

基于幅频特性曲线的光电经纬仪跟踪性能评价

张 宁, 沈湘衡

(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

摘 要:提出了一种测试光电经纬仪幅频特性曲线以及利用该特性曲线评价伺服控制系统跟踪性能的方法。论证了利用频率特性、传递函数、微分(或差分)方程描述同一个系统时所具有的等价关系,给出了利用光电经纬仪幅频特性曲线评价跟踪性能的意义和优势。描述了动态靶标连续调频运动模式下,光电经纬仪跟踪靶标目标时跟踪误差信号的WVD分布。通过分析跟踪误差的WVD分布可知跟踪误差信号为一系列谐波信号的叠加,因目前缺少准确分离该谐波信号的工具和算法,导致无法利用时频分析工具获取幅频特性曲线。因此提出采用间接方式利用线性调频信号测试光电经纬仪幅频特性曲线。最后给出了利用特性曲线评价光电经纬仪跟踪伺服系统性能的方法。

关键词:幅频特性曲线;解析信号;WVD分布;线性调频信号;包络

中图分类号:V556.5 **文献标识码:**A **DOI:**10.3969/j.issn.1001-5078.2011.07.018

Evaluating the tracking performance of photoelectric theodolite by using the amplitude frequency characteristic curve

ZHANG Ning, SHEN Xiang-heng

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, the Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

Abstract: A novel approach is proposed to evaluate the tracking performance of photoelectric theodolite by testing its amplitude frequency characteristic curve. A method of testing the amplitude frequency curve is also given. At first, this paper analyzes the equivalence relations of describing a system using frequency characteristic, transfer functions, and differential equations (difference equations). And then, the significance and the advantage of evaluating the tracking performance using the amplitude frequency characteristic curve of photoelectric theodolite are expatiated. The character of Wigner Ville distribution of tracking error which is gotten by tracking the optic dynamic target is described, when the frequency optic dynamic target is modulated continuously. The tracking error signal can be represented by a finite number of weighted sums for the base frequency harmonic and high harmonics, based on the characters of tracking error's WVD. However, because of the lack of the scientific means to separate the harmonic components accurately, it cannot test the frequency characteristic curves using the time-frequency distribution. In this case, an indirect approach that test the amplitude frequency characteristic curve of photoelectric theodolite by using the line frequency modulation (LFM) signal is introduced. At last, the tracking performance and characteristic of the photoelectric theodolite are analyzed based on the amplitude frequency characteristic curve.

Key words: amplitude frequency curve; analytic signal; Wigner Ville distribution (WVD); line frequency modulation (LFM) signals; envelope

1 引言

目前对光电经纬仪电视、红外跟踪伺服系统性能室内检测方法主要有光学动态靶标检测、等效正弦引导检测两种方法^[1]。动态靶标并不能完全有效评价光电经纬仪的跟踪性能^[2]。等效正弦法被认为是一种理想测试方法,而目前没有设备可以产生符合检测要求的等效正弦信号,通常利用计算机引导实现。

为了利用动态靶标装置实现光电经纬仪跟踪性能等效正弦评价方法,文献[3]、[4]中提出了光电经纬仪跟踪误差等效模型、跟踪误差系统的概念和动态靶标连续调频运动模式,以及通过系统辨识获取光电经纬仪跟踪误差等效模型间接实现等效正弦评价的方法。

根据经典的控制理论,微分方程、传递函数、频率特性均可以表征系统的运动规律,并且它们之间可以相互转化,之间的描述关系可用图1说明。

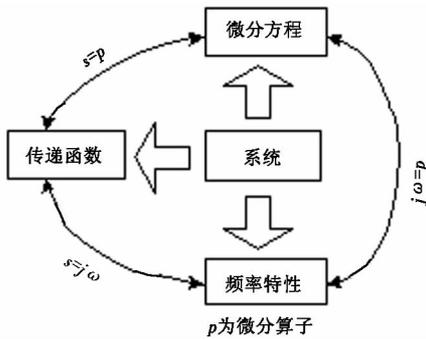


图1 频率特性、传递函数和微分(或差分)方程三种系统描述之间的关系

Fig.1 the relationship of describing a system using frequency characteristics, transfer function and differential equations (difference equations)

