

# 积分球出射照度与入射光束几何性质关系分析

苏成志, 曹国华, 徐洪吉

(长春理工大学机电工程学院, 吉林 长春 130022)

**摘要:**针对采用积分球作为光收集器的光学透射率测量过程中,存在透射率测量值超出100%这一非正常情况。建立了积分球出射照度与入射光束几何性质的关系模型,利用该模型进行了仿真实验。对于直径300 mm,开口比为1%的积分球,入射光束几何性质改变引起的积分球出射照度相对误差为3.4%,采用该积分球测量透射率造成的误差可达3.4%,与实测结果吻合。光斑位置和分布的随机性导致透射率测量值超出100%。该误差源具有隐蔽性和不可避免性,研究该误差源对于提高积分球式光度测量精度具有重要的理论和工程价值。

**关键词:**光学测量;透射率;积分球出射照度;光斑分布

中图分类号:TN247

文献标识码:A

## Relationship analysis of output illuminance of integrating sphere and incident beam geometry

SU Cheng-zhi, CAO Guo-hua, XU Hong-ji

(Electro-mechanical College Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

**Abstract:** Aiming to the optical transmittance measurement using integrating sphere as optical concentrator, there exists a non-normal situation that the measured value of transmittance exceeds 100%. A model of the relationship between the output illuminance of integrating sphere and the incident beam geometry was developed to aid in a simulation experiment. For a 300 mm diameter and 1% core-opening ratio integrating sphere, the relative error of output illuminance due to changes in the incident beam geometry is 3.4% and the error of transmittance measurement due to changes in the incident beam geometry is 3.4%, which coincides with actual measurement result. Simulation experimental result indicates that the random placement and distribution of spot is the main error source which leads to the measured value of transmittance over 100%. The error source is concealed and inevitable, so it is of key theoretical and engineering value to take account of it for improving the accuracy of luminosity measurement using integrating sphere.

**Key words:** optical measurement; transmittance; output illuminance of integrating sphere; spot distribution

### 1 引言

积分球是光度测量中的重要装置。根据等照度定理,积分球内壁上各处照度与位置无关,仅与进入积分球的光通量成正比,也就是说,在积分球内壁上设置的光电探测器响应得到的光电流与进入积分球的光通量成正比。在透射率测量中,利用积分球这一优良的匀光特性作为光收集器<sup>[1]</sup>,以实现光学系统透射率高精度测量。但在测量中,存在测量结果

有时超出100%这一非正常情况,而且该情况具有可再现性,并不是测量中出现的偶然情况。

文献[2]、[3]采用解析方法对理想积分球光度测量中匀光特性进行了研究。文献[4]~[6]采

基金项目:兵器科学院预研项目(No. 42001070403-C)资助。

作者简介:苏成志(1977-),男,硕士,讲师,主要从事光机电一体化检测方面的研究。E-mail:chengzhi\_su@126.com

收稿日期:2009-09-16

用蒙特卡罗法(Monte Carlo)模拟理想积分球作为标准光源,通过对大量光子的追迹,直观分析了积分球的光能分布,验证了其作为光源的匀光情况。根据上述文献报道均不能从理论上对上述情况给出合理解释。在研究日光透射率测量问题时,指出在空测和实测时从积分球窗口逸出的光通量不同可引起透射率测量误差,同时提出了适用于单通道透射率测量的误差补偿方法,但未给出积分球逸出光通量与出射照度的关系模型,同时也未对在空测和实测时积分球逸出光通量不同对透射率测量影响程度作进一步探讨。因此,有必要对积分球模型从理论上进一步探讨,为在光学透过率测量中出现的测量值超出100%的现象找出合理的解释,为积分球在光度测量中作为光收集器实现高精度测量提供了理论指导和依据。

## 2 积分球出射照度模型的建立

图1是积分球的原理示意图,设积分球漫反射系数为 $\rho$ ,整个积分球内腔面积为 $A_1$ ,入窗区域 $S_2$ ,其面积为 $A_2$ ,设从该窗口进入积分球的光束光通量为 $\phi_0$ ,照射在积分球内腔的 $S_3$ 区域,其光斑面积为 $A_3$ 。现考察内腔上任意一点处的照度 $E$ 。由于光在内腔表面上多次漫反射,当积分球平衡时,即积分球内腔光通量均匀分布时,积分球各处照度相等,所以任意点处的照度 $E$ 为:

$$E = \frac{\phi'_1 + \Sigma\phi}{A_1} \quad (1)$$

其中, $\phi'_1$ 表示经 $S_3$ 处直接漫反射到腔内的光通量,简称直射通量; $\Sigma\phi$ 表示除 $S_3$ 处直接漫反射到腔内的光通量外所有积分球腔内经多次漫反射的光通量总和,简称多次漫反射通量。

