

基于旋转、平移和尺度不变的平稳小波图像去噪

李晋炬, 马志峰, 吴琼之, 杜娟
(北京理工大学信息与电子学院, 北京 100081)

摘要:针对传统的离散正交小波变换对信号的起始位置比较敏感的特点,提出了具有旋转、平移和尺度不变的平稳小波变换,将图像变换到极坐标,采用方向能量函数确定图像主轴方位,并将图像主轴旋转到水平方向得到方向归一化的图像。然后通过图像的重整和小波基的位移、伸缩、旋转,来消除位移和尺度的影响。采用基于 Bayesian 自适应阈值估计的方法,通过最小化 Bayesian 风险函数获得具有最大信噪比的图像近似最优消噪阈值,提出一种利用输入数据直接得到渐近最优阈值的图像去噪方法。实验结果表明,所提出的方法能够在去除噪声的同时很好地保留图像的边沿,是一种有效的图像去噪方法。

关键词:平稳小波;图像去噪;Bayesian 阈值估计;峰值信噪比

中图分类号:TP391.4 **文献标识码:**A

Image de-noise based on the stationary wavelet translation with rotation, shift and scale invariance

LI Jin-ju, MA Zhi-feng, WU Qiong-zhi, DU Juan

(Department of Electronics Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Since traditional discrete orthonormal wavelet transform being more sensitive to the original position of signal. In the paper, we propose a stationary wavelet transform which possess the properties of rotation, shift and scale invariance. First transforming the image to polar coordinates, and confirming the principal axis orientation to adopt orientation energy function, then rotating the principal axis of image to the level orientation to gain the unifying image in the orientation. By reforming the image and rotation, shift and invariance to the wavelet bases, thus we can eliminate the influence of shift and scale. In the paper, we use Bayesian adaptive threshold estimation to gain the approximate optimization de-noising threshold. The image possesses the most PSNR. Thus we propose a kind of method which uses the input data to gain the asymptotic optimization de-noising threshold. Finally, experimental result show that the method can better reserve the image edge and de-noise at the same time, and being a kind of valid method of image de-noising.

Key words: stationary wavelet; image de-noising; Bayesian threshold estimation; peak signal noise ratio

1 引言

图像去噪是图像预处理中一项应用非常广泛的技术,其作用是抑制噪声对图像质量的影响,提高图像的信噪比,突出图像的期望特征,为后续的图像处理提供尽可能好的输入图像。但是,在图像降噪中,一个关键的问题是如何在降低图像噪声和保留图像细节上保持平衡,传统的滤波方法是将图像中的高

频成分滤除,虽然能够达到降低噪声的效果,但同时破坏了图像的细节。如何能够既降低图像噪声,同时又保持图像细节成为降噪研究的期望目标,而这在小波变换这一强有力的多尺度信号分析工具出现

作者简介:李晋炬(1952-),男,实验师,大专,主要研究方向为模拟电路,通信电路,硬件电路设计。

收稿日期:2010-06-19;修订日期:2010-08-30

以后已经成为可能。

由于小波变换同时具有时域与频域上的局部特性,优于传统的傅里叶变换,在信号与图像处理领域有广阔的应用前景。利用小波变换特有的多尺度分析和局部化性质,可以构造基于小波变换的性能优良的降噪算法,既能够滤除大部分的噪声,又可以较好地保持图像的细节信息。图像平移以后,它的数值表示算子应当被平移,而不是被改变。但 Mallat 算法对小波变换中位置参数的 Decimation 采样破坏了小波变换的平移不变性,使得离散小波变换(DWT)为对信号的起始位置非常敏感,即数字信号在时域(或空域)的微小移动会造成小波变换系数分布的极大变化。这一缺点在很大程度上限制了小波多尺度分析在图像处理领域的应用。为此 Xiong^[1] 仿造几何矩构造不变矩的方法得到了具有平移和尺度不变的平稳小波。本文在文献[1]的基础上,将图像变换到极坐标,采用方向能量函数确定图像主轴方位,并将其旋转到水平方向得到方向归一化图像。通过对图像的重整和小波基的位移、伸缩旋转,消除位移和尺度的影响,得到具有旋转、平移和尺度不变的平稳小波变换系数。采用基于旋转、平移和尺度不变平稳小波变换给出一种有效的图像去噪算法^[2],能够有效抑制图像中的各种噪声。

