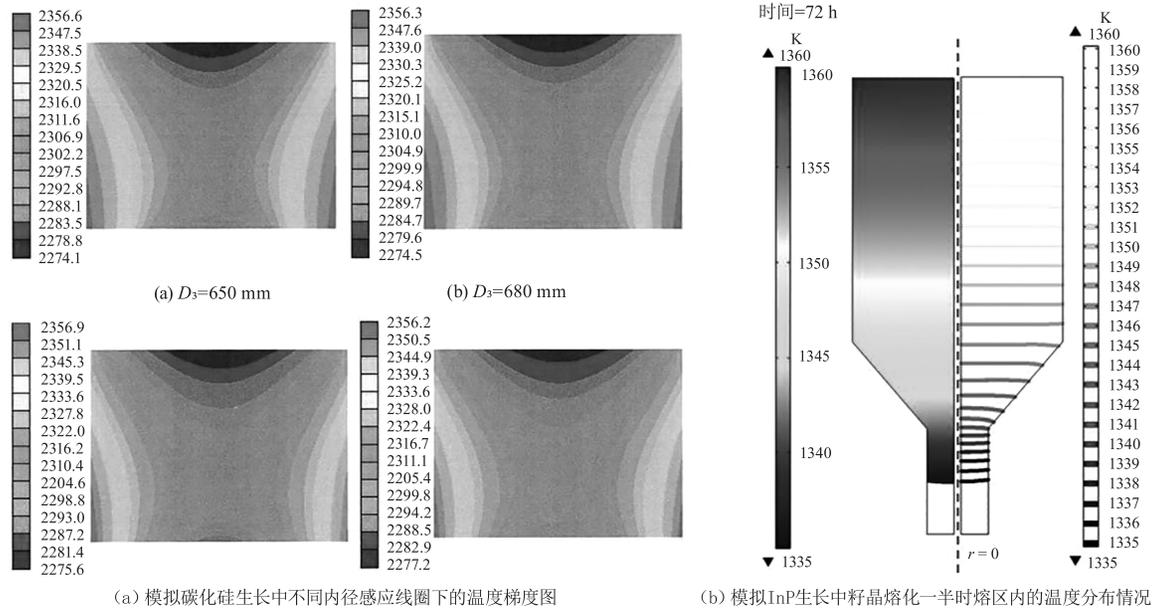
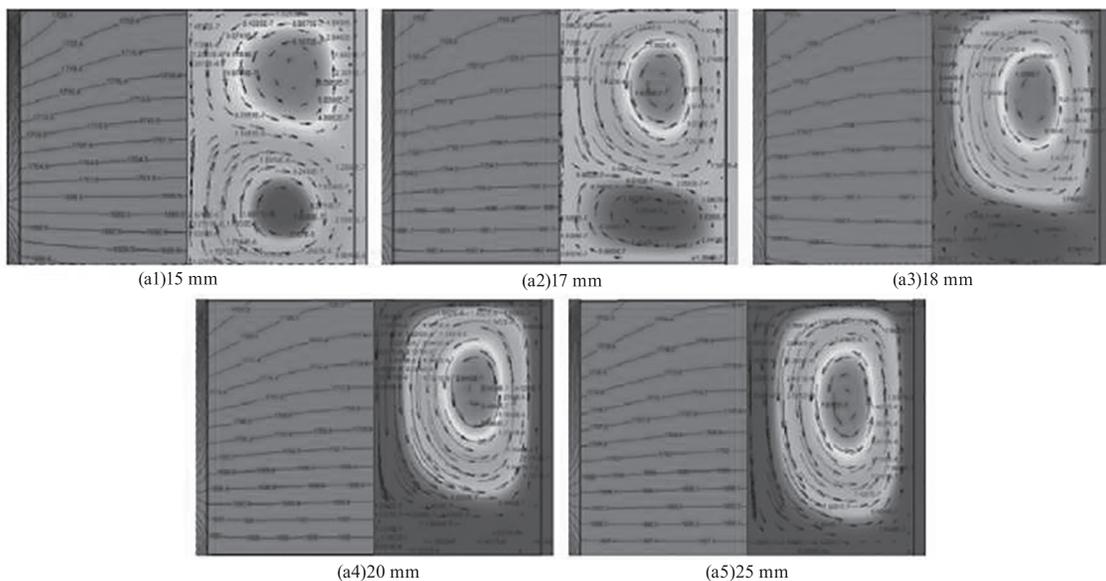


