

飞秒强激光的拉曼延迟克尔非线性效应研究

张立文, 张聚伟, 李娜, 张晓红
(河南科技大学电子信息工程学院, 河南 洛阳 471003)

摘要:飞秒强脉冲激光具有高功率、窄脉宽和宽光谱等特点,其在大气传输过程中涉及很多线性和非线性的物理机制,高阶效应对传输将产生一系列重要的影响。采用数值方法求解包含拉曼延迟响应的非线性传输方程,研究了与拉曼延迟响应时间相当的、具有几十飞秒脉宽的飞秒强激光大气传输中拉曼延迟克尔非线性效应引起的非线性折射率变化、自聚焦和光谱展宽特性。数值结果表明:拉曼延迟克尔非线性效应的存在使得非线性折射率的峰值减小并向脉冲尾部偏移,随着拉曼延迟响应所占比例的增加,这种现象越明显;轴上光强分布不再沿脉冲中心对称,自聚焦效应首先发生在脉冲的尾部,并且减弱了光束的非线性自聚焦效应;拉曼延迟克尔非线性效应引起的长波频谱增量成分大于短波频谱增量成分,使展宽后频谱中心发生了红移;初始脉宽 τ_0 越小,拉曼延迟响应对传输特性的影响越大。

关键词:飞秒强激光;拉曼延迟克尔非线性;数值方法;光谱展宽

中图分类号: O437 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1001-5078.2011.07.008

Study on Raman delayed Kerr nonlinearity of strong femtosecond laser pulses

ZHANG Li-wen, ZHANG Ju-wei, LI Na, ZHANG Xiao-hong

(College of Electronics and Information Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China)

Abstract: The propagation of strong femtosecond laser pulses, which have characteristics of high-power, short pulse-width and wide spectrum, involves many linear and nonlinear effects. So, higher-order effects have important impacts on the propagation. The nonlinear propagation equation with the delayed Raman Kerr response is solved numerically. In the article, the properties of nonlinear refractive index, self-focusing and spectrum broadening due to Raman delayed Kerr nonlinearity of strong femtosecond pulses propagating in atmosphere are studied. The pulse width is as short as tens of femtosecond, or as almost the Raman delayed Kerr response time. The numerical results show that Raman delayed Kerr nonlinearity lowers the maximal nonlinear refractive index, moves the peak value to the tail part of the pulse. These phenomenon become more obvious with the increase of Raman delayed Kerr nonlinearity. And it makes the distribution of on-axis intensity asymmetrical. The self-focusing occurs firstly in the trailing part of the pulse, which weakens the effect of self-focusing. Raman delayed Kerr nonlinearity also generates more frequency shifts to long wave than to short wave, which produces a red-shift to the center of broadening spectrum. The simulation results also indicate that the shorter the initial pulse width, the larger impact of Raman delayed response to the propagation.

Key words: intense femtosecond pulses; Raman delayed Kerr nonlinearity; numerical method; spectrum broadening

1 引言

随着优质激光晶体的出现和光脉冲压缩技术的发展,光脉冲宽度不断变窄,几十飞秒的高功率激光系统已经成为实验室常规设备。研究人员在飞秒强脉冲激光在大气传输过程中观察到了过去使用长脉冲激光所观察不到的许多现象,诸如自导成丝、太赫兹辐射、超连续光谱产生等有趣现象^[1-5]。这些传输特性在遥感探测、电子对抗和激光引雷等军事及工业领域存在着许多潜在的应用前景^[6-10],使得飞秒强脉冲激光大气传输的研究成为当今的一个极具吸引力的研究领域。