虽然众多学者提出了基于小波阈值的去噪算法,但是多数利用噪声的统计特性实现阈值去噪。在许多实际应用中,噪声的确切特性却是未知的^[3-4]。本文基于 Bayesian 阈值估计原理得到近似最优阈值方法与小波变换相结合,提出一种利用输入数据直接得到渐近最优阈值的图像去噪方法。由于小波变换对信号有能量“集中”的能力,能将信号的能量集中于小波变换域的少数系数上。为此,采用基于旋转、平移和尺度不变平稳小波变换对图像进行小波分解,利用所提出的去噪方法对分解后的各层子带进行处理,使各个子带分别收敛于其最大信噪比^[5]。

2 基于旋转、平移和尺度不变平稳小波变换

为了得到归一化图像,将图像从笛卡尔坐标系转化为极坐标系,计算图像的方向能量函数,对不同方向的能量函数进行比较,确定出图像主轴方位角。在笛卡尔坐标系中对图像进行旋转,使其主轴位于水平方向,得到角度归一化的图像。

对给定的离散图像(尺寸大小为 $M \times N$),将图像原点移至 $(M/2, N/2)$,根据式(1)确定极坐标径向分量 r 的取值范围 $[0, R]$,其中:

$$R = \lceil \sqrt{a^2 + b^2} \rceil \quad (1)$$

其中, $\lceil \cdot \rceil$ 表示取整运算; $a = \frac{M}{2}$; $b = \frac{N}{2}$ 。

根据式(2)所示极坐标与笛卡尔坐标关系可以得到图像的极坐标表示 $f(r, \theta)$:

$$\begin{cases} r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} \\ \theta_i = i\phi \\ \phi = \frac{\pi}{4} - \arctan\left(\frac{b-1}{a}\right) \end{cases} \quad (2)$$

其中, ϕ 为最大的采样角,在这里取:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) - \arctan\left(\frac{b-1}{a}\right) \quad (3)$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{b-1}{a}\right) - \arctan\left(\frac{b-2}{a}\right) \quad (4)$$

对式(3)、式(4)分别取正切函数得到:

$$\begin{aligned} \tan\alpha &= \tan\left(\arctan\left(\frac{b}{a}\right) - \arctan\left(\frac{b-1}{a}\right)\right) \\ &= \frac{\frac{b}{a} - \frac{b-1}{a}}{1 + \frac{b}{a} \cdot \frac{b-1}{a}} = \frac{a}{a^2 + b(b-1)} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \tan\beta &= \tan\left(\arctan\left(\frac{b-1}{a}\right) - \arctan\left(\frac{b-2}{a}\right)\right) \\ &= \frac{\frac{b-1}{a} - \frac{b-2}{a}}{1 + \frac{b-1}{a} \cdot \frac{b-2}{a}} = \frac{a}{a^2 + (b-2)(b-1)} \end{aligned} \quad (6)$$

由于 $(b-2) > 0$, 所以 $\tan\alpha < \tan\beta$, 可以得到 $\alpha < \beta$, 这样可以知道最大的存在最小冗余的采样角 ϕ , 超过这个采样角就会丢失原始图像的信息。这样图像就由笛卡尔坐标转换到了极坐标^[8]:

$$p(r, \theta_i) = f\left(\left\lfloor \frac{M}{2} \right\rfloor + \lfloor r \cos(i\phi) \rfloor, \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor + \lfloor r \sin(i\phi) \rfloor\right) \quad (7)$$

式中, $i = 0, \dots, K-1$, 其中, $K = 2\pi/\theta$; $r = 0, \dots, R-1$ 。

对于图像的极坐标灰度分布 $f(r, \theta)$, 平均能量分布函数为:

$$p(\theta_i) = \frac{1}{n_i} \sum_{r=0}^{R-1} f(r, \theta_i) \quad (0 \leq i < K) \quad (8)$$

计算极坐标图像在每个方向的平均能量分布,将这些能量信号排列成能量分布序列,然后将极坐标图像向右旋转,使得能量序列中的最大值元素在不变特征量中排在起始位置,若能量序列的最大值元素不唯一时,不变特征量中最大元素的序号之和必须最小。这样就消除了图像的方向差异,使得位于不同角度的图像得到了统一的表述方式。

对信号 $f(x, y)$ 而言,若 $f(x, y)$ 的多尺度分解和 $f(ax + b, cy + d)$ ($a, b > 0; c, d \in \mathbf{R}$) 的分解系数相