据此,如果测出光电经纬仪的幅频特性曲线,那么就可以在频域完成对光电经纬仪跟踪性能^[5]的评价,进而能够测试设备的整机特性,而现在评价方法不能真实反映设备的工作状态和极限工作能力。因此,采用测试光电经纬仪幅频特性曲线来对跟踪性能评价的方法具有非常重要的意义。

本文通过 Hilbert 变换和 Wigner-Ville 分布分析了动态靶标调频信号以及跟踪误差系统输出信号的时频特性,通过时频特性得出了调频信号构成和在频率特性分析方面的不足。然后通过最小二乘法以间接方式测试了某光电经纬仪跟踪误差系统幅频特性曲线,给出了评价结论。最后给出了利用幅频特性曲线评价跟踪误差系统性能的方法和意义,目前测试方法的缺陷,以及该方法投入实际使用还需要做的工作。

2 动态靶标调频信号及跟踪输出的解析信号

为了充分激发电光经纬仪的动态特性,动态靶标需要采用连续调频运动模型。图2是动态靶标与光电经纬仪空间运动关系。由球面三角定理可得方位角 A 、俯仰角 E 将随 $\theta = \omega t$ 按式(1)、(2)变化,式中 $a = 22.5^\circ, b = 42.5^\circ$ 。本文提出的连续调频运动模型就是动态靶标在运动过程中使 ω 按照线性增加的规律变化,如按式(8)变化。 α 和 β 为常数,根据被检设备的动态特性设定^[6]。

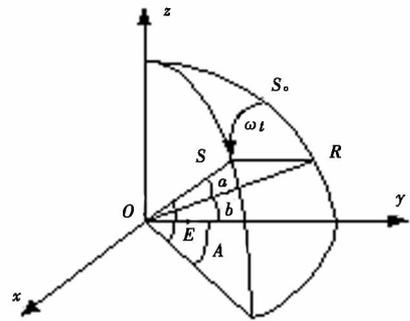


图2 动态靶标与光电经纬仪空间运动关系图

Fig.2 the space relation between dynamic target and theodolite

$$E = \arcsin(\cos a \sin b + \sin a \cos b \cos \theta) \quad (1)$$

$$A = \arcsin\left(\frac{\sin a \sin \theta}{\cos E}\right) \quad (2)$$

$$\omega = \alpha + \beta t \quad (3)$$

利用动态靶标产生连续调频运动目标对某光电经纬仪进行持续激励测试,得到的动态靶标运动模型并按式(2)计算得到的方位角和光电经纬仪方位跟踪误差,结果如图3所示。此时 α 为 0.2513, β 为 0.0019。

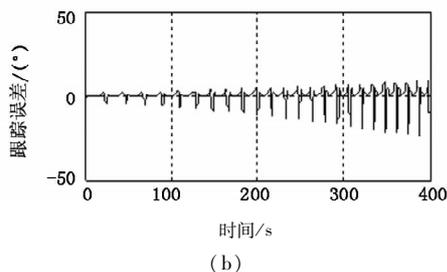
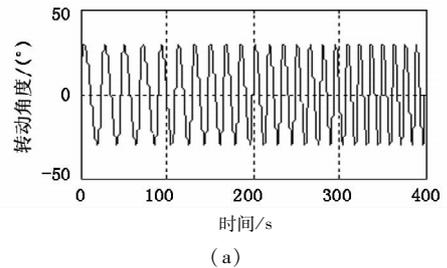


图3 方位角连续调频信号(a)和相应跟踪误差(b)

Fig.3 azimuth a with continuous FM (frequency modulation) (a) and relevant tracking error curve (b)