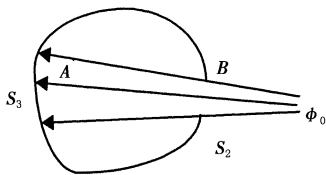


图1 积分球原理示意图

### 2.1 直射通量 $\phi'_1$ 的计算

在 $S_3$ 范围内任意一点 $A$ 处取面元 $dS_A$ ,假设射到此面元上的光通量为 $d\phi$ ,则位置 $A$ 处的照度 $E_A$ 为:

$$E_A = \frac{d\phi}{dS_A} \quad (2)$$

积分球内腔可看成理想的漫反射体,作为二次光源看待,所以在 $A$ 处的出射度 $M_A$ 为:

$$M_A = \rho E_A = \rho \frac{d\phi}{dS_A} \quad (3)$$

经第一次反射后,反射到积分球腔内的光通量为:

$$\phi'_1 = \int_{S_3} M_A dS_A \quad (4)$$

把式(3)代入式(4)得直射通量为:

$$\phi'_1 = \int_{S_3} \rho \frac{d\phi}{dS_A} dS_A = \rho\phi_0 \quad (5)$$

### 2.2 多次漫反射通量 $\Sigma\phi$ 的计算

经第一次漫反射后,根据光传播定律,从积分球入窗 $S_2$ 逸出的光通量 $\Delta\phi_1$ 为:

$$\Delta\phi_1 = \iint_{S_2 S_3} \frac{L_A dS_A \cos\theta_3 \cos\theta_2 dS_B}{r_{AB}^2} \quad (6)$$

其中, $dS_A$ 为在 $S_3$ 上任意一点 $A$ 处取的面元; $dS_B$ 为在 $S_2$ 上任意一点 $B$ 取的面元; $L_A$ 为 $S_3$ 上面元 $dS_A$ 处的光亮度; $\theta_3$ 为 $S_3$ 上面元 $dS_A$ 法线与光束发射方向的夹角; $\theta_2$ 为 $S_2$ 上面元 $dS_B$ 法线与光束入射方向的夹角; $r_{AB}$ 为面元 $dS_A$ 与面元 $dS_B$ 的距离。

在这里定义:

$$F(p, M(p), S_2) = \Delta\phi_1 \quad (7)$$

其中, $p$ 代表光斑能量中心位置; $M(p)$ 代表 $p$ 以为中心的光斑光能量分布。

经第一次漫反射后,净留在积分球腔内的光通量 $\phi_1$ 为:

$$\phi_1 = \rho\phi_0 - F(p, M(p), S_2) \quad (8)$$

经第一漫反射后,腔内的净留光通量 $\phi_1$ 又被第二次漫反射到腔内,其反射值为:

$$\phi'_2 = \rho\phi_1 \quad (9)$$

假设此时腔内辐射通量 $\phi'_2$ 向空间均匀辐射,则从 $S_2$ 处第二次逸出的光通量为:

$$\Delta\phi_2 = \phi'_2 \frac{A_2}{A_1} \quad (10)$$

经第二次漫反射后,腔内的净留光通量 $\phi_2$ 为:

$$\begin{aligned} \phi_2 &= \phi'_2 - \Delta\phi_2 = \rho\phi_1 - \rho\phi_1 \frac{A_2}{A_1} \\ &= \rho\phi_1 (1 - f) \end{aligned} \quad (11)$$

