

文章编号:1001-5078(2007)06-0534-03

高阶贝塞尔-高斯光束通过圆环形硬边光阑的传输特性

李汝烯¹, 李汝恒¹, 赵承良², 陆璇辉²

(1. 大理学院物理与电子信息学院, 云南 大理 671003; 2. 浙江大学光学研究所, 浙江 杭州 310028)

摘 要:文中通过把环形光阑函数展开为复高斯函数的方法, 推导出了高阶贝塞尔-高斯光束通过环形光阑的传输近似解析公式, 并对高阶贝塞尔-高斯光束通过圆环形硬边光阑的传输特性进行了研究, 分析了不同内外半径下的光阑对输出光束的影响。分析结果表明, 衍射特性与光阑宽度、光阑内径等因素有关, 当光阑内径和光阑宽度取值适中时, 会出现衍射光强相等的两个峰。

关键词:高阶贝塞尔-高斯光束; 环形光阑; 传输特性

中图分类号: O436

文献标识码: A

Propagation Properties of the High-order Bessel-Gaussian Beam through an Annular Aperture

LI Ru-xi¹, LI Ru-heng¹, ZHAO Cheng-liang², LU Xuan-hui²

(1. College of Physics and Electronic Information, Dali University, Dali 671003;

2. Research Institute of Optics, Zhejiang University, Hangzhou 310028, China)

Abstract: The propagation approximation analytic expression and the propagation properties of the high-order Bessel-Gaussian beam through the annular aperture has been studied by using the method of compound Gaussian function. The effect of the output beam caused by different inner and outer radius of the annular aperture also has been analyzed. The results show that, the diffractive properties relative with the width and inner radius of the diaphragm. The same intensity peaks will appear under proper value of the inner radius and width of the annular aperture.

Key words: high-order Bessel-Gaussian beam; annular aperture; propagation properties

1 引言

近年来, 由于空心光束在激光导管、光镊和原子操控等方面有着越来越多的应用而引起了人们广泛的关注。在实验上, 从20世纪90年代开始, 有很多方法如横模选择法^[1]、光学全息法^[2]、空心光纤法^[3]等各种方法用来产生各种不同的空心光束, 并得到了一些很好的实验结果。在理论上, 人们也提出了很多模型来描述空心光束, 最典型的的就是 TEM_{01}^* 光束, 另外一种很好的用来描述空心光束的理论模型就是高阶贝塞尔-高斯光束^[4]。这种光束无论在实验上还是理论上都已证明是一种非常理想和方便的用来描述空心光束的模型, 可以很好地用于冷原子的引导、捕获等实验研究。

而在实际的光学系统中, 光束的传输总要受到光阑的限制, 因此对光阑限制下光束的传输特性的研究是非常有意义的。高斯光束、厄米-高斯光束、贝塞尔-高斯光束、拉盖尔-高斯光束等通过有硬边光阑限制的传输特性已作过研究^[5-7]。本文对空心的高阶贝塞尔-高斯光束通过环形光阑的传输特性进行分析。通过把环形光阑函数展开为复高斯函数的方法, 推导出了高阶贝塞尔-高斯光束通过环形光阑的传输近似解析公式。用计算机数值计算对高阶贝塞尔-高斯光束通过环形光阑的衍射特性进

作者简介: 李汝烯(1963-), 男, 副教授, 主要从事激光光束变换方面的研究。E-mail: ynruxi@21cn.com

收稿日期: 2006-12-28

行研究。分析结果表明,衍射特性与光阑宽度、光阑内径等因素有关,当光阑内径和光阑宽度取值适中时,会出现衍射光强相等的两个峰。

2 高阶贝塞尔-高斯光束通过硬边圆环形光阑近轴 ABCD 系统的光场分布

在柱坐标下, $z=0$ 入射面处的高阶贝塞尔-高斯光束的场分布^[4]为:

$$E_1(r_1, \theta_1, z=0) = E_0 J_n(\alpha r) \exp\left(-\frac{r_1^2}{w_0^2}\right) e^{-in\theta_1} \quad (1)$$

