

用 MATLAB 实现圆形冷屏限制下投影面积的准确计算

王忆锋, 范乃华, 庄继胜
(昆明物理研究所, 云南 昆明 650223)

摘要:介绍了圆形冷屏限制下投影面积的一种准确计算方法。该方法完全基于解析几何中的相关公式在 MATLAB 中做代数计算, 由于其中没有引入任何近似处理, 因此没有分析误差。此外它还具有编程简单, 使用方便等特点。

关键词:冷屏; 视场角; 红外成像系统; MATLAB

中图分类号: O435 **文献标识码:** A

Accurate Computation of the Area of Projected Surface Under Limitation of Circular Cold Shield with MATLAB

WANG Yi-feng, FAN Nai-hua, ZHUANG Ji-sheng
(Kunming Institute of Physics, Kunming 650223, China)

Abstract: An accurate method for the computation of area of projected surface under limitation of circular cold shield is presented. It is totally based on the algebraic operations with related formulae of analytical geometry and realized in MATLAB. Because no approximated treatment is introduced during the process, no analytical errors are existed. It also has the advantages such as simple in programming and convenient in using.

Key words: cold shield; angle of viewing field; infrared imaging system; MATLAB

1 引言

在红外成像系统中, 冷屏置于探测器芯片附近, 它作为场方光阑限制了视场角。视场角的计算与投影面积有关。设有两个表面 A_1, A_2 , 如图 1 所示, 在 A_1, A_2 之间作一条中心连线, A_2 在与中心连线垂直方向上的投影面积 A_{2n} 一般按下式计算^[1]:

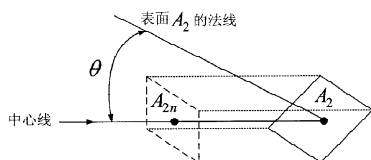


图1 表面 A_2 在中心连线上的投影 A_{2n}

$$A_{2n} = A_2 \cos \theta \quad (1)$$

式中, θ 为 A_2 的法线与中心连线的夹角。由于冷屏边界的限制, 对于偏离对称中心所在的位置, 如果按照式(1)计算投影面积将引入误差。本文介绍了一种利用 MATLAB 准确计算圆形冷屏限制下投影面积的方法。

2 分析过程和计算方法

设一长线列光敏元与圆形冷屏之间的结构关系如图 2 所示。三维直角坐标系以线列中心点 O 为原点, 冷屏圆心位于 z 轴。各光敏元以原点为中心均匀分布在 y 轴两侧。由于对称性, 只需要分析轴上一侧的情况。本文以图 2 中所示的 y 轴左侧第 N 个光敏元为例进行分析。

从点 N 经过圆形冷屏边缘投射出去的光线构成一个以 N 为锥顶的椭圆锥面。如图 3 所示, 圆形冷屏的圆心坐标为 $C(0, 0, h)$, NC 是光敏元与冷屏中心的连线。经过点 A 并与 NC 垂直的平面与椭圆锥面的交线是一个椭圆。根据解析几何的公式, 椭圆面积 $S = \pi ab$, 式中 a 为椭圆的半长轴, b 为椭圆的半短轴。因此, 投影面积计算的关键就是确定 a ,

作者简介: 王忆锋(1963 -), 男, 工学士, 高级工程师, 目前主要从事器件仿真研究。E-mail: wangyifeng63@sina.com

收稿日期: 2008-10-24

b 的值。整个过程如下所述:

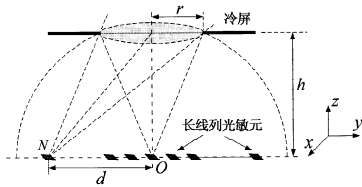


图2 圆形冷屏限定下的长线列光敏元

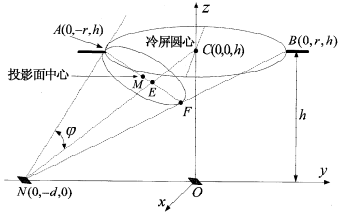


图3 冷屏及其投影面与光敏元之间的几何关系

(1) 确定线段 AE 和 NE 的长度

如图3所示, AF 是投影椭圆的一轴。E 为 AF 与 NC 的交点。因为 NC 垂直于投影椭圆, 故 $\triangle NEA$ 为直角三角形。根据 N, A 两点坐标, 可知 $\triangle NEA$ 斜边 NA 的长度为:

$$NA = \sqrt{(d-r)^2 + h^2} \quad (2)$$

根据 N, A, C 三点的坐标, 分别写出直线 NA 和 NC 的方程后, 可算出 NA 和 NC 两条直线的夹角为:

$$\varphi = \arctan \left[\frac{hr}{h^2 + d(d-r)} \right] \quad (3)$$

于是有:

$$AE = NA \sin \varphi, NE = NA \cos \varphi \quad (4)$$

(2) 确定中心连线 NC 与投影椭圆一轴 AF 交点 E 的坐标

设 E 点的坐标 $E(0, y_E, z_E)$, 写出 AE 和 NE 的长度方程并联立, 则有:

$$\begin{cases} (y_E + r)^2 + (z_E - h)^2 = AE^2 \\ (y_E + d)^2 + z_E^2 = NE^2 \end{cases} \quad (5)$$

