

小波变换算法在脉冲激光测距中的应用

黄 钊, 顾国华, 何伟基, 徐 伟
(南京理工大学电光学院, 江苏 南京 210094)

摘 要:从原理上分析了小波变换算法检测信号奇异点的可行性,介绍了 Mallat 算法及其改进、小波基的选取等内容,并给出了算法的实现步骤,还通过实验现象和数据分析证明,该算法可应用于高精度脉冲激光测距中。

关键词:小波变换;模极大值;算法;脉冲激光测距

中图分类号:TN249 **文献标识码:**A **DOI:**10.3969/j.issn.1001-5078.2011.08.005

Application of wavelet transformation algorithm in pulse laser ranging

HUANG Zhao, GU Guo-hua, HE Wei-ji, XU Wei
(School of Electric & Optic NUST, Nanjing 210094, China)

Abstract:The feasibility for the Wavelet Transformation Algorithm (WTA) to detect singularity is analyzed theoretically. Choice of wavelet basis, Mallat algorithm and the improvement of it are discussed, and the steps of implement of the algorithm are given out in this paper. What's more, this algorithm is proved to be able to applied in high-precision pulse laser ranging by experimental observations and data analysis.

Key words:wavelet transformation; maximum; algorithm; impulse laser ranging

1 引 言

众所周知,小波变换已经成功地应用于许多研究领域,如时频分析,子带编码,多速率信号处理,视觉,计算机图形和降噪等^[1]。在时频分析领域,相对于传统方法,小波变换在时域或频域上都具有良好的局部特性,由于对高频信号采取逐步精细的时域或频域步长,从而可以聚焦到分析对象的任意细节,被誉为“信号的显微镜”,因此在分析奇异信号和突变信号时具备突出的优势^[2]。

脉冲激光测距技术有着很好的应用前景,这项技术的一个难点是确定回波的到达时刻。确定回波到达时刻的方法有很多,文献[3]列举了常用的几种方法,并对其确定回波到达时刻的效果进行了仿真,通过比较得知,小波变换方法的误差分布范围最小、最有效。所以,基于小波变换能准确检测信号奇异点的特性,可以将小波变换算法应用于脉冲激光测距中,计算出回波信号的奇异点,就可以确定回波的到达时刻,从而精确测量目标的距离。

2 算法理论基础

2.1 小波变换

设 $f(t) \in L^2(R)$, $\psi(t)$ 为母小波函数,则称^[4]:

$$W_f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int f(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt =$$

$$\langle f(t), \psi_{a,b}(t) \rangle, a > 0 \quad (1)$$

为函数 $f(t)$ 的小波变换。式中星号表示取共轭, $\langle x, y \rangle$ 表示 x 与 y 的内积。

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left(\frac{t-b}{a} \right)$$
称为母小波 $\psi(t)$ 的位移

与尺度伸缩。式中, a 称为尺度因子或伸缩因子; b 称为平移因子。

小波具有窗函数的作用,可以用小波 $\psi(t)$ 研究以 $t=b$ 为中心半径与 a 有关的领域内信号 $f(t)$ 的局部情况。当 $f(t)$ 在 $t=b_1$ 附近波形平缓时,可以

作者简介:黄 钊(1987-),男,在读硕士生,主要从事激光测距方面的研究工作。

收稿日期:2011-03-07;修订日期:2011-03-22

增大尺度 a , 用伸展了的小波 $\psi_{a,b_1}(t)$ 去观察 $f(t)$ 。若 $f(t)$ 在 $t=b_2$ 附近波形变化激烈, 减小 a , 用压缩的小波 $\psi_{a,b_2}(t)$ 去观察 $f(t)$ 。随着 b 的变化, 小波沿时间轴移动, 随 $f(t)$ 波形变化, 改变尺度 a , 就像用“显微镜”一样通过调焦来观察 $f(t)$ 的局部信息^[5]。