式中, n 是贝塞尔函数的阶数; E_0 是一个常数; w_0 是高斯光束的束腰; $e^{-in\theta_1}$ 是光束的相位项; α 是参数。

在近轴条件下,高阶贝塞尔-高斯光束通过无光阑近轴光学系统后出射场的分布可由柱坐标下的 Collins 积分得到:

$$E(r, \theta, z) = -\frac{iE_0}{\lambda B} e^{ikz} \int_0^\infty r_1 dr_1 \int_0^{2\pi} d\theta_1 E_1(r_1, \theta_1, z=0) \times \exp\left\{\frac{ik}{2B} [Ar_1^2 - 2rr_1 \cos(\theta - \theta_1) + Dr^2]\right\} \quad (2)$$

式中, k 是波数; λ 是波长; A, B, C 和 D 是近轴光学系统的变换矩阵元。

把式(1)代入式(2),并应用积分公式可得:

$$e^{in(\frac{\pi}{2}-\theta)} J_n\left(k \frac{r_1 r}{L}\right) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left[ik\left(\frac{r_1 r}{L}\right) \cos(\theta_1 - \theta) - in\theta_1\right] d\theta_1 \quad (3)$$

式(2)变为:

$$E(r, \theta, z) = -\frac{iE_0}{\lambda B} e^{ikz} \int_0^\infty r_1 dr_1 J_n(\alpha r_1) J_n\left(k \frac{rr_1}{B}\right) \cdot \exp\left\{\frac{ik}{2B} [Ar_1^2 + Dr^2]\right\} \quad (4)$$

若入射面是一宽度为 b , 内半径为 a 的圆形光阑, 同通过光阑近轴光学系统后出射场的分布为:

$$E(r, \theta, z) = -\frac{iE_0}{\lambda B} e^{ikz} \int_a^{a+b} r_1 dr_1 J_n(\alpha r_1) J_n\left(k \frac{rr_1}{B}\right) \cdot \exp\left\{\frac{ik}{2B} [Ar_1^2 + Dr^2]\right\} \quad (5)$$

引入圆环光阑的窗口函数:

$$A_p(r_1) = \begin{cases} 0 & r_1 < a, r_1 > a+b \\ 1 & a \leq r_1 \leq a+b \end{cases} \quad (6)$$

式(5)可改写为:

$$E(r, \theta, z) = -\frac{iE_0}{\lambda B} e^{ikz} \int_0^\infty A_p(r_1) J_n(\alpha r_1) J_n\left(k \frac{rr_1}{B}\right) \cdot \exp\left[\frac{ik}{2B} (Ar_1^2 + Dr^2)\right] r_1 dr_1 \quad (7)$$

将硬边圆环形光阑的窗口函数拓展为一组复高

斯函数之和:

$$A_p(r_1) = \sum A_h \left[\exp\left(-\frac{B_h r_1^2}{(a+b)^2}\right) - \exp\left(-\frac{B_h r_1^2}{a^2}\right) \right] \quad (8)$$

式中的 A_h 和 B_h 分别为拓展的高斯系数, 这些系数可从计算机优化中得到。将式(8)代入式(7), 并应用积分公式:

$$\int_0^\infty x e^{-\beta x^2} J_n(\alpha x) J_n(\gamma x) dx = \frac{1}{2\beta} \exp\left(-\frac{\alpha^2 + \gamma^2}{4\beta}\right) I_n\left(\frac{\alpha\gamma}{2\beta}\right) \quad (9)$$

和

$$I_n(x) = e^{\frac{i\pi}{2}n} J_n(-ix) = (-1)^n e^{\frac{i\pi}{2}n} J_n(ix) \quad (10)$$