2.1 实信号的 Hilbert 变换及解析信号构成

上面得到的信号为实信号,而在时频分析过程中需要将其转换为复信号后进行数学表示与解析。复信号采用实部和虚部两路信号来表示,其中常用的是解析信号(analytic signal)。

对于一个连续的实信号 $x(t)$,构造解析信号 $z(t)$ 最简单的方法就是利用给定的实信号作为实部,再另外构造一个“虚拟信号” $\hat{x}(t)$ 作为虚部,即可表示成如下形式:

$$z(t) = x(t) + j\hat{x}(t)$$

构造虚部的方法目前主要通过 Hilbert 变换完成的。

对于一个连续时间信号 $x(t)$,其 Hilbert 变换表述为:

$$\hat{x}(t) = x(t) * \frac{1}{\pi t} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (4)$$

式中,*表示卷积运算。

2.2 解析信号测试

下面根据计算解析信号的方法给出动态靶标连续调频运动模式时靶标目标方位角的解析信号,并绘制图形分别如图 4、图 5 所示,实部和虚部放在同一张图中以便于对比。

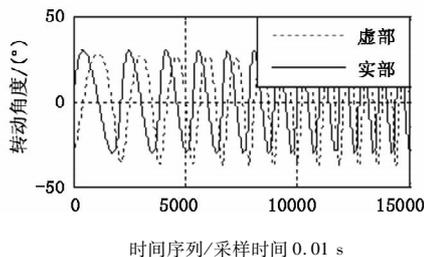


图 4 方位角连续调频信号解析

Fig. 4 analytic signal of azimuth A with continuous frequency modulation

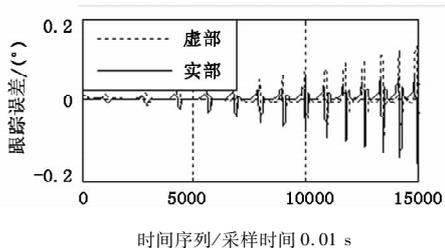


图 5 跟踪误差系统输出信号解析

Fig. 5 analytic signal of tracking error curve

3 信号时频特性分析

这一小节利用 Wigner-Ville 分布^[7]对动态靶标连续调频信号、相应跟踪误差系统输出信号的解析信号时频特性进行分析。

解析信号 $z(t)$ 的 Wigner-Ville 分布定义为:

$$WVD_z(t, \omega) = \int z(t + \frac{\tau}{2}) z^*(t - \frac{\tau}{2}) e^{j\omega\tau} d\tau \quad (5)$$

设 $z(t) = A_0 e^{j(\frac{m_0 t^2}{2} + \omega_0 t)}$ 是一个具有恒定幅值的线性调频信号(LFM),得到 $z(t)$ 的 Wigner-Ville 分布:

$$\begin{aligned} WVD_z(t, \omega) &= \\ A_0^2 \int e^{jm_0(t + \frac{\tau}{2})^2/2 + j\omega_0(t + \frac{\tau}{2}) - jm_0(t - \frac{\tau}{2})^2/2 - j\omega_0(t - \frac{\tau}{2})} e^{-j\omega\tau} d\tau &= \\ A_0^2 \int e^{j(m_0 t + \omega_0)\tau} e^{-j\omega\tau} d\tau &= 2\pi A_0^2 \delta(\omega - m_0 t - \omega_0) \end{aligned} \quad (6)$$

根据式(6)给出的 Wigner-Ville 分布的定义,当信号有多个分量时,不同分量之间会因相互作用产生不必要的干扰项,称为交叉项^[8]。

由于动态靶标连续调频信号是多分量信号,利用 Wigner-Ville 分布对其进行时频分析时不能避免交叉项干扰。

根据上文得到解析信号的 Wigner-Ville 分布来说明信号的时频特性,等高线图和三维图分别如图 6~图 9 所示。

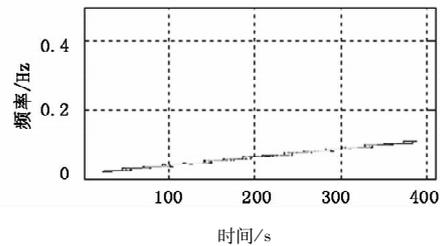


图 6 方位角调频信号 WVD 等高线图

Fig. 6 two dimensional contour line map of wigner ville distribution of azimuth a with frequency modulation