在实际应用中, 尤其是在数字化后, 连续小波必须加以离散化, 即对连续的尺度参数 a 和平移参数 b 离散化。取小波变换中的尺度参数 a 和平移参数 b 分别为 $a=a_0^j, b=ka_0^j b_0$, 则离散小波变换为^[6]:

$$W_j(a_0^j, kb_0) = \int f(t) \psi_{a_0^j, kb_0}^*(t) dt = a_0^{-\frac{j}{2}} \int f(t) \psi^*(a_0^{-j}t - kb_0) dt, j, k \in \mathbf{Z} \quad (2)$$

通常取 $a_0 = 2, b_0 = 1$, 则尺度参数为 2^j , 平移参数为 $k2^j$, 由此得到的小波称为二进小波。

2.2 小波变换对信号奇异性的检测能力

在数学上, 函数局部的奇异性通常由 Lipschitz 指数来衡量。其定义如下^[7]:

设 $f(t) \in L^2(R), n$ 是一非负整数, $n < a \leq n + 1$, 如果存在两个常数 A 和 $h_0 > 0$, 及 n 次多项式 $P_n(h)$, 使得对任意的 $h \leq h_0$, 均有:

$$|f(t_0 + h) - P_n(h)| \leq A|h|^a \quad (3)$$

则我们说 $f(t)$ 在点 t_0 有 Lipschitz 指数 a , 其特性如表 1 所示。

表 1 $f(t)$ 在点 t_0 的 Lipschitz 指数 a 的特性

$f(t)$ 在 t_0 点的连续性与可导性	Lipschitz 指数 a
不连续但有界	$a = 0$
连续但不可导	$0 \leq a < 1$
连续且一阶可导	$a = 1$
n 阶可导不连续, 即 $(n+1)$ 阶不可导	$n \leq a < n + 1$
白噪声处处奇异	$a = (-1/2) - \varepsilon, \varepsilon > 0$

假设小波函数 $\psi(t)$ 是连续可微的, 则 $f(t)$ 的小波变换满足^[5]:

$$|W_j(s, b)| \leq Ks^a \quad (4)$$

其中, K 是一个与所用小波函数 $\psi(t)$ 有关的常数; s, b 分别为尺度参数和位移参数; a 为 Lipschitz 指数。

若 t_0 是 $f(t)$ 的奇异点, 则 $|W_j(s, b)|$ 在 $b = t_0$ 处取极大值, 即为小波变换的模极大值, 此时上式等号成立。

在二进小波变换情形下, 即当 s 取 2^j 时, 上式两边取对数, 得到:

$$\log_2 |W_j(2^j, b)| \leq \log_2 K + ja \quad (5)$$

信号的小波变换在奇异点处会产生模极大值, 但是噪声经过小波变换也同样会产生许多模极大值, 因为其本身也是处处奇异的。由表 1 可知, 噪声的 Lipschitz 指数 a 为负数, 而信号的 Lipschitz 指数 a 范围为 $[0, 1]$ 。另外, 由上式可知, 信号经小波变换后产生的模极大值随着尺度 j 的增大而增大或者不变, 而噪声产生的模极大值随着尺度 j 的增大而减小。因此, 在低尺度上, 模极大值点主要被噪声控制, 在较高尺度上, 模极大值点主要被信号控制, 据此可以在较高尺度上通过求小波变换的模极大值点把信号的奇异点找出来。

2.3 多分辨分析与 Mallat 算法

多分辨分析 (multi resolution analysis, MRA), 是 Mallat 和 Meyer 提出的, 它的主要思想是将 $L^2(R)$ 按分辨率为 $\{2^{-j}\}$ 分解为一串嵌套子空间序列 $\{V_j\}$, 再通过正交补的塔式分解, 将 $L^2(R)$ 分解成一串正交小波子空间序列 $\{W_j\}$ 。然后将 $L^2(R)$ 中的函数 $f(t)$ 表示成一系列近似函数的逼近, 其中每一近似函数都是 f 在不同分辨率子空间上的投影, 通过这些投影来研究和分析 f 在不同子空间上的性态及特征^[5]。