由于飞秒强脉冲激光具有高功率、窄脉宽和宽光谱等特点,其在大气传输过程中涉及很多线性和非线性的物理机制,高阶的非线性效应对传输将产生一系列重要的影响;超短强激光脉冲在大气中传输的物理机制与长激光脉冲完全不同,非线性折射率不再是一个常数,而是一个与激光脉冲脉宽相关的函数。引起这个非线性折射率变化的克尔非线性效应包括电学响应和分子拉曼响应,前者是束缚电子引起的,响应时间在几飞秒甚至更短,相对于整个脉冲宽度几乎是瞬时的;后者是大气中分子的拉曼转动或振动跃迁引起的,响应时间大约是70 fs^[11]。对于长脉冲,可近似为瞬时克尔非线性效应;然而对于飞秒量级脉宽的超短脉冲激光,当拉曼延迟响应时间和脉冲宽度的尺度相当时,高阶效应,即拉曼延迟克尔非线性效应对超短脉冲激光传输特性的影响就不可忽略^[11-14]。目前,人们在对超短脉冲激光在大气中传输特性研究中,通常假定克尔非线性效应是瞬时的^[15-16],或者依据脉宽为125 fs激光在大气中传输时的实验结果^[1,17-18];然而,大气分子的拉曼延迟克尔非线性效应对更短、甚至与拉曼延迟响应时间相当的具有几十飞秒脉宽的超短脉冲激光的传输特性的研究却非常少见。本文对包含拉曼延迟响应的非线性传输方程进行了数值求解,研究了与拉曼延迟响应时间相当的、具有几十飞秒脉宽的飞秒强激光大气传输中拉曼延迟克尔非线性效应引起的非线性折射率变化、自聚焦和光谱展宽等特性,并对结果进行分析和讨论。

2 物理模型

2.1 非线性传输方程

飞秒强激光脉冲的超短、超强特性,使其在大

气中传输的物理机制与长激光脉冲大气传输的物理机制完全不同,在传输过程中涉及诸多线性与非线性光学过程,包括衍射效应、色散效应、自聚焦、多光子电离等效应。考虑上述效应时,飞秒强激光脉冲大气传输物理模型可用非线性薛定谔方程描述^[2,14]:

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{i}{4} \nabla_{\perp}^2 u - iz_{R0} \frac{\beta_2}{2\tau_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + iz_{R0} n_2 k_0 I_0 g(t) u - iz_{R0} \frac{k_0}{2\rho_c} \rho_e u - z_{R0} \frac{\beta^{(n)} I_0^{n-1}}{2} |u|^{2n-2} u \quad (1)$$

式中, u, r, z, τ 分别用初始光强 $\sqrt{I_0}$,初始光束半径 r_0 ,瑞利衍射长度 z_{R0} ,初始脉宽 τ_0 进行归一化。其中, $z_{R0} = k_0 r_0^2 / 2$ 是瑞利衍射长度, $k_0 = 2\pi / \lambda_0$; $g(t)$ 是非线性克尔效应响应函数。等离子体中自由电子密度 ρ_e 满足关系: $\partial \rho_e / \partial \tau = \tau_0 \sigma^{(n)} I_0^n |u|^{2n} \rho_0$,这里 $\sigma^{(n)}$ 为 n 个光子的吸收系数。

对于中心波长为 $\lambda_0 = 800$ nm的激光,大气非线性折射率系数^[2,17] $n_2 = 4 \times 10^{-19}$ cm²/W,二阶色散系数^[1] $\beta_2 = 0.2$ fs²/cm,临界等离子体密度^[19] $\rho_c = 1.74 \times 10^{21}$ cm⁻³,中性原子密度^[2] $\rho_0 = 3 \times 10^{19}$ cm⁻³,多光子电离吸收光子数和吸收系数^[20] $n = 8, \beta^{(n)} = 3.1 \times 10^{-98}$ cm²ⁿ⁻³/Wⁿ⁻¹,多光子电离率^[19-20] $\sigma^{(n)} = 2.88 \times 10^{-99}$ s⁻¹ cm²ⁿ/Wⁿ。

2.2 克尔非线性效应响应函数

由于飞秒强激光脉冲的高强度、窄脉宽性质,产生克尔自聚焦效应的有效非线性折射率不再是一个常数,而是一个与激光脉冲脉宽相关的函数。因此,大气中脉冲克尔非线性效应响应函数 $g(t)$ 可写为:

$$g(t) = (1 - \alpha) |u|^2 + \alpha \int_{-\infty}^{\tau} R(\tau - \tau') |u(\tau')|^2 d\tau' \quad (2)$$