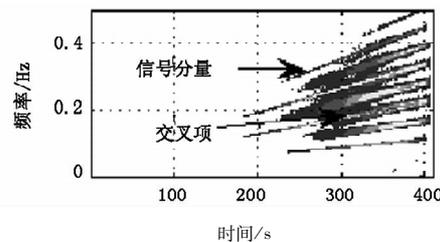


图 7 跟踪误差系统跟踪调频信号输出 WVD 等高线图

Fig. 7 two dimensional contour line map of wigner ville distribution of tracking error curve

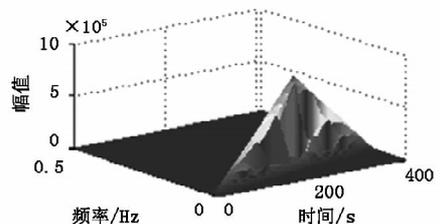


图 8 方位角调频信号 WVD 三维图

Fig. 8 three-dimension graph of wigner ville distribution of azimuth a with frequency modulation

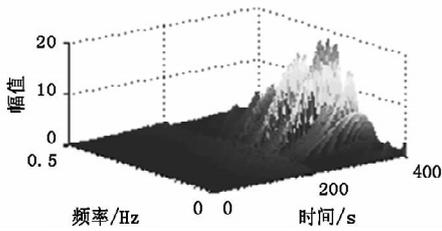


图9 跟踪误差系统跟踪调频信号输出 WVD 三维图
Fig.9 three-dimension graph of wigner ville distribution of tracking error curve

动态靶标连续调频信号各分量中以基波分量为主,占能量的绝大部分,决定了信号的主要特征。从图7、图9中明显的可以看出调频信号输出各分量的时频分布,但是它们之间又存在着严重的交叉现象,使得各分量信号的分离变得十分困难。交叉项也使WVD成为量化评价的主要障碍,仅可用于信号定性分析。

4 跟踪误差系统幅频特性分析

对一个传递函数为 $G(j\omega)$ 且已知的系统的幅频特性函数表述为:

$$\Omega(\omega) = |G(j\omega)| \quad (7)$$

由于光电经纬仪的传递函数不能准确测出,所以采用式(7)计算方式将会失效。然而幅频特性又可以定义为:谐波输入下,系统输出响应与输入同频率的谐波分量的幅值之比。对于线性时不变系统,谐波信号的输出与输入频率相同,于是幅频特性又进一步表述为系统输出与输入信号包络值之比。

对于幅值、频率固定的信号,幅频特性函数值为一个常数,但是当输入信号的频率变化时,输出信号的幅值随之变化。利用这个特性可以用于光电经纬仪跟踪性能的评价,而评价的前提是准确测出光电经纬仪跟踪误差系统的幅频特性曲线。

4.1 幅频特性曲线提取

根据第3节分析,动态靶标连续调频信号为多分量正弦信号的叠加,而现有的信号处理方法还很难准确分离各分量信号,从而导致光电经纬仪跟踪误差系统幅频特性曲线的提取变得非常困难。文中采用了间接方式来实现的。首先采用文献[3]中方法辨识得到光电经纬仪跟踪误差等效模型,然后设计线性调频信号(LFM)输入到模型得到模型输出,进一步利用最小二乘法计算出光电经纬仪等效误差输出的幅频特性曲线,用以完成评价。

下面简要介绍系统辨识法得到光电经纬仪跟踪误差等效的原理和方法。

根据系统辨识原理,可以将待辨识的光电经纬

仪跟踪伺服系统看作“黑盒”,只考虑过程的输入输出,而不强调内部结构,则跟踪误差等效模型的“黑盒”如图10所示。输入 $r(k)$ 是光电经纬仪跟踪的目标信号,输出 $e(k)$ 相应的跟踪误差,输入输出均可测。跟踪过程的输出除了受输入的作用之外,还有其他一些不定因素的影响,统一等效为附加噪声 $n(k)$ [9]。