基于多分辨分析的思想, Mallat 提出了一种快速小波变换的算法, 后称 Mallat 算法。由于此算法的推导过程过于复杂, 在此不再赘述。该算法主要思想如下。

假设已知初始序列 $\{c_{0,n}\}$, 低通滤波器 $\{h_n\}$ 和高通滤波器 $\{g_n = (-1)^{1-n} h_{1-n}^*\}$ (星号表示取共轭), 由分解公式:

$$c_{j+1,k} = \sum_{n \in \mathbf{Z}} c_{j,n} h_{n-2k}^*, k \in \mathbf{Z} \quad (6)$$

$$d_{j+1,k} = \sum_{n \in \mathbf{Z}} c_{j,n} g_{n-2k}^*, k \in \mathbf{Z} \quad (7)$$

就可以一步步算出所有尺度系数 $\{c_{j,k}\}$ 和小波系数 $\{d_{j,k}\}$ 。式(1)和式(2)就是 Mallat 快速分解算法。分解过程如图 1 所示。

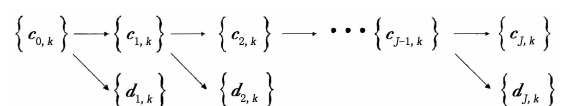


图 1 分解算法示意图

如果已知分解后的系数 $\{c_{j,n}\}$ 及 $\{d_{j,n}\}$, 要重建原来分解前的系数 $\{c_{0,n}\}$, 则由上面的逆过程容易得到重构公式:

$$c_{j+1,k} = \sum_{n \in \mathbf{Z}} c_{j+1,n} h_{k-2n} + \sum_{n \in \mathbf{Z}} d_{j+1,n} g_{k-2n}, k \in \mathbf{Z} \quad (8)$$

此重构过程如图 2 所示。

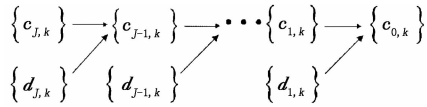


图2 重构算法示意图

2.4 Mallat 算法的改进与小波基的选取

在检测信号奇异点时,我们需要对 Mallat 算法作一定的改进。首先,模极大值法只要求作小波变换分解得到细节信号,所以可以省去重构算法部分,大大减少了运算量,加快算法处理速度。其次,由于内积型小波变换存在隔二抽一问题,所以必须采用所谓基于卷积型定义的小波变换,这种小波变换的突出特点是不管分解多少尺度,各尺度信号的长度将始终保持与原始信号一致^[8],因而其细节信号中的峰值就能正确指示奇异点在原始信号中的位置。这种小波变换的迭代算法如下:

$$S_j f(x) = \sum_{n \in \mathbf{Z}} h(n) S_{j-1} f(x - 2^{j-1} n) \quad (9)$$

$$W_j f(x) = \sum_{n \in \mathbf{Z}} g(n) S_{j-1} f(x - 2^{j-1} n) \quad (10)$$

式中, $h(n)$ 和 $g(n)$ 分别为低通和高通滤波器系数,则待检测信号 $S_0 f(x)$ 经过上述算法可计算出 $j > 0$ 时的近似信号 $S_j f(x)$ 与细节信号 $W_j f(x)$ 。

然而,算法还有一个关键问题没有解决,那便是小波基的选取。小波基种类繁多,而不同的小波基对信号奇异点的检测效果是有明显区别的。例如,常用的 Daubechies 小波不适合用来检测奇异点,因为此类小波具有多阶消失矩,在检测奇异点时将会产生多个峰值,因而不能精确定位奇异点。所以为了精确定位奇异点,必须采用只具有 1 阶消失矩的小波。