其中:

$$f = \frac{A_2}{A_1} \quad (12)$$

这里定义 $f$ 为积分球开口比。

经第二漫反射后,腔内的净留光通量 $\phi_2$ 又被第三次漫反射到腔内,反射值为:

$$\phi'_3 = \rho^2\phi_1 (1 - f) \quad (13)$$

假设此时腔内光通量  $\phi'_3$  向空间均匀辐射, 则从  $S_2$  处第三次逸出的光通量  $\Delta\phi_3$  为:

$$\Delta\phi_3 = f\phi'_3 \quad (14)$$

经第三漫反射后, 腔内的净留光通量  $\phi_3$  为:

$$\phi_3 = \phi'_3 - \Delta\phi_3 = \rho^2\phi_1(1-f)^2 \quad (15)$$

依次类推, 经第  $(n-1)$  次漫反射后, 腔内的净留辐射通量  $\phi_{n-1}$  又被第  $n$  次漫反射到腔内, 其第  $n$  次反射值为:

$$\phi'_n = \rho\phi_{n-1} = \rho^{n-1}\phi_1(1-f)^{n-2} \quad (16)$$

经无限次漫反射后, 漫反射到腔内的光通量和为:

$$\Sigma\phi = \phi'_2 + \phi'_3 + \dots + \phi'_n + \dots \quad (17)$$

把式(9)、式(13)、式(16)代入式(17), 利用等比数列性质, 整理后得:

$$\Sigma\phi = \frac{\rho[\rho\phi_0 - F(p, M(p), S_2)]}{1 - \rho(1-f)} \quad (18)$$

### 2.3 平衡时照度计算

当积分球内达到平衡, 积分球内壁光通量均匀分布时, 把式(5)、式(18)代入式(1)整理后得到积分球任意点处的出射照度为:

$$E = \frac{\rho\phi_0}{A_1[1 - \rho(1-f)]} [1 - \rho(f-k)] \quad (19)$$

其中:

$$k = \frac{F(p, M(p), S_2)}{\rho\phi_0} \quad (20)$$

在这里定义  $k$  为光通量逸出比。

式(19)就是积分球入窗逸出光通量与出射照度的关系模型。由该模型可知, 积分球出射照度不仅与积分球内腔反射比  $\rho$ 、开口比  $f$ 、内腔面积  $A_1$  和入射光通量  $\phi_0$  有关, 还与光通量逸出比  $k$  有关。当积分球成型之后, 反射比  $\rho$ 、开口比  $f$ 、内腔面积  $A_1$ 、入窗面积  $A_2$  为常数, 逸出光通量仅取决于光斑位置与光斑分布, 即入射光束的几何性质, 因此, 式(19)也是积分球出射照度与入射光束几何性质的关系模型。如果采用积分球作为均匀光源, 由于灯相对积分球逸出孔的位置不变, 因此逸出比  $k$  也为常数, 积分球出射照度  $E$  仅取决于光通量  $\phi_0$ 。如果采用积分球作为光收集器或衰减器测量光学透射率, 由于不同的待测件对入射光束的几何性质改变不同, 使逸出比  $k$  呈随机变化, 积分球出射照度  $E$  与光通量  $\phi_0$  不再成简单的正比关系, 出现了测量基准不一致误差。可见该模型从理论上证明了积分球式透射率测量精度受逸出光通量影响。

## 3 光学透射率仿真实验

### 3.1 建立仿真坐标系

下面分析逸出光通量对积分球出射照度  $E$  的影响程度。为此, 假设入射光斑与入窗的位置关系如图2所示。在这里假设积分球为理想球体, 入窗是半径为  $R_2$  的圆孔, 以圆孔中心为原点建立坐标系  $O-xyz$ , 坐标轴  $x$  和  $y$  在圆孔所确定的平面内且  $x$  轴垂直于纸面向里,  $z$  轴垂直于圆孔所确定的平面,  $z$  轴方向按右手定则确定,  $z$  轴过球心, 与球内腔相交于  $C$  点, 设积分球直径为  $d$ , 则  $C$  点在  $O-xyz$  中的坐标为  $C(0, 0, -d)$ 。由于入射光斑相对于腔体来讲面积较小, 可认为是半径为  $R_3$  的平面圆光斑, 以光斑圆心为原点建立坐标系  $O'-x'y'z'$ , 坐标轴  $x'$  和  $y'$  在光斑所确定的平面内且  $x'$  轴垂直于纸面向里,  $z'$  轴垂直于光斑所确定的平面,  $z'$  轴方向按右手定则确定。