同,则小波分解是平移和尺度不变的。由于离散正交小波变换不具有平移和尺度不变性,因此 Xiong 根据信号的统计分布,对正交小波基函数进行位置、尺度变换,构造新的小波多尺度函数,得到具有平移和尺度不变性的平稳小波分解^[3]:

$$\phi_{j,k}^T(x,y) = \frac{2^{-j/2}}{\sqrt{\sigma_f}} \phi\left(2^{-j} \frac{x-\mu_f}{\sigma_f} - k, 2^{-j} \frac{y-\mu_f}{\sigma_f} - k\right) \quad (9)$$

$$\psi_{j,k}^T(x,y) = \frac{2^{-j/2}}{\sqrt{\sigma_f}} \psi\left(2^{-j} \frac{x-\mu_f}{\sigma_f} - k, 2^{-j} \frac{y-\mu_f}{\sigma_f} - k\right) \quad (10)$$

$$V_j^T = \overline{\text{span}\{\phi_{j,k}^T(x,y), k \in \mathbf{Z}\}} \quad (11)$$

$$W_j^T = \overline{\text{span}\{\psi_{j,k}^T(x,y), k \in \mathbf{Z}\}} \quad (12)$$

$\{V_j^T\}_{j \in \mathbf{Z}}$ 构成 $L^2(R)$ 的一个多尺度逼近,且 $V_{j+1}^T = V_j^T \oplus W_j^T$ 将信号 $f(x,y)$ 在 V_j^T 和 W_j^T 上作小波变换,得到一个具有旋转、平移和尺度不变的平稳小波变换。由于它是一种冗余小波变换,因而更适合于处理相关问题。在噪声预处理过程中,噪声大部分为相关噪声,因而采用具有旋转、平移和尺度不变的平稳小波变换更为合适。并且通过对图像重整和正交小波基的位移、伸缩变换,消除了位移和尺度的影响,为去除噪声提供了可靠、稳健的不变特性。

在基本的离散小波变换分解模块中采用两个“下采样”,我们分别采用奇数“下采样”和偶数“下采样”,并且,我们将奇数和偶数部分同时保留,这样就得到一层小波分解。一层一维平稳小波变换的滤波器组结构如图 1 所示。

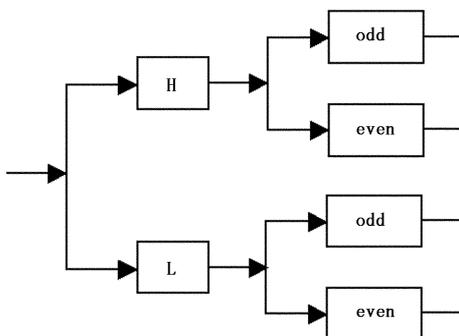


图 1 SSHRISWT 的一层一维分解方块图

信号经平稳小波变换时不对信号本身进行下采样处理,而是在每个滤波器系数间插入零值来实现滤波器的延展,变换后的逼近信号和细节信号长度都与原信号长度相同,可以有效地避免由于信号下采样但小波基不具有平移不变而造成重构信号产生 Gibbs 震荡的问题。

若正交小波滤波器 H, G 的滤波器系数分别为 h_j 和 g_j , 信号的多分辨率分析公式为:

$$\begin{cases} cA_{j+1} = h_j * cA_j \\ cD_{j+1} = g_j * cD_j \end{cases}$$

其中, h_j 和 g_j 分别为第 j 级尺度的分解滤波器组,近似系数 cA_j 、细节系数 cD_j 的长度与信号长度相同。

初始尺度为:

$$cA_0 = f[n] \quad h_0 = \text{Lo}_D \quad g_0 = \text{Hi}_D$$

按照滤波器组的观点,我们同时保留奇数和偶数“下采样”,对低频带进一步进行细分,得到两层平稳小波分解。对于逆运算,我们将奇数和偶数部分分别取逆,然后对结果取平均即可。