式(2)右边两项分别描述了瞬时响应和拉曼延迟响应。第一项是束缚电子引起的瞬时响应,不含时间;后者是空气中分子转动或振动拉曼引起的延迟响应,是时间的函数。其中 α 表示拉曼延迟响应对克尔效应所做的贡献。这里, $R(\tau)$ 是拉曼延迟响应函数^[1-2],满足下面关系式:

$$R(\tau) = \tau_k^{-1} e^{-\tau/\tau_k} \quad (3)$$

其中, $\tau_k = 70$ fs是大气分子的拉曼延迟响应时间。

由于空气分子的克尔非线性效应包含有瞬时响应和拉曼延迟响应,则非线性电极化效应产生的非

线性折射率 Δn_k 应包含瞬时响应引起的折射率 Δn_{kint} 和拉曼延迟响应引起的非线性折射率 Δn_{kRaman} , 即:

$$\Delta n_k(\tau) = n_2 I_0 (1 - \alpha) |u|^2 + n_2 I_0 \alpha \int_{-\infty}^{\tau} R(\tau - \tau') |u(\tau')|^2 d\tau' \quad (4)$$

非线性折射率变化不仅产生强烈的自聚焦效应,同时也引起激光场自相位调制,导致频谱展宽。脉冲在大气中传输的瞬时频谱变化为 $\Delta\omega = (\omega_0/c) \cdot \Delta n_k$, 结合式(4)可得非线性克尔效应引起的脉冲频谱增量:

$$\Delta\omega(\tau) = \left[n_2 I_0 (1 - \alpha) \frac{\partial |u|^2}{\partial \tau} + n_2 I_0 \alpha \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-\infty}^{\tau} R(\tau - \tau') |u(\tau')|^2 d\tau' \right] \frac{\omega_0 z}{c} \quad (5)$$

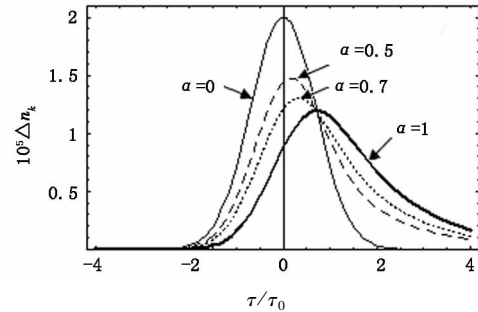
3 数值模拟与分析

设飞秒强激光脉冲初始场强具有高斯分布为 $u(z=0, r, \tau) = e^{-(r^2 + \tau^2)/2}$, 初始半径及脉宽为 $r_0 = 1 \text{ mm}, \tau_0 = 50 \text{ fs}$, 激光中心波长 $\lambda_0 = 800 \text{ nm}, I_0 = 4 \times 10^{13} \text{ W/cm}^2$, 其他参数如前所述。在不同的拉曼延迟响应条件下, 利用数值方法求解包含拉曼延迟响应的非线性传输方程, 并对数值模拟结果进行分析和讨论。