对其求解获得 y_E 和 z_E 的值后, 可以写出直线 AE 的方程。

(3) 确定投影椭圆一轴 AF 另一端点 F 的坐标

根据 N, B 两点的坐标, 可以写出直线 NB 的方程。AE 与 NB 的交点为 $F(0, y_F, z_F)$, 该点同时满足直线 NB 和 AE 的方程, 将它们联立, 则有:

$$\begin{cases} y_F - \frac{r+d}{h} z_F + d = 0 \\ y_F - \frac{y_E + r}{z_E - h} z_F + \left[\frac{h(y_E + r)}{z_E - h} + r \right] = 0 \end{cases} \quad (6)$$

上述方程的解即为 F 点坐标为 $F(0, y_F, z_F)$ 。

(4) 确定直线段 AF 的中点坐标

获得 F 点的坐标后, 可以求出 AF 的长度。AF 长度的一半 $AM = MF$ 即为椭圆一轴的长度, 设为直线段 AF 中点的坐标, 其值可通过求解下列联立方

程确定:

$$\begin{cases} (y_M + r)^2 + (z_M - h)^2 = AM^2 \\ (y_M - y_S)^2 + (z_M - z_S)^2 = AM^2 \end{cases} \quad (7)$$

(5) 确定投影椭圆另一半轴长度

设冷屏圆周上任一点为 $P(x_P, y_P, h)$, 将该点满足的冷屏圆周方程和点 $N(0, -d, 0)$ 和 $P(x_P, y_P, h)$ 构成的直线方程联立:

$$\begin{cases} x_P^2 + y_P^2 = r^2 \\ \frac{x}{x_P} = \frac{y+d}{y_P+d} = \frac{z}{h} \end{cases} \quad (8)$$

可以得到下列关系:

$$\left(\frac{hx}{z} \right)^2 + \left[\frac{h(y+d)}{z} - d \right]^2 = r^2 \quad (9)$$

式(9)中, 当 $y = y_M, z = z_M$ 时, 即:

$$\left(\frac{hx}{z_M} \right)^2 + \left[\frac{h(y_M+d)}{z_M} - d \right]^2 = r^2 \quad (10)$$

得到的 x 值即为投影椭圆的另一轴的半长度。

上述方程的求解可以用 MATLAB 中的 solve(…) 命令实现。因为是做代数计算, 在求解过程中可能会出现数学上满足方程、但物理上没有意义的解, 故要根据具体结构参数进行分析判断, 剔除没有实际意义的解。

编写了一个计算轴上任意点对应投影面积的 MATLAB 程序^[2]。只要输入相应的参数值, 就可以得到相应结果。例如, 当 $r = 4.4721, h = 7$ 时, 对于 $N(0, -7, 0)$, 计算得到的椭圆短轴 $a = 2.3967$, 长轴 $b = 3.2118$, 投影面积为 $S = \pi ab = 24.1830$ 。作为比较, 用三维实体造型软件 SolidWorks 对同一结构的投影面积做了测量, 所得结果为 24.1825, 可以认为两种方法得到的计算结果是相同的。

3 结论

对于圆形冷屏限制下的光敏元, 除了球心所在位置外, 其他位置的光敏元与圆形冷屏之间构成的投影面均为椭圆。椭圆面积计算的关键是确定其长轴和短轴的大小。本文所述计算椭圆长轴及短轴的方法全部是基于解析几何中的相关公式做代数计算, 其中没有引入任何近似处理, 相应地没有引入分析误差, 可以认为是一种准确的计算方法, 因此再与按式(1)计算的结果进行比较已经没有意义。该方法略加修改, 还可以用于计算该椭圆锥面其他位置上的投影面积, 例如扩展源的投影面积。

参考文献:

[1] E L Dereniak, G D Boreman. Infrared detectors and systems[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1996.
 [2] E B Magrab, S Azarm, B Balachandran. MATLAB 原理与工程应用[M]. 高会生, 李新叶, 胡智奇, 等译. 北京: 电子工业出版社, 2002.