图3 使用 Ansys 模拟应用实例

Fig. 3 Examples of simulation applications using Ansys

目前,CGSim 软件已经广泛应用于定向凝固法制备多晶硅、CZ 法生长单晶硅等多种晶体生长方法及多种晶体的生长过程,可以对生长过程中热场、流场、固液界面等变化的影响进行分析,并提出如热辐射反射环和晶体温度监测点位置等一系列的改进措施,实现对晶体直径和温度的同时控制^[13-16]。赵超等人^[17]在研究中使用 CGSim 软件对 InSb 晶体等径段生长过程中晶体拉速、转速

和坩埚转速对固液界面形状的影响进行了模拟分析以及实际的晶体生长实验,并从随后的 InSb 晶体生长实验结果中可以得知:随着晶体转速的增大,固液界面趋于平坦;随着坩埚转速的增大,固液界面形状凸向熔体;晶体提拉速度的增大,会使单位时间内晶体结晶释放的潜热增加,并最终将 M 形固液界面调平。该研究为后续获得位错密度更低、杂质分布更均匀的 InSb 材料打下了基础。



(a) 模拟多晶硅生长中不同厚度的石墨坩埚熔区内等温线分布和流函数分布图

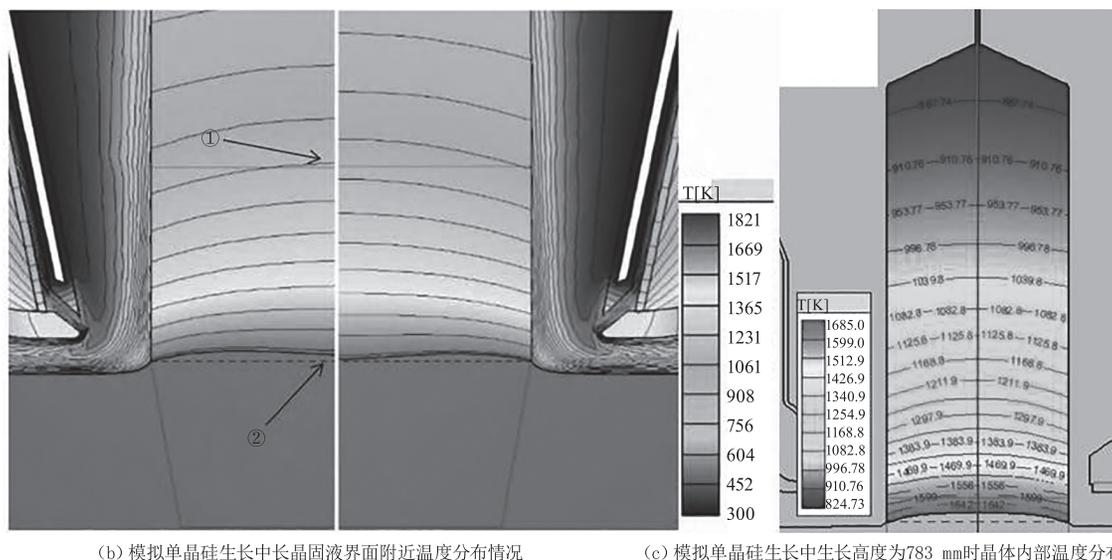
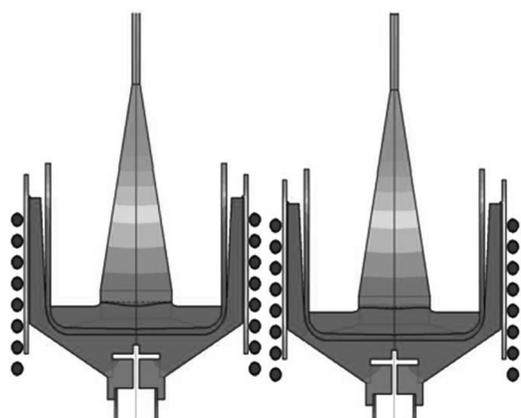