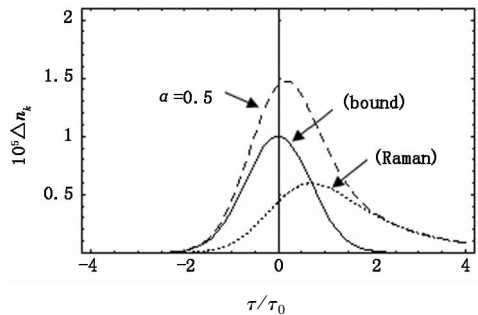
3.1 拉曼延迟响应影响下的非线性折射率

不同的拉曼延迟响应条件下 ($\alpha = 0, 0.5, 0.7, 1$), 克尔非线性效应对非线性折射率 Δn_k 的贡献如图 1(a) 所示。比较图 1(a) 中的曲线, 在只有瞬时响应 ($\alpha = 0$) 时, 克尔非线性效应引起的 Δn_k 是沿脉冲时间中心对称, 并且其大小正比于激光脉冲强度; 而在包含拉曼延迟响应时, 克尔非线性效应引起的折射率 Δn_k 变化曲线不再沿时间中心对称, 在 α 分别取 0.5, 0.7, 1 时, Δn_k 的峰值出现在距离脉冲时间中心的 0.169, 0.321 和 0.712 处, 对应的峰值分别为 1.47, 1.30 和 1.19 (大气中克尔非线性效应引起的折射率数量级在 10^{-5})。由此表明, 包含拉曼延迟响应时非线性克尔效应引起的折射率的峰值减小并向脉冲尾部偏移, 并且随着拉曼延迟响应所占比例的增加, 这种现象越明显。图 1(b) 给出了在 $\alpha = 0.5$ 时, 非线性克尔效应中瞬时响应成分和拉曼延迟响应成分分别对非线性折射率 Δn_k 的贡献。从图 1(b) 可以看出, 在脉冲的前部拉曼延迟响应成分引起的折射率大大小于瞬时响应引起的折射率, 从而使总的 Δn_k 曲线的前部上升沿比后部下降沿陡, 并

且拉曼延迟响应引起折射率的峰值减小并向脉冲尾部偏移, 而瞬时响应引起的折射率变化沿时间中心是对称的。



(a) 不同拉曼延迟响应条件下克尔非线性效应产生的非线性折射率变化



(b) 在 $\alpha = 0.5$ 时, 瞬时响应 (bound) 成分和拉曼延迟响应 (Raman) 成分分别对非线性折射率的贡献

图 1 非线性折射率变化及影响因素图

3.2 拉曼延迟响应影响下的自聚焦特性

对传输方程(1)、(2)和(3)进行数值计算, 瞬时响应 ($\alpha = 0$) 和包含拉曼延迟响应 ($\alpha = 0.5$) 两种情况下, 轴上归一化的光强分布沿传输方向的演化如图 2 所示, 其中图 2(a) ~ 图 2(c) 对应瞬时响应, 图 2(d) ~ 图 2(f) 为包含拉曼延迟响应。由图可以看出: 只考虑瞬时响应时, 如图 2(a) 所示, 在 $z = 0.15z_{R0}$ 时脉冲光束已发生自聚焦; 在 $z = 0.2z_{R0}$ 时脉冲光束进一步自聚焦, 在时域上已开始出现分叉现象, 且分叉沿脉冲中心对称, 脉冲前部和后部强度峰值一致; 随着进一步传输, 在 $z = 0.4z_{R0}$ 时这些现象更加明显, 且传输过程中光强沿时间中心对称。包含拉曼延迟响应 ($\alpha = 0.5$) 时, 在 $z = 0.15z_{R0}$ 时脉冲光束虽然也开始出现自聚焦, 但是光强明显小于 $\alpha = 0$ 时情况, 且光强分布不再沿时间中心对称, 光强峰值移向脉冲尾部; 在 $z = 0.2z_{R0}$ 时, 在时域上未出现明显分叉, 自聚焦首先发生在脉冲的尾部, 使脉冲尾部的光强峰值高于脉冲前部, 这与图 1 中非线性折射率变化趋势一致, 拉曼延迟响应使脉冲前部自聚焦效应弱于后部; 随着进一步传输, 在 $z =$

0.4 z_{R0} 时,脉冲开始分叉,如图2(f)所示,并与图2(c)比较,可以发现这时由于拉曼延迟响应的影响使脉冲前后光强峰值强度都有所降低,这说明拉曼延迟克尔效应也减弱了整个光束的自聚焦效应。这