$J_n(x)$ 和 $I_n(x)$ 分别为第一类 n 阶贝塞尔函数和变形贝塞尔函数。经积分运算得到出射场的分布:

$$E(r, \theta, z) = \frac{iE_0 \pi}{\lambda B} \sum_{h=1}^N \frac{A_h}{\omega_0^{-2} + B_h(a+b)^{-2} - ikA(2B)^{-1}} \cdot \exp\left[\frac{ikDr^2}{2B} - \frac{\alpha^2 + (kr/B)^2}{4(\omega_0^{-2} + B_h(a+b)^{-2} - ikA(2B)^{-1})}\right] \cdot J_n\left(\frac{-k\alpha r}{2B(i\omega_0^{-2} + iB_h(a+b)^{-2} + kA/B)}\right) + \frac{A_h}{\omega_0^{-2} + B_h a^{-2} - ikA(2B)^{-1}} \cdot \exp\left[\frac{ikDr^2}{2B} - \frac{\alpha^2 + (kr/B)^2}{4(\omega_0^{-2} + B_h a^{-2} - ikA(2B)^{-1})}\right] \cdot J_n\left(\frac{k\alpha r}{2B(i\omega_0^{-2} + iB_h a^{-2} + kA/B)}\right) \quad (11)$$

3 数值计算和分析

由式(11)知, 出射场分布与光阑宽度、光阑内半径等因素有关。考虑如图1所示的近轴光学系统, 系统的变换矩阵

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z_1/f & (-z_1/f)s + f + z_1 \\ -1/f & 1 - s/f \end{bmatrix}.$$

将 A, B, D 代入式(11)。在 Mathematica 的环境下, 对式(11)进行数值模拟。下面就焦平面上光强分布与光阑宽度、光阑内半径关系分别讨论。计算时我们取 $\omega_0 = 1 \text{ mm}$, $\alpha = 1$, $\lambda = 1064 \text{ nm}$, $f = 400 \text{ mm}$, $s = 300 \text{ mm}$, A_h 和 B_h 的取值见文献[8]中表1。

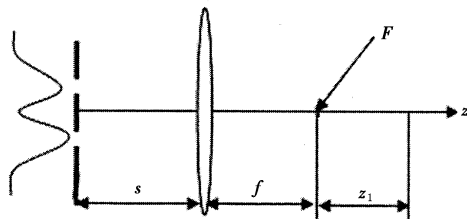


图1 高阶贝塞尔-高斯光束通过环形光阑透镜系统的传输
Fig.1 propagation of high-order Bessel-Gaussian beam passing a annular aperture-lens system

3.1 不同光阑宽度光强分布情况

图2是 $a=2\text{mm}$, $z_1=0\text{mm}$, $n=10$ 时不同光阑宽度的衍射光强分布图。从图示情况可以看出,光阑宽度越小,光强分布范围越宽,即衍射效应越强,随着光阑宽度的增加,次级以外光强逐渐消失,次级极大逐渐增强,主极大逐渐减弱,最后原来的次级大变为主极大,原来的主极大消失,当光阑宽度为 3mm 时,光强分布形状和无光阑情况一样,但强度较弱。当考查入射面上的光强分布时,我们发现,主极大从内向外移的变化恰好对应光阑中心从最大值的内侧变化到外侧。

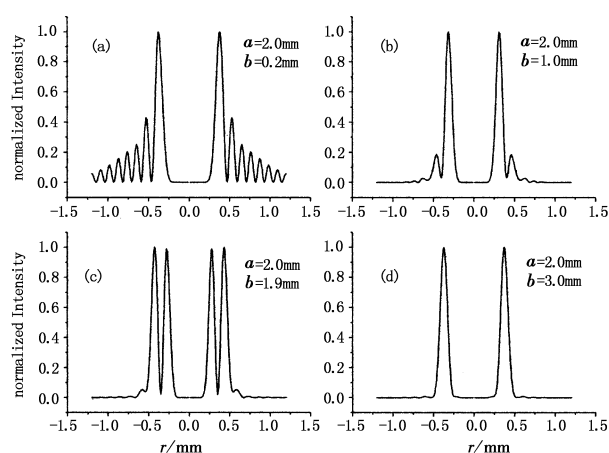


图2 高阶贝塞尔-高斯光束通过宽度不同的环形光阑时焦平面上的归一化光强分布

Fig.2 normalized intensity of high-order Bessel-Gaussian beam on the focusing plane after it passes through the annular apertures with different width and same inner radius