图4 使用CGSim模拟应用实例

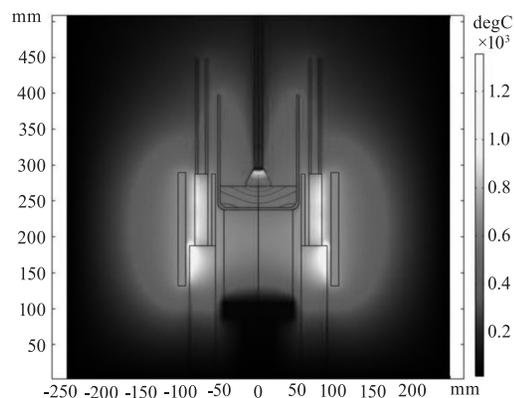
Fig. 4 Examples of simulation applications using CGSim^[15]图5 模拟InSb生长模拟中不同拉速下的固液界面状态^[17]Fig. 5 Simulation of solid-liquid interface at different pulling speeds in InSb growth simulation^[17]

CGSim 软件有适用于 CZ 法的生长模块,可对整个提拉过程进行模拟,可以模拟晶体生长过程中的熔体、气体流动问题,并对缺陷分布进行预测^[18-19]。在加热器的选择上可以自由选择电感加热或电阻加热方式。但当长径比低时,模拟计算难以进行引晶、放肩阶段的热场模拟,这一点不利于大尺寸单晶(直径大于 300 mm)的生长模拟过程^[12]。

3.3 COMSOL

COMSOL 软件提供了完全耦合的多物理场和单物理场建模功能、仿真数据管理以及用户友好的工具用于构建仿真 App。它具有强大的求解器,可以帮助用户模拟和优化各种系统和设备,从而提高产品质量和效率。此外,COMSOL 还提供了丰富的附加模块,涵盖了电磁、结构力学、声学、流体流动、传

热和化工等领域的专业分析功能。

图6 使用COMSOL模拟InSb单晶生长中温度分布仿真图^[18]Fig. 6 Simulation of temperature distribution in InSb single crystal growth using COMSOL^[18]

马林^[18]在研究中利用仿真软件 COMSOL 对 InSb 晶体生长进行了热场模拟及优化,分别模拟了氧化锆保温材料、石英保温材料对温度分布的影响和坩埚位置对温度分布的影响,同时利用热电偶对熔体和晶体周围的温度分布进行了测量。模拟仿真和实际测量炉内温度分布结果都表明,氧化锆保温材料的轴向温度梯度较石英保温材料小,分别为 6 °C/cm 和 13 °C/cm。并且随着坩埚与加热器距离的增大,熔体和晶体的温度逐渐降低、温度梯度逐渐增大。上述案例中模拟软件在 InSb 晶体生长中的成功应用对生长研究具有参考意义,为后续生长低缺陷、成分均匀的 InSb 材料打下基础。

3.4 FEMAG

FEMAG 是由比利时 Femag Soft 公司开发的有

限元多功能模拟软件,其拥有多个软件模块可匹配不同的生长方法,适用于直拉法、区熔法、定向凝固法等。

软件系列中有适用于直拉法的模块 FEMAG-CZ 可对整个 CZ 法晶体生长过程各个阶段所涉及的物理问题进行模拟分析。FEMAG 对晶体生长过程中的传热和传质过程进行全局性数值模拟,计算模型耦合了单晶生长炉内所有结构单元及其相应的传热方式,因此可以模拟晶体稳态及准稳态生长过程中的熔体流动和气体流动问题,精确预测整个生长炉内的温度分布、固液界面的形状、辐射传热计算和加热器功率,并能对晶体生长过程的各种杂质及掺杂元素、晶体生长过程的热应力、晶体生长点缺陷等进

行计算与分析^[20]。

已有的研究案例中,使用 FEMAG-CZ 软件动态仿真模拟单晶硅的生长研究,可以调节各项工艺参数对大尺寸直拉单晶硅生长的影响,并对直拉单晶硅原生点缺陷进行模拟仿真研究,并与实际生产工艺过程相结合^[21]。

FEMAG-CZ 软件是适合于 CZ 法的模拟软件,它在模拟过程中可以综合考虑并分析影响传热的各个因素,提供复杂几何形状对于时间演变的预测,准确预测固液界面形状、绘制温度梯度,并对热应力和点缺陷进行预测。对于生长大尺寸的单晶,如直径 300 mm 的硅棒,软件易出现收敛时间长、报错或不收敛等问题^[22-23]。