些现象表明拉曼延迟克尔非线性效应使轴上光强分布不再沿脉冲中心对称,自聚焦效应首先发生在脉冲的尾部,并且降低了脉冲的光强峰值强度,减弱了光束的非线性自聚焦效应。

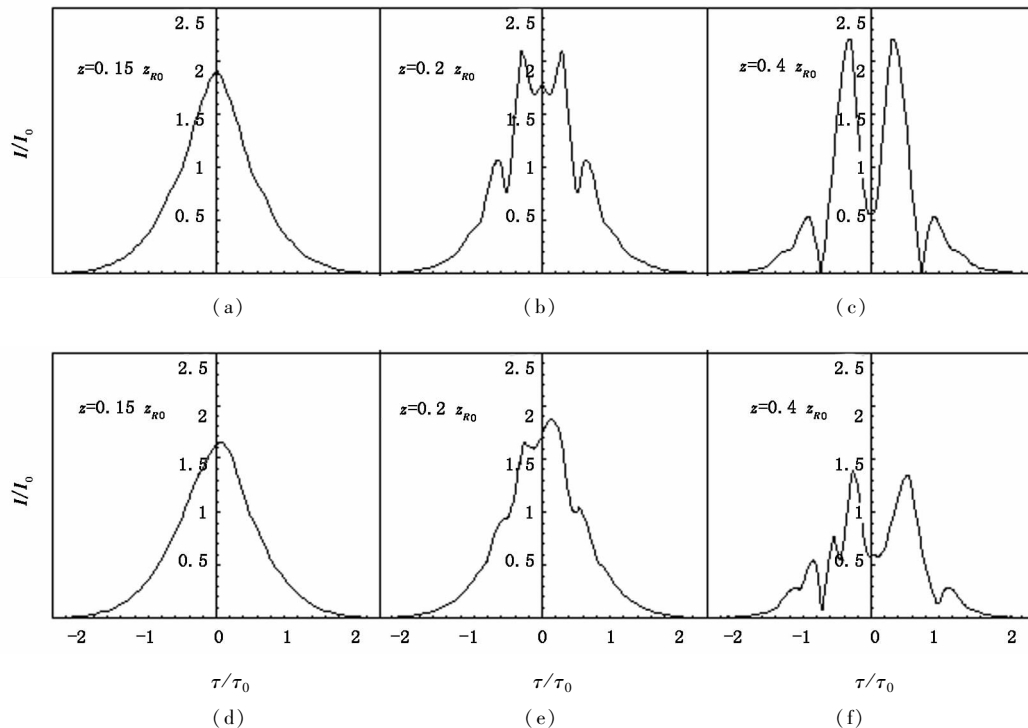
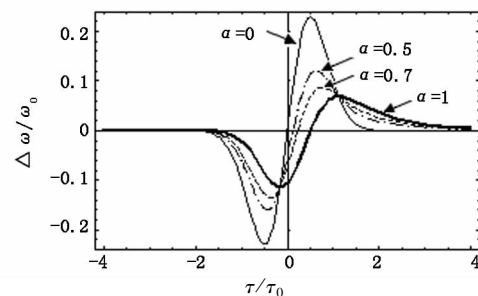


图2 轴上光强分布沿传输方向的演化

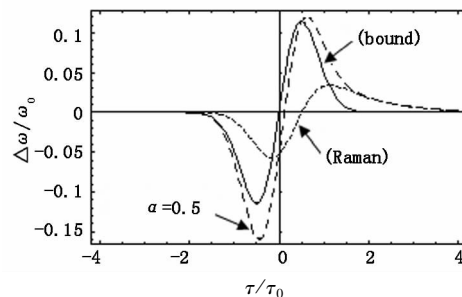
(a)~(c):瞬时响应($\alpha=0$), (d)~(f):包含拉曼延迟响应($\alpha=0.5$)

3.3 拉曼延迟响应影响下的光谱展宽特性

飞秒强激光在大气中传输时,克尔非线性效应引起非线性折射率的变化,由此产生的自相位调制作用将使频谱展宽。利用方程式(6),得到瞬时响应($\alpha=0$)和包含拉曼延迟响应($\alpha=0.5$)时,在 $z=0.15z_{R0}$ 处克尔非线性效应产生自相位调制引起的归一化频谱增量,如图3(a)所示。可以看出,对于瞬时响应和包含不同拉曼延迟响,都是在脉冲的前半部产生长波成分,后半部产生短波成分;但是包含拉曼延迟响应的情况下,其长波成分的增量大于短波成分的增量,使频谱的中心发生红移,随着拉曼延迟响应所占比例的增加,这种现象越明显。在 $\alpha=0.5$ 时瞬时响应成分和拉曼延迟响应成分各自对频谱增量的贡献,如图3(b)所示;图中频谱增量的曲线也进一步表明,瞬时响应时引起的频谱增量沿频谱中心是对称的,而拉曼延迟响应成分引起的频谱增量长波成分大于短波成分,频谱中心相对前者发生了红移。