3 图像去噪

图像经过小波变换后,图像能量主要集中在低频子带图像上,而图像的加性随机噪声经过小波变换后,能量则分散在各个高频子带图像上。本文采用 Donoho 提出的阈值方法进行图像去噪,该方法认为信号对应的小波系数包含有信号的重要信息,其幅值较大,但是数目较少,而噪声对应的小波系数是一致分布的,个数较多,但是幅值较小。基于这一思想 Donoho 等人提出软阈值和硬阈值去噪方法,即在众多小波系数中把绝对值较小的系数置为零,而让绝对值较大的系数保留或收缩,分别对应于硬阈值和软阈值方法,得到估计小波系数 (estimated wavelet coefficients, EWC), 然后利用估计小波系数进行信号重构,即可达到去噪的目的。因此,可设定一个阈值,将绝对值大于阈值的小波系数当作噪声去除,这样来达到去除噪声的目的。在使用阈值去除噪声的过程中,关键的一步是阈值的设定,因为过大的阈值,会造成有用的高频信息丢失,使图像变得模糊;而过小的阈值,又会保留过多的噪声,使去噪效果不明显。

为了得到近似最优阈值来很好地消除图像中的噪声,关键是要获得最大信噪比的图像消噪阈值^[4],在文中采用基于 Bayesian 估计的自适应阈值方法,通过最小化 Bayesian 风险函数得到近似最优阈值。

S. G Chang 等基于 Bayesian 估计理论,假设小波系数服从 GGD (generalized gaussian distribution) 的条件下,得到一个阈值,该阈值与一些经典的阈值相比取得了更好的效果。根据均方误差最小 (mean square error, MSE) 的原则,在 Bayesian 理论框架下,假设小波系数服从广义高斯分布 (GGD)^[6], 即:

$$\text{GGD}_{\sigma_X, \beta}(X) = C(\sigma_X, \beta) \exp\{-[\alpha(\sigma_X, \beta)|X|]^\beta\} \quad (13)$$

$$\text{其中, } \alpha(\sigma_X, \beta) = \sigma_X \left[\frac{\Gamma(3/\beta)}{\Gamma(1/\beta)} \right]^{1/2} \quad (14)$$

$$C(\sigma_X, \beta) = \frac{\beta \cdot \alpha(\sigma_X, \beta)}{2\Gamma(1/\beta)} \quad (15)$$

$$\Gamma(t) = \int_0^\infty e^{-u} u^{t-1} du \quad (16)$$

其中, $\sigma_X > 0, \beta > 0$

对给定参数 σ_X, β , 找到一个使 Bayesian 风险 $r(T) = E(\hat{X} - X)^2$ 最小 (\hat{X} 为 X 的 Bayesian 估计) 的软阈值。

$$r(T) = E(\hat{X} - X)^2 = E_X E_{Y|X}(\hat{X} - X)^2 \quad (17)$$

其中, $\hat{X} = \eta_T(Y)$,

$$\eta_T(Y) = \text{sgn}(Y) \cdot \max(|Y| - T, 0)$$

$$Y|X \sim N(x, \sigma^2),$$

$$X \sim \text{GGD}_{\alpha_X, \beta}$$

最优阈值 T^* 表示为: $T^* = \arg \min_T (r(T))$ (18)

利用 Bayesian 风险来得到最优阈值:

$$\begin{aligned} r(T) &= E(\hat{X} - x)^2 = E_X E_{Y|X}(\hat{X} - x)^2 \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\eta_T(y) - x)^2 p(x) p(y|x) dy dx \\ &= \sigma^2 \omega\left(\frac{\sigma_X^2}{\sigma^2}, \frac{T}{\sigma}\right) \end{aligned} \quad (19)$$

其中:

$$\omega(\sigma_X^2, T) = \sigma_X^2 + 2(T^2 + 1 - \sigma_X^2) \bar{\phi}\left(\frac{T}{\sqrt{1 + \sigma_X^2}}\right) - 2T(1 + \sigma_X^2) \phi(T, 1 + \sigma_X^2) \quad (20)$$

$$\phi(x, \sigma^2) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\right) \exp(-x^2/2\sigma^2) \quad (21)$$

$$\bar{\phi} = \int_x^{+\infty} \phi(t, 1) dt \quad (22)$$

$$\text{最后得出最优阈值为: } T = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_X} \quad (23)$$

在阈值 T 中需要估计参数噪声方差 $\hat{\sigma}$ 和信号噪声方差 σ_X , 噪声方差的估计公式为:

$$\hat{\sigma} = \frac{\text{Median}(|Y_{ij}|)}{0.6745}, Y_{ij} \in \text{subband}HH_1 \quad (24)$$