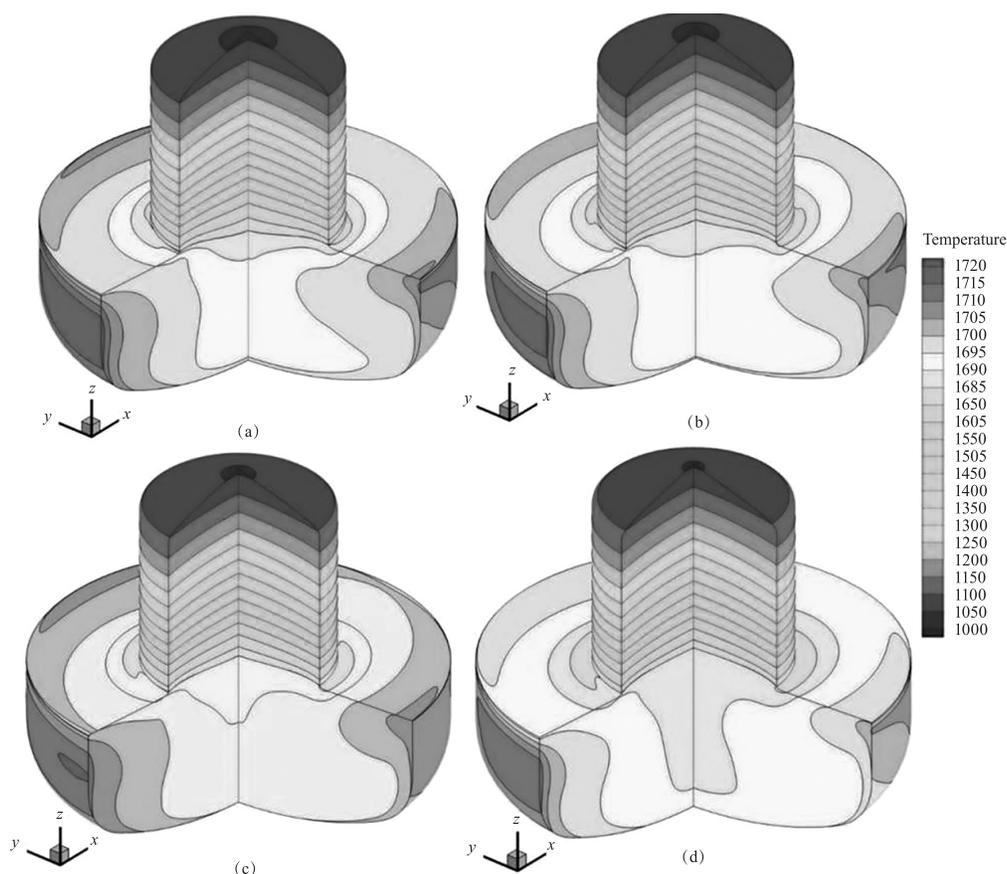


图7 使用 FEMAG 模拟单晶硅生长中不同拉速时晶体与熔体的温度场分布

Fig. 7 Simulation of single crystal silicon growth at different speed in crystal and melt temperature distribution using COMSOL

3.5 Fidap

Fidap 软件是基于有限元方法和完全结构化网格的通用计算流体动力学软件,由美国 Fluent 公司研发。软件中包含了丰富的物理模型和高效的求解方法,适合解决不同状态流体的复杂流动问题,是一种能够计算流体力学与数值传热学的软件,具有从

前后处理器到分析的整套完整系统。Fidap 具有强大的流固耦合功能,可以分析由流动引起的结构响应问题,提供完整流固耦合功能。除此之外,Fidap 软件可以用于模拟各种加热过程,还适合模拟动边界、自由表面、相变、电磁效应等复杂流动问题^[8],应用领域广泛。

Fidap 软件常用于垂直布里奇曼法、区熔法等多种晶体生长方法,对于气体和熔体的流动以及传热有较好的模拟效果,适用于稳态的模拟过程,可以用于某一时刻固液界面和温度梯度的模拟^[24]。但缺少专用于 CZ 法的模块,不能很好的展现出直拉法中已凝固晶体旋转提拉对熔体的影响,随着晶体直径的增大,晶体的旋转提拉对熔体的影响更大时,模拟结果与实际情况会有一些出入。