(a)不同拉曼延迟响应条件下克尔非线性效应引起的频谱展宽变化



(b)在 $\alpha=0.5$ 时,瞬时响应(bound)成份和拉曼延迟响应(Raman)成份分别对频谱展宽的贡献

图3 频谱展宽及影响因素

为了进一步分析拉曼延迟克尔非线性效应对光谱展宽特性的影响,我们对包含不同拉曼延迟响应的非线性传输方程(2)进行数值计算,这里忽略电离和多光子吸收。图4(a)和图4(b)分别给出了在仅瞬时响应($\alpha=0$)和包含拉曼延迟响应($\alpha=0.5$)条件下飞秒强激光在大气中传输 $z=0.4z_{R0}$ 和 $z=z_{R0}$ 距离后产生的超连续光谱。与图4(a)中 $z=0$ 时的初始光谱相比,可以看出无论瞬时响应还是包含拉曼延迟响应,在非线性传输过程中频谱都被展宽,产生了远大于脉冲初始光谱的超连续光谱,并且随着传输距离的增加,频谱展宽量越大;在瞬时响应时,光谱的展宽沿初始入射光中心波长800 nm对称,但是包含拉曼延迟响应时,拉曼延迟克尔非线性引起的光谱展宽不再沿800 nm对称,在传输 $z=0.4z_{R0}$ 和 $z=z_{R0}$ 距离后,超连续光谱中心均向长波方向移动,分别在820 nm和845 nm附近,光谱中心发生了明显红移,与前面图3结果相符。

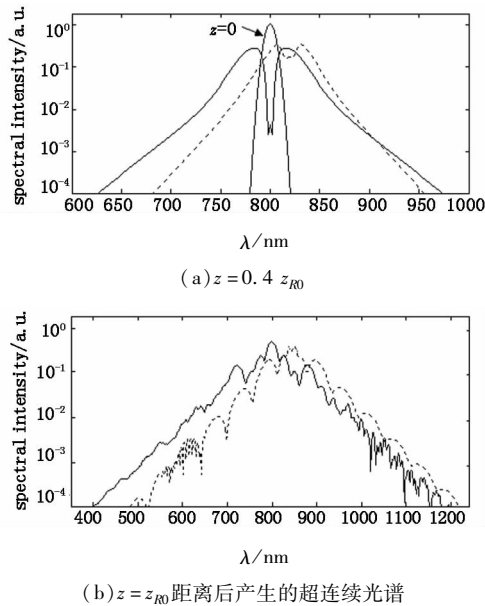


图4 在瞬时响应($\alpha=0$)和包含拉曼延迟响应($\alpha=0.5$)条件下飞秒强激光在大气中传输

3.4 不同初始脉宽 τ_0 下拉曼延迟响应的影响

大气中分子的拉曼转动或振动跃迁引起的响应时间大约是70 fs^[11]。为了分析初始脉宽 τ_0 对传输特性的影响,在所述其他参数不变的条件下, τ_0 分别为200 fs,50 fs,30 fs时,拉曼延迟响应引起的非线性折射率 Δn_{kRaman} 变化和克尔非线性效应引起的频谱展宽特性分别如图5(a)和图5(b)所示,这里假定 $\alpha=0.5$ 。由图5(a)可以看出,拉曼延迟响应引起的非线性折射率 Δn_{kRaman} 不再沿时间中心对称,随着 τ_0 的减小, Δn_{kRaman} 的峰值减小,并且峰值分别