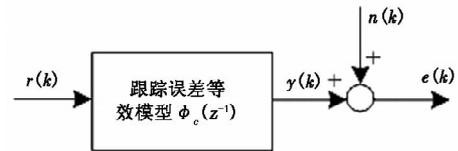


图10 跟踪误差“黑盒”等效模型

Fig.10 equivalent “Block box” model of tracking error

跟踪误差等效模型可以写为:

$$e(k) = \Phi_e(z^{-1})r(k) + n(k) \quad (8)$$

进一步将式(8)写成最小二乘格式:

$$e(k) = h^T(k)\psi + n(k) \quad (9)$$

$$\text{式中, } \begin{cases} h(k) = [r(k-1), \dots, r(k-n)]^T \\ \psi = [d_1, d_2, \dots, d_n]^T \end{cases}$$

其中, $r(k-1), \dots, r(k-n)$ 为输入目标信号的延迟, d_1, \dots, d_n 为等效模型待辨识系数,个数为 n 。

根据图2中的数据,对某型号光电经纬仪进行跟踪误差等效模型辨识。等效模型采用15阶FIR结构。辨识系数如表1所示。详细的辨识方法参考文献[3],不再详述。

表1 等效模型系数

Tab.1 Parameters of equivalent model

n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
n_6	n_7	n_8	n_9	n_{10}
n_{11}	n_{12}	n_{13}	n_{14}	n_{15}
1.1952	-6.9144	19.8411	-38.8366	58.9040
-73.3995	77.5011	-70.4568	55.3340	-37.2316
21.0072	-9.5626	3.2881	-0.7563	0.0870

在验证该模型的准确性满足光电经纬仪跟踪性能指标要求之后,即认为建立起准确的等效模型[10]。然后对输入的线性调频信号(LFM)[11]进行设计。

LFM信号在时域上可以表述为:

$$s(t) = A \sin((\alpha + \beta t)t), 0 \leq t \leq T \quad (10)$$

式中, α 为信号的包络; β 为信号的线性调频斜率; A 为信号的幅度值; T 为信号持续时间。LFM信号参数设置为 $\alpha = 0.2513, \beta = 0.0019, A = 30^\circ$, 信号持续时间500s。将信号输入到等效模型中,得到等效跟踪误差输出,如图10、图11所示。

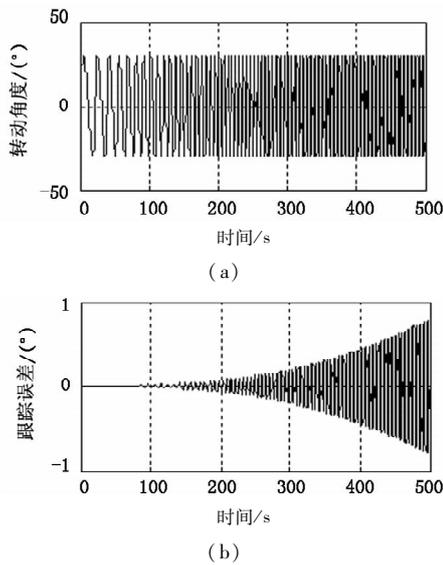


图 11 线性调频信号(a)和相应等效跟踪误差输出(b)
Fig. 11 line frequency modulation (LFM) signals (a) and relevant tracking error (b)

LFM 信号幅值为常数,频率随着时间线性变化,包络线为水平直线。LFM 信号的跟踪误差系统输出包络需要进行提取。利用 Hilbert 幅值解调法得到了信号上包络如图 12 所示。此时包络的两端出现了幅度较大的跳动,将图 12 局部放大,即可清晰的发现其波动,如图 13 所示。波动出现的原因主要是 Hilbert 变换的端点效应,波动将会给包络信号的多项式拟合带来误差。