3.6 ProCAST

ProCAST 是由美国 UES 公司开发的铸造过程模拟软件,采用基于有限元的数值计算和综合求解的方法,能够进行流场、温场、应力场三场耦合模拟。ProCAST 提供了许多模块和工程工具以满足铸造工业的各种需求,能够考虑气体、过滤、高压、旋转等对

铸件充型的影响,预测严重畸变和残余应力,可以获得铸造过程的各种现象、铸造缺陷形成及分布、铸件最终质量的模拟和预测^[8,25]。

ProCAST 更多情况下是用于铸造过程中的工艺模拟,由于其可以模拟铸造中的旋转等的操作,使其同样可以用于 CZ 法生长模拟。使用 ProCAST 软件模拟 CZ 法的过程中,对于晶体内部的凝固过程和残余应力的分布有较好的模拟效果,但缺少模拟 CZ 法相关的模块,且不能很好的反映提拉产生的影响,造成热场和温度梯度的模拟与实际相差较大,也不能很好的反应固液界面的情况和微观缺陷。

3.7 各模拟软件的对比

将上述模拟软件的各项性能作对比,对比结果如表 1 所示。

表 1 模拟软件性能对比

Tab. 1 Comparison of simulation software performance

软件名称	Ansys	CGSim	COMSOL	FEMAG	Fidap	ProCAST
开发商	美国 Ansys 公司	俄罗斯 STR 公司	瑞典 COMSOL 公司	比利时 Femag Soft 公司	美国 Fluent 公司	美国 UES 公司
电感加热应用	电磁场与温度场耦合	设有独立选项可选择电感加热或电阻加热	提供了附加模块,电磁领域的专业分析功能	辐射传热计算、加热器功率预测	可以用于模拟各种加热过程	拥有电磁感应分析模块
固液界面的状态	提供了基本的可视化工具	能够对晶体生长过程的固液界面进行分析	使用基于场的方法将自由液面表征为水平集或相场函数的等值面	可以模拟晶体生长过程中的流体流动问题	可以得到生长中固液界面演变过程	可以对充型、凝固、冷却过程提供模拟
常用生长方法	可编组模块适用各类方法	直拉法、垂直布里奇曼法、定向凝固法等	直拉法、气相沉积法等	直拉法、区熔法、定向凝固法等	垂直布里奇曼法、区熔法等	低压铸造、压力铸造、离心铸造等
优势	能够在组件和系统的整体框架上完美地复现实际中的物理系统,得到应力、温度等其他参考值,功能强大	针对包括热传输、热对流、固液界面形状、热应力、位错、晶体缺陷等在内的晶体生长问题进行数值分析	优异的多物理场耦合和网格划分功能,具有强大的求解器,可加入任意偏微方程,扩展性较强,与 Matlab 有接口,	可对整个提拉过程进行模拟;稳态模拟、时变模拟,气体流动计算;2D 熔体流动和气体流动;点缺陷的动态分布	强大的固液耦合功能;适合模拟动边界等复杂流动问题;应用领域广泛	拥有庞大的材料数据库,操作简便、工艺简单,能够满足工艺生长需求,可反向求解
缺点	模型自由度高、成本高、学习困难、资源有限,存在与网格划分相关的一些挑战,可能会遇到与旧系统或遗留数据的兼容性问题	当长径比低、直径大于 400 mm 时,模拟计算较为困难,即难以进行引晶、放肩阶段的热场模拟,不利于大尺寸单晶的生长模拟过程	在模型较大时计算速度相对较慢,部分情况下会出现内存溢出等错误;需要一定的数学和工程基础	对于生长大尺寸的单晶,如直径 300 mm 的硅棒,软件易出现收敛时间长、报错或不收敛等问题	适用场景宽泛,缺少针对性的生长方法模块	主要用于模拟铸造法生长,可扩展性较差,出错率较高,没有用于直拉法的模块
InSb 生长适用	缺少直接用于感应加热的模块	拥有独立的感应加热和旋转提拉模块,二维建模简便	适用于温度梯度模拟,不能模拟动边界状态	拥有独立的感应加热和旋转提拉模块,二维建模简便	缺少直接用于直拉法的模块	缺少直接用于直拉法的模块

4 总结与展望

本文结合 InSb 生长过程的特点对常见的晶体生长模拟软件进行了总结和分析,对比了不同软件之间的优缺点以及 InSb 单晶生长适用情况,为后续 InSb 单晶生长的计算机模拟仿真工作打下良好的基础。未来可用于晶体生长热应力以及固液界面形状分析,通过调整生长参数来减少缺陷的产生并抑制分凝效应造成的成分分布不均匀,得到性能更加优异的大尺寸 InSb 单晶。