出现在距离脉冲时间中心的0.159,0.645和0.715处。由此表明,拉曼延迟响应引起的非线性折射率 Δn_{kRaman} 的峰值减小并向脉冲尾部偏移,并且初始脉宽 τ_0 越小,这种现象越明显。比较图5(b)各曲线可以发现,不同初始脉宽 τ_0 条件下克尔非线性效应引起的频谱展宽都是在脉冲的前半部产生长波成分,后半部产生短波成分,但是频谱增量沿频谱中心不是对称的。 τ_0 分别为200 fs,50 fs,30 fs时,长波频谱展宽量相对于短波频谱展宽量分别增加了0.015,0.038,0.042,这进一步说明拉曼延迟响应使频谱中心发生了红移,并且初始脉宽 τ_0 越小,这种现象越明显。这些现象表明,初始脉宽 τ_0 在大气中分子的拉曼转动或振动跃迁引起的响应时间(70 fs)附近时,拉曼延迟响应的影响是初始脉宽 τ_0 为200 fs的2倍、甚至更高;随着初始脉宽 τ_0 的减小,拉曼延迟响应的影响不断增大,其对超短脉冲激光传输特性的影响就不可忽略。

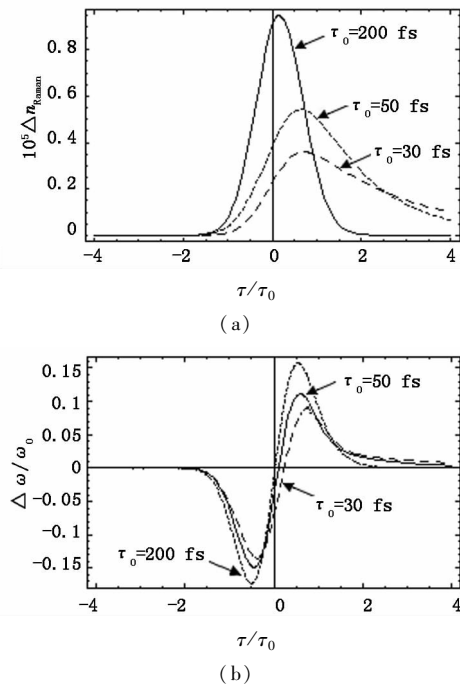


图5 在 $\alpha=0.5$ 时,(a)不同初始脉宽 τ_0 条件下拉曼延迟响应引起的非线性折射率 Δn_{kRaman} 变化 (b)不同初始脉宽 τ_0 条件下克尔非线性效应引起的频谱展宽变化

4 结论

利用数值方法求解包含拉曼延迟响应的非线性传输方程,研究了与拉曼延迟响应时间相当的、具有几十飞秒脉宽的超短飞秒强激光大气传输中拉曼延迟克尔非线性效应下的非线性折射率变化、自聚焦和光谱展宽等传输特性,并对结果进行分析和讨论。数值模拟结果表明,拉曼延迟克尔非线性效应使非

线性折射率不再沿时间中心对称,其峰值减小并向脉冲尾部偏移,并且随着拉曼延迟响应所占比例的增加,这种现象越明显。拉曼延迟克尔非线性效应使自聚焦效应首先发生在脉冲的尾部,并且降低了整个脉冲的光强峰值强度,从而减弱了整个脉冲光束的自聚焦效应。拉曼延迟克尔非线性效应引起的频谱增量中长波成分大于短波成分,使展宽后频谱中心向长波方向移动,产生红移。不同初始脉宽 τ_0 条件下数值结果也表明,初始脉宽 τ_0 越小,拉曼延迟响应对传输特性的影响越大。

参考文献:

- [1] S Tzortzakis, L Bergé, A Couairon, et al. Breakup and fusion of self-guided femtosecond light pulses in air [J]. *Phys Rev. Lett.*, 2001, 86(24): 5470 - 5473.
- [2] N Ak zbek, M Scalora, C M Bowden, et al. White-light continuum generation and filamentation during the propagation of ultra-short laser pulses in air [J]. *Opt. Commun.*, 2001, 191: 353 - 362.
- [3] Zhang liwen, Lin Chen, Xin Lin, et al. Backscattering enhanced characteristics of supercontinuum emission from a self-guided filament in air [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2008, 4(35): 519 - 523. (in Chinese)
张立文, 林晨, 辛立, 等. 空气中自导光丝超连续辐射后向散射增强特性 [J]. *中国激光*, 2008, 4(35): 519 - 523.
- [4] C D'Amico, Houard A, Franco M, et al. Coherent and incoherent radial THz radiation emission from femtosecond filaments in air [J]. *Opt. Express*, 2007, 15(23): 15274 - 15279.
- [5] Wang Runxuan. Numerical study of nonlinear propagation in photonic crystal fiber [J]. *Laser & Infrared*, 2009, 39(6): 622 - 625. (in Chinese)
王润轩. 光子晶体光纤中非线性传输的数值研究 [J]. *激光与红外*, 2009, 39(6): 622 - 625.
- [6] J Kasparian, M Rodriguez, G Mejean, et al. White-light filaments for atmospheric analysis [J]. *Science*, 2003, 301: 61 - 64.
- [7] G Mejepa, J Kasparian, E Salmon, et al. Towards a supercontinuum-based infrared lidar [J]. *Appl. Phys. B.*, 2003, 77: 357 - 359.
- [8] Zhang liwen, Lin Chen, Xin Lin, et al. New sensing system: white-light lidar [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2008, 20(10): 1603 - 1607. (in Chinese)
张立文, 林晨, 辛立, 等. 新型遥感探测系统——白光激光雷达 [J]. *强激光与粒子束*, 2008, 20(10): 1603 - 1607.
- [9] P Rairoux, H Schillinger, S Niedermeier, et al. Remote sensing of the atmosphere using ultrashort laser pulses [J]. *Appl. Phys. B.*, 2000, 71: 573 - 580.
- [10] Kasparian J, Ackermann R, André Y. -B, et al. Progress towards lightning control using lasers [J]. *J. European Optical Society*, 2008, 3: 08035 - 1 - 6.
- [12] J F Ripoche, G Grillon, B Prade, et al. Determination of the time dependence of n_2 in air [J]. *Opt. Commun.*, 1997, 135: 310 - 314.
- [13] A Couairon. Light bullets from femtosecond filamentation [J]. *Eur. Phys. J. D*, 2003, 27: 159 - 167.
- [14] M Nurhuda, E V Groesen. Effects of delayed nonlinearity and ionization on the filamentary ultrashort laser pulse in air [J]. *Phys. Rev. E*, 2005, 71: 066502.
- [15] P Sprangle, J R Penano, B Hafizi. Propagation of intense short laser pulse in the atmosphere [J]. *Phys. Rev. E.*, 2002, 66: 046418 - 1 - 21.
- [15] A Couairon, L Bergé. Modeling the filamentation of ultrashort pulses in ionizing media [J]. *Phys Plasma*, 2000, 7(1): 193 - 209.
- [16] S L Chin, N Ak zbek, A Proulx, et al. Transverse ring formation of a focused femtosecond laser pulse propagating in air [J]. *Opt. Commun.*, 2001, 188: 181 - 186.
- [17] E T J Nibbering, G Grillon, M A Franco, et al. Determination of the inertial contribution to the nonlinear refractive index of air, N_2 , and O_2 by use of unfocused high-intensity femtosecond laser pulses [J]. *J. Opt. Soc. Am. B.*, 1997, 14: 650 - 660.
- [18] A Couairon, S Tzortzakis, L Bergé, et al. Infrared femtosecond light filaments in air: simulations and experiments [J]. *J. Opt. Soc. Am. B.*, 2002, 19: 1117 - 1131.
- [19] Stéphanie Champeaux, Luc Bergé. Postionization regimes of femtosecond laser pulses self-channeling in air [J]. *Phys. Rev. E*, 2005, 71: 046604 - 1 - 10.
- [20] L Bergé, S Skupin, G Méjean, et al. Supercontinuum emission and enhanced self-guiding of infrared femtosecond filaments sustained by third-harmonic generation in air [J]. *Phys. Rev. E.*, 2005, 71: 016602 - 1 - 13.