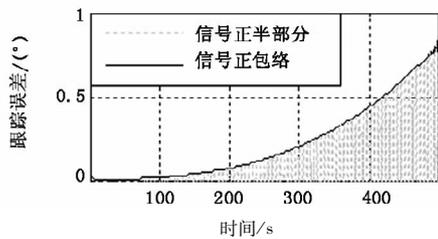


图 12 跟踪误差曲线的正半部分及上包络
Fig. 12 up-half signal and the up-envelope of tracking error curve

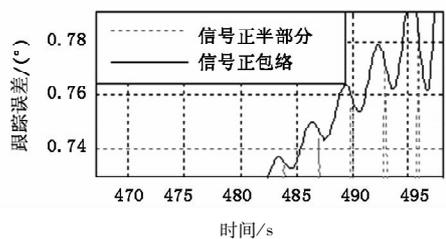


图 13 跟踪误差曲线的正半部分及上包络局部
Fig. 13 the up-half signal and the up-envelope of tracking error curve

然而可以利用信号包络的定义,直接找出曲线的正负极值,然后利用最小二乘法分别拟合正负极值的曲线,在得到包络曲线的同时又可得到包络的拟合表达式。

观察图 12 的包络线,是一个关于时间 t 的单调递增的非线性函数。此时采用多项式形式拟合,设多项式次数为 n ,拟合数据个数 N ,并且 $N > n + 1$,多项式形式为:

$$y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_n t^n \quad (11)$$

采用最小二乘法进行曲线拟合,也就是利用最小二乘法计算多项式的未知系数 $a = [a_0, a_1, \dots, a_n]^T$ 。根据最小二乘法,误差定义为:

$$e_i = Y_i - y_i = Y_i - a_0 - a_1 t_i - a_2 t_i^2 - \dots - a_n t_i^n \quad (12)$$

式中, Y_i 表示对应 t_i 时刻的测试数据。然后,计算式(12)的平方和的最小值:

$$S = \sum_{i=1}^N e_i^2 = \sum_{i=1}^N (Y_i - a_0 - a_1 t_i - a_2 t_i^2 - \dots - a_n t_i^n)^2 \quad (13)$$

分别对 S 求 a_0, a_1, \dots, a_n 的偏导数 $\partial S / \partial a_0, \partial S / \partial a_1, \dots, \partial S / \partial a_n$,并令其为零,可得到 $(N + 1)$ 个方程,将方程整理得:

$$\begin{aligned} a_0 N + a_1 \sum t_i + a_2 \sum t_i^2 + \dots + a_n \sum t_i^n &= \sum Y_i \\ a_0 \sum t_i + a_1 \sum t_i^2 + a_2 \sum t_i^3 + \dots + a_n \sum t_i^{n+1} &= \sum t_i Y_i \\ &\vdots \\ a_0 \sum t_i^n + a_1 \sum t_i^{n+1} + a_2 \sum t_i^{n+2} + \dots + a_n \sum t_i^{2n} &= \sum t_i^n Y_i \end{aligned}$$

然后整理成矩阵形式为:

$$\begin{bmatrix} N & \sum t_i & \sum t_i^2 & \sum t_i^3 & \dots & \sum t_i^n \\ \sum t_i & \sum t_i^2 & \sum t_i^3 & \sum t_i^4 & \dots & \sum t_i^{n+1} \\ \sum t_i^2 & \sum t_i^3 & \sum t_i^4 & \sum t_i^5 & \dots & \sum t_i^{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum t_i^n & \sum t_i^{n+1} & \sum t_i^{n+2} & \sum t_i^{n+3} & \dots & \sum t_i^{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum Y_i \\ \sum t_i Y_i \\ \sum t_i^2 Y_i \\ \vdots \\ \sum t_i^n Y_i \end{bmatrix} \quad (14)$$