但是因为 InSb 单晶生长传热机制的主体为热对流传热,受限于二维模拟过程中的局限性,并不能表现完整准确的传热过程,因此未来将尝试更适用于热对流的三维模拟软件,实现对热场环境更精准的模拟,缩小计算机模拟与实际生长之间的差距。

参考文献:

- [1] Bo Wei, Zhao Chao, Liu Ming. Development and application of indium antimonide crystal materials[J]. Journal of Intraocular Lenses, 2019, 49(12): 2230 - 2243. (in Chinese)
柏伟, 赵超, 刘铭. 碲化铟晶体材料的发展及应用[J]. 人工晶体学报, 2020, 49(12): 2230 - 2243.
- [2] Bai Wei. Development status of indium antimonide infrared focal plane detector[J]. Infrared, 2019, 40(8): 1 - 14. (in Chinese)
柏伟. 碲化铟红外焦平面探测器发展现状[J]. 红外, 2019, 40(8): 1 - 14.
- [3] Bo Wei, Pang Xinyi, ZHAO Chao. Study on the growth of 4-inch high quality InSb crystals[J]. Infrared, 2018, 39(9): 8 - 13. (in Chinese)
柏伟, 庞新义, 赵超. 4 英寸高质量 InSb 晶体生长研究[J]. 红外, 2018, 39(9): 8 - 13.
- [4] Zhao Jianzhong. Development status and trend of InSb focal plane detector[J]. Infrared Technology, 2016, 38(11): 905 - 913. (in Chinese)
赵建忠. InSb 焦平面探测器的发展现状与趋势[J]. 红外技术, 2016, 38(11): 905 - 913.
- [5] Dong Tao, ZHAO Chao, BO Wei, et al. Study on electrical uniformity of indium antimonide wafer[J]. Infrared, 2020, 41(11): 17 - 21. (in Chinese)
董涛, 赵超, 柏伟, 等. 碲化铟晶片的电学均匀性研究[J]. 红外, 2020, 41(11): 17 - 21.
- [6] Dong Tao, ZHANG Mengchuan, CHENG Bo, et al. Study on surface impurities of indium antimonide single crystal prepared by Zhilar method[J]. Infrared, 2019, 40(10): 8 - 13. (in Chinese)
董涛, 张孟川, 程波, 等. 直拉法制备碲化铟单晶的表面杂质研究[J]. 红外, 2019, 40(10): 8 - 13.
- [7] Zhe Weilin, ZHAO Chao, Dong Tao, et al. Research progress of indium antimonide single crystal materials[J]. Laser & Infrared, 2019, 54, (2): 235 - 241. (in Chinese)
折伟林, 赵超, 董涛, 等. 碲化铟单晶材料研究进展[J]. 激光与红外, 2024, 54, (2): 235 - 241.
- [8] JIANG Fan, WANG Chun, QU Jiajie, et al. Application of CFD in Material processing[J]. Modern Manufacturing Engineering, 2007, (1): 138 - 142. (in Chinese)
江帆, 王春, 区嘉洁, 等. CFD 在材料加工中的应用[J]. 现代制造工程, 2007, (1): 138 - 142.
- [9] Liu H. Modeling and analysis of electromagnetic and electrical coupling simulation for induction heating of SIC single crystal growth based on PVT method[D]. Ji'nan: Shandong University, 2021. (in Chinese)
刘昊. 基于 PVT 法的 SIC 单晶体生长感应加热电磁、电耦合仿真建模与分析[D]. 济南: 山东大学, 2021.
- [10] Wu Hailong, Cen Chuanfu, Cao Yu, et al. Application of ANSYS software in continuous casting process[J]. Continuous Casting, 2022, (1): 1 - 8. (in Chinese)
吴海龙, 岑传富, 曹宇, 等. ANSYS 软件在连铸过程中的应用[J]. 连铸, 2022, (1): 1 - 8.
- [11] Li Xiang. Study on convection and heat transfer during InP crystal growth by vertical temperature gradient method[D]. Tianjin: Tianjin Polytechnic University 2021. (in Chinese)
李响. 垂直温度梯度法 InP 晶体生长过程中对流和传热研究[D]. 天津: 天津工业大学 2021.
- [12] Fu Hap. Study on growth stability of large size Germanium zinc phosphide single crystal based on numerical simulation[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2019. (in Chinese)
付昊. 基于数值模拟大尺寸磷化镉锌单晶生长稳定性研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.
- [13] Han Bo, Lee Jin, An Baijun. Numerical simulation of effect of graphite crucible thickness on preparation of solar grade polysilicon by induction heating[J]. Journal of Intraocular Lenses, 20, 49(10): 1904 - 1910. (in Chinese)
韩博, 李进, 安百俊. 石墨坩埚厚度对感应加热制备太阳能级多晶硅影响的数值模拟研究[J]. 人工晶体学报, 2020, 49(10): 1904 - 1910.
- [14] Wang Liwei. Simulation study on growth optimization of