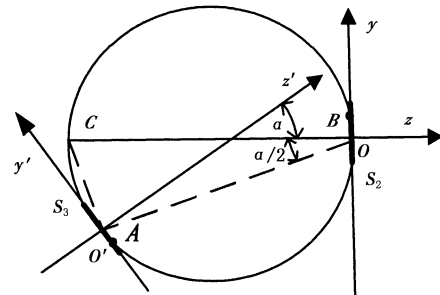


图2 光斑与入窗位置关系图

### 3.2 确定仿真坐标系关系

设  $z'$  轴与  $z$  轴的夹角为  $\alpha$ , 光斑中心  $O'$  在坐标系  $O-xyz$  中的坐标为  $O'(0, y_0, z_0)$  则两个坐标系的变换方程为:

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = (y - y_0) \cos\alpha - (z - z_0) \sin\alpha \\ z' = (y - y_0) \sin\alpha + (z - z_0) \cos\alpha \end{cases} \quad (21)$$

设光斑中心在球面上, 则  $\Delta CO'O$  为直角三角形。因为积分球为理想球体, 则过光斑中心的光斑面法线  $z'$  轴必过球心, 则在直角  $\Delta CO'O$  中有:

$$\begin{cases} \sqrt{(y_0 - 0)^2 + (z_0 + d)^2} = d \sin \frac{\alpha}{2} \\ \sqrt{(y_0 - 0)^2 + (z_0 - 0)^2} = d \cos \frac{\alpha}{2} \end{cases} \quad (22)$$

解得:

$$\begin{cases} z_0 = -\frac{d(1 + \cos\alpha)}{2} \\ y_0 = \frac{d \sin\alpha}{2} \end{cases} \quad (23)$$

由式(23)可知, 当积分球确定后, 光斑中心  $O'$

在坐标系  $O-xyz$  中的位置完全由  $\alpha$  确定。因此,在仿真过程中,用  $\alpha$  表征光斑位置。

把式(23)代入式(21),则变换方程变为:

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = (y - \frac{d \sin \alpha}{2}) \cos \alpha - (z + \frac{d(1 + \cos \alpha)}{2}) \sin \alpha \\ z' = (y - \frac{d \sin \alpha}{2}) \sin \alpha - (z + \frac{d(1 + \cos \alpha)}{2}) \cos \alpha \end{cases} \quad (24)$$

3.3 设定光斑分布

设光斑能量分布  $M(P)$  为高斯分布:

$$M(x', y') = \frac{A}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x'-\mu)^2}{2\sigma^2} - \frac{(y'-\mu)^2}{2\sigma^2}} (x'^2 + y'^2 \leq R_3^2) \quad (25)$$

其中,  $\mu$  为光斑分布的平均值;  $\sigma$  为表征光斑分布的离散度的标准偏差;  $A$  为幅值放大系数。不管  $\sigma$  如何变化,光斑能量为常值,即:

$$\int_{S_3} M(x', y') dx' dy' = \rho\phi_0 \quad (26)$$

设光斑分布的平均值  $\mu = 0$ , 解方程(26)得:

$$\sigma = \frac{R_3}{\sqrt{-2\ln(1 - \frac{\rho\phi_0}{A})}} \quad (27)$$

由式(27)可知,在光斑能量一定时,光斑分布  $\sigma$  完全由  $R_3$  决定。因此,在这里用  $R_3$  表征光斑分布。

由于积分球为朗伯辐射体,则光亮度为:

$$L(x', y') = \frac{A}{2\pi^2\sigma^2} e^{-\frac{(x'-\mu)^2}{2\sigma^2} - \frac{(y'-\mu)^2}{2\sigma^2}} (x'^2 + y'^2 \leq R_3^2) \quad (28)$$

在仿真过程中,保持  $\rho\phi_0$  一定,给定  $R_3$ , 由式(27)确定  $\sigma$ , 则  $M(P)$  确定,从而光亮度函数  $L(x', y')$  确定。