而且

$$\sigma_Y^2 = \sigma_X^2 + \sigma^2 \quad (25)$$

又因为 σ_Y^2 可由式(26)估计:

$$\sigma_Y^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{i,j=1}^n Y_{ij}^2 \quad (26)$$

其中, $n \times n$ 为子带的大小。由式(22)和式(23)可以得到:

$$\hat{\sigma}_X = \sqrt{\max(\hat{\sigma}_Y^2 - \hat{\sigma}^2, 0)} \quad (27)$$

然而这样得到的阈值在每一个小波子带仅仅采用一个阈值, 在噪声主导的子带阈值偏大, 会除掉一

些重要的细节, 而在受噪声影响较小的子带阈值偏小, 保留了较多的噪声。针对这一不足, 提出了基于小波系数邻域 Bayesian 自适应阈值。

设 W 为 $K \times K$ 窗口, Y_{ij} 为噪声图像的小波系数, $\hat{\sigma}_{Y_{ij}}^2$ 为 (i, j) 处的方差估计值, 其中 $i, j = 1, 2, \dots, N$; K 为正奇数, 于是得到:

$$\hat{\sigma}_{Y_{ij}}^2 = \frac{1}{k^2} \sum_{m,n=1}^k Y_{mn}^2 * W \quad (28)$$

其中, Y_{mn} 是以 Y_{ij} 为中心的 $k \times k$ 的窗口矩阵; * 表示卷积。可以得到:

$$\hat{\sigma}_{X_{ij}} = \sqrt{\max(\hat{\sigma}_{Y_{ij}}^2 - \hat{\sigma}^2, 0)}$$

最后得到基于小波系数邻域 Bayesian 自适应阈值 T_{ij} :

$$\hat{\delta} = T_{ij} = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_{X_{ij}}} \quad (29)$$

M. Jansen 等人已经证明了当 $N \rightarrow \infty$ 时, 有下式成立^[7]:

$$\frac{\text{EMSE}(\hat{\delta})}{\text{EMSE}(\delta)} \downarrow 1 \quad (30)$$

由上述叙述可知, 基于旋转、平移和尺度不变平稳小波变换去除噪声的步骤如下:

Step1. 对观测信号进行基于旋转、平移和尺度不变平稳小波变换;

Step2. 利用 Bayesian 阈值估计求解渐近最优阈值 $\hat{\delta}$;

Step3. 利用“软阈值”法对各层的高频子带小波系数进行阈值化处理;

Step4. 进行基于旋转、平移和尺度不变平稳小波反变换, 得到去噪后的图像。

4 试验结果及结论

实验中采用具有 2 阶消失矩的 Daubechies 小波进行离散正交小波变换和基于旋转、平移和尺度不变平稳小波变换, 分解三层。对不同光照条件下的可见光图像分别加平稳不相关高斯白噪声和平稳相关高斯有色噪声, 采用 3 种方法对图像进行去噪。这 3 种方法分别是: 本文的基于旋转、平移和尺度不变平稳小波阈值去噪法、离散正交小波去噪法、经典的中值滤波法。

图 2 和图 7 为原始图像, 图 3 和图 8 为加入高斯噪声的图像, 图 4, 图 5, 图 6, 图 9, 图 10, 图 11 分别为使用不同的降噪方法进行降噪处理以后的图像。



图2 面目标原始图像



图3 加高斯噪声图像



图4 MF 降噪图像



图5 DWT 降噪图像



图6 SSRIW 降噪图像



图7 小目标原始图像



图8 加高斯噪声图像



图9 MF 降噪图像



图10 DWT 降噪图像



图11 SSRIW 降噪图像

从上面的实验结果可以看出,本文的基于 SS-RIW 的降噪方法,在有效去除图像中存在的加性高斯噪声的同时,又能抑制图像中的背景杂波,如图 6 和图 11 所示。与基于 DWT 的去噪方法相比,基于中值滤波方法的去噪效果较差,对背景杂波的抑制能力也较弱。而基于 SSIRW 的去噪方法,在噪声越强时,去噪效果的优越性越明显。而且有效地消除了图像的 Gibbs 效应。

为了进一步说明本算法的有效性,表 1 和表 2 给出了在各种噪声强度下的去噪前后的各种方法的峰值信噪比和均方误差。由表 1 和表 2 可知,基于 SSRIW 的去噪方法与 MF 去噪法相比,去噪后的均方误差明显减小;和 DWT 去噪方法相比去噪后的均方误差相对也较小。峰值信噪比相对于其他的两种方法都有显著的提高。这与前面的分析结果是一致的,都充分说明了本算法的优越性。