为简化表示,式(13)、(14)的所有求和变量都是从 1 到 N 。式(14)用矩阵向量表示为:

$$Ba = W \quad (15)$$

式中,可以采用高斯消去法求解系数 $a = [a_0, a_1, \dots, a_n]^T$ 。对于系数的个数,经验证当 $n = 5$ 时,就可很好地拟合出包络曲线,此时多项式系数如表 2 所示。

表 2 包络曲线拟合多项式系数

Tab. 2 the fitting polynomial of envelope curve

a_0	a_1	a_2
a_3	a_4	a_5
0.0072	-1.4187×10^{-4}	2.9022×10^{-6}
-7.6023×10^{-9}	3.0517×10^{-11}	-2.3098×10^{-14}

此时拟合得到的信号上包络曲线如图 14 所示。

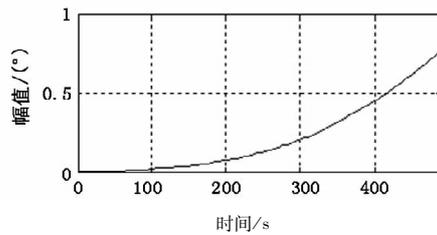


图 14 跟踪误差输出的正包络曲线

Fig. 14 the up-envelope of tracking error curve

曲线拟合多项式是一个关于时间的函数:

$$y(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_5 t^5 \quad (16)$$

LFM 信号中, $\sigma = 0.2513$, $\beta = 0.0019$ 为常数。

则 $t = \frac{\omega - \alpha}{\beta}$, 并将 t 带入式(16)中, 得到包络关于角频率 ω 的函数。如果将该函数与输入信号的幅值作比值, 即可得到光电经纬仪跟踪误差系统的幅频特性拟合多项式:

$$\Omega(\omega) = b_0 + b_1 \omega + b_2 \omega^2 + \dots + b_5 \omega^5 \quad (17)$$

此时, 式(17)的系数如表 3 所示。

表 3 幅频特性曲线拟合多项式系数

Tab. 3 the fitting polynomial of amplitude frequency characteristic curve

b_0	b_1	b_2
0.0018	-0.0150	0.0470
-0.0720	0.0640	-0.0184

跟踪误差系统的幅频特性曲线如图 15 所示。

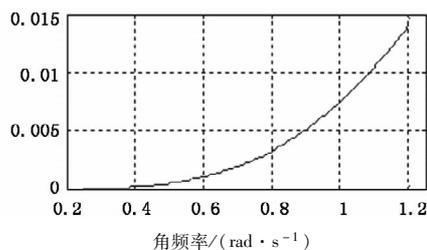


图 15 跟踪误差系统幅频特性曲线

Fig. 15 the amplitude frequency characteristic curve of tracking error system

4.2 基于幅频特性曲线的跟踪性能评价

从图 15 可以看到, 测出的光电经纬仪跟踪误差系统的幅频特性曲线近似呈指数形式且单调递增, 并且角频率与幅频特性函数值一一对应。光电经纬仪跟踪伺服控制系统通常被设计成 I 型系统, 根据经典控制原理知识, 可知测试得到的跟踪误差系统幅频特性曲线与实际相吻合。并且跟踪误差随着输入信号频率的增大而增大, 同是也反映了目前常采

用的等效正弦法对光电经纬仪跟踪性能进行评价在一定程度上具有合理性。但是频率特性曲线测试法的最重要优势在于可以给出光电经纬仪伺服系统在整个工作频率段内的工作状态, 特别是极限工作状态。

现在主要问题是根据现有的技术和设备, 在实验室环境下还没有办法完成对设备的实际测试。主要困难有以下两个方面:

(a) 没有产生用于光电经纬仪跟踪测试的 LFM 信号的装置;