3.4 建立仿真方程

在  $S_3$  上任意一点  $A$  处取面元  $dS_A$ , 设该面元  $dS_A$  在  $O'-x'y'z'$  中的位置坐标为  $(x', y', 0)$ 。在  $S_2$  上任意一点  $B$  处取面元  $dS_B$ , 设该面元  $dS_B$  在  $O-xyz$  中的位置坐标为  $(x_1, y_1, 0)$ , 对应应在  $O'-x'y'z'$  中的坐标利用公式(24)求得为  $(x'_1, y'_1, z'_1)$ 。同理,在  $z$  轴上取点  $(0, 0, 1)$ , 对应应在  $O'-x'y'z'$  中的坐标求得为  $(0, y'_2, z'_2)$ ; 在  $O-xyz$  中取原点  $O(0, 0, 0)$ , 对应  $O'-x'y'z'$  中的坐标求得为  $(0, y'_3, z'_3)$ 。根据式(7)中各参变量的定义,可得:

$$\cos\theta_2 = \frac{(y'_1 - y')(y'_2 - y'_3) + z'_1(z'_2 - z'_3)}{\sqrt{(x' - x'_1)^2 + (y' - y'_1)^2 + (z'_1)^2}} \times$$

$$\frac{1}{\sqrt{(y'_2 - y'_3) + (z'_2 - z'_3)}} \quad (29)$$

$$\cos\theta_3 = \frac{z'_1}{\sqrt{(x' - x'_1)^2 + (y' - y'_1)^2 + (z'_1)^2}} \quad (30)$$

$$r_{AB}^2 = (x' - x'_1)^2 + (y' - y'_1)^2 + (z'_1)^2 \quad (31)$$

把式(28)、式(29)、式(30)和式(31)代入公式(20)得光通量逸出比为:

$$k = \frac{1}{\rho\phi_0} \int_{S_2} \int_{S_3} \left\{ \frac{z'_1 [(y'_1 - y')(y'_2 - y'_3) + z'_1(z'_2 - z'_3)]}{[(x' - x'_1)^2 + (y' - y'_1)^2 + (z'_1)^2]^2} \times \frac{L(x', y') dS_A dS_B}{\sqrt{(y'_2 - y'_3)^2 + (z'_2 - z'_3)^2}} \right\} \quad (32)$$

由于式(32)为四重积分,采用解析法求结果很困难,所以采用 MATLAB 软件进行数值仿真。由于所求的光通量逸出比  $k = \frac{F(p, M(p), S_2)}{\rho\phi_0}$  为比值,因此  $\rho\phi_0$  可以任意假定,不影响  $k$  的计算结果,只要保证  $\frac{\rho\phi_0}{A} < 1$  即可。在仿真过程中,假设  $\rho\phi_0 = 0.5$ ,  $A = 1$ , 保持不变。假设积分球直径  $d = 0.3$  m, 积分球开口比  $f = 0.01$ ,  $\rho = 0.9$ , 则  $S_2 = f\pi d^2$ , 从而得到逸出孔半径  $R_3 = d\sqrt{f} = 0.03$  m。其仿真结果如图3所示。从图3可知,随光斑位置角  $\alpha$  的递增,光通量逸出比  $k$  递减。当  $\alpha$  从  $0^\circ$  递增到  $20^\circ$  时,  $k$  从 11% 递减到 7%。当  $\alpha$  在  $0^\circ \sim 20^\circ$  时,光通量逸出比  $k$  随  $R_3$  的增大先增大再减小,当  $R_3 = f$  时  $k$  达到最大值,光斑分布  $R_3$  引起的  $k$  的变化范围为 3.3% 左右。当  $\alpha > 20^\circ$  时,光通量逸出比  $k$  随  $R_3$  的增大而增大。由于实际测量过程中,  $\alpha$  一般不会超过  $20^\circ$ , 因此,只分析  $\alpha$  在  $0^\circ \sim 20^\circ$  之间,光束几何性质变化对透射率测量的影响。