表 1 去高斯噪声前后的各种方法的均方误差

加噪图像	SSRIW 去噪法	DWT 去噪法	MF 去噪法
22.9674	12.9665	15.6989	20.5198
58.1742	32.1650	41.7266	49.4327
195.4920	134.6874	151.4111	172.8344
288.2523	187.7831	212.1034	224.2364

表 2 去高斯噪声前后的各种方法的峰值信噪比

加噪图像	MF 去噪法	DWT 去噪法	SSRIW 去噪法
15.6801	20.7831	23.9128	27.0594
10.8365	14.7762	17.3347	19.8830
8.5868	11.4214	14.0821	16.3274
7.1721	9.2193	12.1574	14.2330

从上面的结果我们能够看出,采用基于旋转、平移和尺度不变平稳小波变换,对图像进行小波分解,利用所提出的去噪方法对分解后的各层高频子带分别进行去噪处理,能够使各个子带分别收敛于其最大信噪比。实验结果表明,本文所提出的方法不但在去除图像中加性相关噪声方面优于基于离散正交小波变换的去噪法和传统的中值滤波方法,而且在去除加性高斯白噪声和乘性噪声方面也优于上述两种算法。能够获得很高的视觉质量和很好的性能指标,在有效滤除噪声的同时又能很好地保持图像的细节部分信息。并且对低信噪比的图像去噪时更能够体现其优越性,然而它的一个缺点就是相对于其他两种算法而言,计算量大大增加。

本文基于旋转、平移与尺度不变平稳小波变换与“Bayesian 阈值估计”原理成功的结合,由于旋转、平移与尺度不变平稳小波变换具有冗余性和平移不变性,能够有效消除图像重建时的“吉布斯”现象,使得去噪重建后图像的视觉质量大大提高。基于“Bayesian 阈值估计”原理在平稳小波域内设计去噪阈值估计器,能够在各个分辨率下分别获得渐进近似最优去噪阈值。算法在性能指标上和视觉质量上均优于基于离散正交的小波阈值去噪的方法和传统的中值滤波法。

参考文献:

- [1] Xiong H L, et al. A translation-and scale-invariant adaptive wavelet transform[J]. IEEE Trans. Image Processing, 2000,9(12):2100-2108.
- [2] Shift-invariant adaptive trigonometric decomposition [C]//Proc. 4th Eur. Conf. Speech, Communication, Technology, Madrid, Spain, Sept. 18-21, 1995:247-250.
- [3] Cohen I, Raz S, Malah D. Orthonormal shift-invariant adaptive local trigonometric decomposition [J]. Signal Process, 1997,57(1):245-267.
- [4] Pan Hong, Xia Liangzheng. Shape-based target recognition using wavelet neural network[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2008,23(1):27-34. (in Chinese)
潘泓,夏良正. 基于形状特征的小波神经网络目标识别方法[J]. 数据采集与处理, 2008,23(1):27-34.
- [5] Xiong Hui-lin, Zhang Tian-xu. An adaptive wavelet transform with translation and scale invariance[J]. Acta Electronica Sinica, 2000,20(2):147-151. (in Chinese)
熊惠霖,张天序. 具有平移和尺度不变性的自适应小波变换[J]. 电子学报, 2000,20(2):147-151.
- [6] Chen Hao, Wang Yan-jie. Research on image fusion algorithm based on laplacian pyramid transform[J]. Laser & Infrared, 2009,39(4):439-442. (in Chinese)
陈浩,王延杰. 基于拉普拉斯金字塔变换的图像融合算法研究[J]. 激光与红外, 2009,39(4):439-442.
- [7] Wang Jiang-an; Min Xiang-long. Research on algorithm of infrared background suppression for segmenting and detecting point target[J]. Laser & Infrared, 2008,38(11):1144-1148. (in Chinese)
王江安,闵祥龙,曹立辉. 红外背景抑制与点目标分割检测算法研究[J]. 激光与红外, 2008,38(11):1144-1148.
- [8] Krongold, Ramchandran. Frequency-shift-invariant orthonormal wavelet packet representations [J]. Signal Process, 1997,57(3):2579-2582.