(b) 虽然在动态靶标上实现了连续调频运动方式, 但是此时是 LFM 谐波信号的加权。对于调频信号的加权, 目前还没有很好的 LFM 谐波信号提取分解方法。

目前关键问题是缺少实验室内准确测试曲线的方法和装置, 这也是以后研究的重点。

5 结论

文中分析了现有光电经纬仪跟踪性能评价方法的不足, 在此基础上提出通过测试光电经纬仪跟踪误差系统幅频特性曲线的方法评价跟踪性能。根据测试幅频特性曲线的需要, 给出了输入输出信号的解析信号, 并对信号做了时频分析, 得出了信号是多分量信号叠加从而影响幅频特性曲线计算的结论。然后采用最小二乘曲线拟合的方式间接的计算出了光电经纬仪跟踪误差系统的幅频特性曲线, 并给出了用于跟踪性能评价的结论以及目前在实验室环境下实际应用的困难和研究方向。

参考文献:

- [1] He Zh C. Photoelectricity measure [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2002. (in Chinese)
何照才. 光电测量 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.
- [2] Wang J L. Study on TV tracking system of O-theodolite to track and acquire fast moving targets [D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2002. (in Chinese)
王建立. 光电经纬仪电视跟踪伺服系统捕获跟踪快速运动目标技术的研究 [D]. 长春: 长春光机所, 2002.
- [3] Zhang N, Shen X H, Yang L. Evaluation of tracking performance of photoelectric theodolite using equivalent model of tracking error [J]. Opt. Precision Eng., 2010, 18(3): 677-684. (in Chinese)
张宁, 沈湘衡, 杨亮. 应用跟踪误差等效模型评价光电经纬仪跟踪性能 [J]. 光学精密工程, 2010, 18(3):

- 677 - 684.
- [4] Zhang N, Shen X H, Yang L, et al. Evaluation of tracking performance of photoelectric theodolite by using harmonic property of dynamic target [J]. Opt. Precision Eng., 2010, 18(6): 1286 - 1294. (in Chinese)
张宁, 沈湘衡, 杨亮, 等. 利用动态靶标谐波特性评价光电经纬仪的跟踪性能[J]. 光学 精密工程, 2010, 18(6): 1286 - 1294.
- [5] Li Kai, Yao Hongpin. Study on capture process control technology of opto-electronic tracker [J]. Laser & Infrared, 2009, 39(5): 518 - 520. (in Chinese)
李楷, 姚红萍. 光电跟踪仪目标捕获过程控制技术研究[J]. 激光与红外, 2009, 39(5): 518 - 520.
- [6] Zhang B, He G X, Shen X H. Calibration of programmable dynamic target [J]. Opt. Precision Eng., 2003, 11(2): 176 - 180. (in Chinese)
张波, 贺庚贤, 沈湘衡. 可编程动态旋转靶标标定方法[J]. 光学 精密工程, 2003, 11(2): 176 - 180.
- [7] Shi Qian, Dapang Chen. Decomposition of the wigner-ville distribution and time-frequency distribution series [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(10): 2836 - 2842.
- [8] Skay, F G Boudreaux-Bartels. On the optimality of the Winger distribution for detection [J]. Proc. ICASSP'85, 1985: 1017 - 1020.
- [9] Wang Tao, Tang Jie, Song Liwe. Harmonic frequency analysis for the azimuthal component of a large-sized intimate [J]. Laser & Infrared, 2010, 40(10): 1093 - 1095. (in Chinese)
王涛, 唐杰, 宋立维. 某经纬仪方位谐振频率分析[J]. 激光与红外, 2010, 40(10): 1093 - 1095.
- [10] Ding F, Yang H Zh, Ji Zh Ch. Time-varying system identification methods and convergence theorems [J]. Journal of Southern Yangtze University: Natural Science Edition, 2006, 5(1): 115 - 126. (in Chinese)
丁峰, 杨慧中, 纪志成. 时变系统辨识方法及其收敛定理[J]. 江南大学学报: 自然科学版, 2006, 5(1): 115 - 126.
- [11] O Akay, G F Boudreaux-Bartels. Fractional convolution and correlation via operator methods and an application to detection of linear FM signals [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2001, 49(5): 979 - 993.