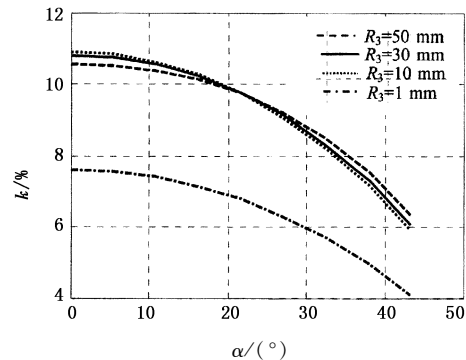


图3 不同光斑分布  $R_3$  时光斑位置角  $\alpha$  与光通量逸出比  $k$  的关系曲线

### 3.5 光斑几何性质变化对出射照度及透射率影响

现测量光通量  $\phi$ , 设第一次测量时, 光斑位置  $\alpha = 0^\circ$ , 光斑分布  $R_3 = 10 \text{ mm}$ , 测得出射照度为  $E_1$ 。由图 3 可知, 此时光通量逸出比  $k = 11\%$ 。第二次测量时, 光斑位置  $\alpha = 20^\circ$ , 光斑分布  $R_3 = 1 \text{ mm}$ , 测得出射照度为  $E_2$ 。由图 3 可知, 此时光通量逸出比  $k_2 = 7\%$ 。根据式(19), 光通量逸出比不同引起的照度相对误差为:

$$e_E = \frac{E_1 - E_2}{E_2} = \frac{\rho(k_1 - k_2)}{1 + \rho(f - k_2)} \approx 3.4\% \quad (33)$$

该照度误差引起的透射率误差为:

$$e_T = \lambda - T = \lambda - \frac{k_s \lambda (1 - e_E) E_2}{k_s E_2} = \lambda e_E \quad (34)$$

其中,  $k_s$  为实验中所用的探测器标定系数;  $\lambda$  为被测光学系统理论透射率;  $T$  为被测光学系统实测透射率。

根据式(34)做透射率与透射率测量误差曲线, 如图 4 所示。从图 4 可知, 随着  $\lambda$  的递增, 透射率误差  $e_T$  递增, 最大误差可达 3.4%, 对于高精度测量该误差是不能忽略的。由于入射光束几何性质的改变是由被测光学系统决定的, 因此, 该误差在测量过程中不可避免。同时, 只有  $\lambda$  达到 96.6% 后,

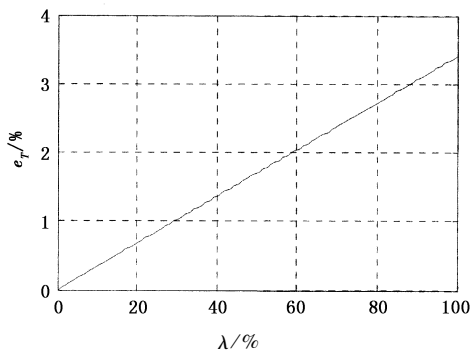


图 4 透射率与透射率测量误差曲线

透射率才出现大于 100% 情况。当  $\lambda$  小于 96.6% 时, 入射光束几何性质改变引起的透射率误差虽然存在, 但不易察觉, 具有隐蔽性。这与实测情况相吻合。

## 4 结论

针对采用积分球作为光收集器的光学透射率测量过程中, 存在透射率测量值超出 100% 这一非正常情况。建立了积分球出射照度与入射光束几何性质的关系模型, 利用该模型进行了仿真实验。对于直径 300 mm, 开口比为 1% 的积分球, 入射光束几何性质改变引起的积分球出射照度相对误差为 3.4%, 采用该积分球测量透射率造成的误差可达 3.4%, 与实测结果吻合。光斑位置和分布的随机性导致透射率测量值超出 100%。该误差源具有隐蔽性和不可避免性, 研究该误差源对于提高积分球式光度测量精度具有重要的理论和工程价值。

## 参考文献:

- [1] Maria Luisa Rastello, Elio Miraldi, Paolo Pisoni. Luminous-flux measurements by an absolute integrating sphere [J]. Appl. Opt., 1996, 35(22): 4385 - 4391.
- [2] Herbert L Tardy. Matrix method for integrating sphere calculations [J]. J. Opt. Soc. Am., 1991, 8(9): 1411 - 141.
- [3] Blake G Crowther. Computer modeling of integrating spheres [J]. App. l Opt., 1996, 35(30): 5880 - 5886.
- [4] 张贵彦, 王成, 袁宏韬, 等. 积分球幅出射度的蒙特卡罗模拟 [J]. 光电工程, 2006, 33(11): 75 - 78.
- [5] 王高明, 郭城, 张亮亮, 等. 积分球光能均匀性的 Monte Carlo 模拟 [J]. 激光与红外, 2009, 39(1): 67 - 69.
- [6] 李平, 熊利民, 王煜. 积分球辐射场均匀性的数值分析 [J]. 现代计量测试, 2000, (6): 13 - 17.