3.2 光强分布随光阑内径变化情况

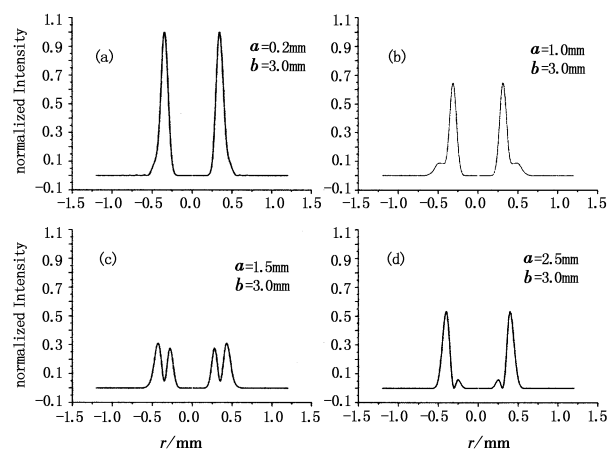


图3 高阶贝塞尔-高斯光束通过内半径不同的环形光阑时焦平面上的归一化光强分布

Fig.3 normalized intensity of high-order Bessel-Gaussian beam on the focusing plane after it passes through the annular apertures with different inner radius and same width

图3光阑宽度为 $b=3\text{mm}$, $z_1=0\text{mm}$ 时,内径不同时焦平面上的光强分布图。从图可知,内径较小时,主极大旁有较弱次极大,随着半径的增加次极大逐渐增强。在内半径在 2mm 附近时,两个峰强度相等。内径再增加时,外侧次极大增强,原内侧的主极大逐渐变弱,当内径达 3mm 以后,光强分布只有一个峰,光强分布的形状和无光阑时的情况一样,但强度较弱。主极大从内向外移的变化恰好对应光阑中心从最大值的内侧增加到外侧。

综合以上两种情况,当光阑内径小于入射光强分布最大处的半径,光阑宽度取值适中时,空心光束经环形光阑衍射后分裂成两个环。

4 结论

本文用把光阑函数展开为复高斯函数的技巧,用Collins公式得到了高阶贝塞尔-高斯光束通过环形光阑的传输近似解析公式。数值计算表明,光场分布与光阑内径、光阑宽度等因素有关。当光阑内径小于入射场光强最大处半径,光阑宽度取值适当时,环形空心光束经环形光阑衍射后可形成强度相等的两个环。本文的结果对空心光束的耦合研究有参考价值。

参考文献:

- [1] X Wang, G Littman. Laser cavity for generation of variable radius rings of light[J]. Optics Lett., 1993, 18: 767-768.
- [2] H S Lee, B W Atewart, K Choi, et al. Holographic nondiverging hollow beam[A]. Phys. Rev., 1994, 49: 4922.
- [3] Jianping Yin, Huang-Ryoul Noh, et al. Generation of a dark hollow beams by small hollow fiber[J]. Opt. Commun., 1997, 138: 287-292.
- [4] Lu X, Chen X, et al. High-order Bessel-Gaussian beams and its propagation properties[J]. Chin. Phys. Lett., 2003, 20: 2155.
- [5] 徐海斌, 甘亮勤, 顾菊观. 厄米-高斯光束通过硬边光阑的自由传输性[J]. 激光与红外, 2005, 35(10): 779-781.
- [6] Tan Rongqing. Propagation of the Gaussian beam through an aperture[J]. Laser Journal, 2003, 24(3): 7-8. (in Chinese)
- [7] 刘学军, 吕百达. 高斯光束通过光阑-透镜分离系统的焦移[J]. 激光杂志, 1997, 18(3): 17-22.
- [8] W J J, Breazeak M A. A diffraction beam field expressed as the superposition of Gaussian beams[J]. J Acoust Soc. Am., 1988, 83: 1752-1756.