- Czochralski monocrystalline silicon by thermal radiation reflector ring [J]. *Science and Technology Innovation*, 2022, (10):49-52. (in Chinese)
- 王利伟. 关于热辐射反射环优化直拉单晶硅生长的模拟研究[J]. *科学技术创新*, 2022, (10):49-52.
- [15] Wan Yin. Tracking control of temperature and diameter of silicon single crystal by CZ method based on finite element model[D]. Xi'an:Xi'an University of Technology, 2019. (in Chinese)
- 万银. 基于有限元模型的CZ法硅单晶温度与直径跟踪控制[D]. 西安:西安理工大学, 2019.
- [16] Ding C, Huang M, Zhong G, et al. A design of crucible susceptor for the seeds preservation during a seeded directional solidification process[J]. *Journal of Crystal Growth*, 2014, 387:73-80.
- [17] Zhao Chao, XU Bing, DONG Tao, et al. Study on solid-liquid interface control technology for InSb crystal growth [J]. *Infrared*, 2020, 41(4):8-13. (in Chinese)
- 赵超, 徐兵, 董涛, 等. InSb晶体生长固液界面控制技术[J]. *红外*, 2020, 41(4):8-13.
- [18] Ma Lin. Study on preparation and properties of InSb crystals by Zhilar method [D]. Tianjing:Hebei University of Technology, 2021. (in Chinese)
- 马林. InSb晶体的直拉法制备及其特性研究[D]. 天津:河北工业大学, 2021.
- [19] Chen J C, Teng Y Y, Wun W T, et al. Numerical simulation of oxygen transport during the CZ silicon crystal growth process[J]. *Journal of Crystal Growth*, 2011, 318(1):318-323.
- [20] Teng Y Y, Chen J C, Lu C W, et al. Numerical simulation of the effect of heater position on the oxygen concentration in the CZ silicon crystal growth process[J]. *International Journal of Photoenergy*, 2012:463-484.
- [21] Nian Fuxue. Numerical simulation of growth process of monocrystalline silicon by Czochralski method [D]. Shanghai:Shanghai University, 2017. (in Chinese)
- 年夫雪. 单晶硅直拉法生长工艺的数值模拟[D]. 上海:上海大学, 2017.
- [22] Lee S H, Mun Y H, Kim H. Oxygen content increasing mechanism in Czochralski (CZ) silicon crystals doped with heavy antimony under a double-type heat shield[J]. *Journal of Crystal Growth*, 2011, 325(1):27-31.
- [23] Takano K, Shirashi Y, Matsubara J, et al. Global simulation of the CZ silicon crystal growth up to 400 mm in diameter[J]. *Journal of Crystal Growth*, 2001, 229(1-4):26-30.
- [24] Ma Yanbing, LIU Tao, Zou Pengcheng, et al. Numerical simulation of growth of cadmium zinc telluride crystal by vertical Bridgman method[J]. *Infrared Technology*, 2009, 31(4):240-245. (in Chinese)
- 马雁冰, 刘滔, 邹鹏程, 等. 垂直 Bridgman 法生长碲镉锌晶体的数值模拟分析[J]. *红外技术*, 2009, 31(4):240-245.
- [25] Hu Hongjun. Characteristics of ProCAST software and its application in casting forming process[J]. *Hot Working Technology*, 2005, (1):70-71. (in Chinese)
- 胡红军. ProCAST软件的特点及其在铸件成形过程中的应用[J]. *热加工工艺*, 2005, (1):70-71.