文献[9]对不同小波基的奇异性检测效果进行了详细的研究,指出在具有 1 阶消失矩的小波中,二次样条小波对奇异点的检测效果最好,其特点是指示奇异点位置的脉冲峰既高又窄,而且其计算的突变点 Lipschitz 指数最为接近理论值,因此本文选用此小波来检测信号的奇异点。

3 算法的实现

本算法通过改进后的 Mallat 快速分解算法得到各层小波系数,并从最后一层的小波系数中求出最大值,即小波变换模极大值,最大值点对应的就是信号的奇异点。

3.1 算法的输入输出

输入:采样信号 $f[n]$, $n = 0, 1, \dots, L-1$ ($L = 2^j$), 分解低通滤波器 $H[n]$, 分解高通滤波器 $G[n]$,

低通滤波器长度为 l_H , 高通滤波器长度为 l_G 。

输出:第 J 层小波系数: $d_j[k] \left(k = 0, \dots, \frac{1}{2^j} - 1 \right)$ 。

3.2 算法的实现步骤

第 1 步:令 $c_0[n] = \{f[0], f[1], \dots, f[L-1]\}$, 置 $j=0$ 。

第 2 步:由公式 $c_{j+1}[k] = \sum_{n=0}^{l_H-1} c_j[k-2^j n] H[n]$ 算出低通分量 $c_{j+1}[k]$, 直至 $j=J-1$ 。

第 3 步:由公式 $d_{j+1}[k] = \sum_{n=0}^{l_G-1} c_j[k-2^j n] G[n]$ 算出高通分量 $d_{j+1}[k]$, 即为所要求的第 J 层小波系数。

3.3 边界延拓

在本算法的实现过程中,当信号的长度有限时,在边界点上不可避免地会产生误差。为保证对原信号的分解是精确实现的,常采取一种边界延拓的方法。所谓边界延拓,就是增加信号的长度,将边界延拓到原信号之外^[10]。常用的边界延拓方法有常数延拓、对称延拓、周期延拓等。本算法采用的是最简单的常数延拓。

4 算法在脉冲激光测距中的应用

脉冲激光测距原理是:系统在时刻 t_1 发射出一个激光脉冲,脉冲被目标表面反射回来后形成回波,系统接收到回波的时刻为 t_2 ,则目标的距离 L 为:

$$L = \frac{c}{2} (t_2 - t_1) \quad (9)$$

式中, c 为真空中的光速。发射时刻 t_1 是容易确定的,难点在于准确找到接收时刻 t_2 。

由于信号中不规则的突变部分往往带有十分重要的信息,它是信号的重要特征之一,所以我们可以选择回波波形上的孤立奇异点所在的时刻作为接收时刻 t_2 。而且理论和仿真结果都表明,在足够小的尺度下,小波变换的模极大值点的位置是与信号孤立奇异点的位置相一致的^[3]。小波变换模极大值算法就是建立在小波变换对信号奇异性检测能力之上,通过对回波信号作二进离散小波变换,获取小波变换的模极大值点的位置来获取 t_2 时刻值,再将 t_1 和 t_2 代入上式中,从而计算出目标距离。

实验对 22 m 处的目标进行脉冲激光测距,得到的回波采样信号如图 3(a) 所示,经过小波变换模极大值算法处理后第一到三层的细节信号分别如图 3(b) ~ 图 3(d) 所示。其中,第一层小波变换模极大值点是第 91 个采样点,第二层是第 93 个,第三层是第 96 个。而实验中使用的采样频率为 625 Mbps,即两个采样点之间的时间间隔为 1.6 s,且第 0 个采

样点对应脉冲发射时刻,则由公式(9)可计算得到第一到三层小波变换模极大值点对应距离分别为21.84 m,22.32 m,23.04 m,与目标实际距离误差分别为0.16 m,0.32 m,1.04 m。所以,该算法选用一层小波变换,用于脉冲激光测距中精度可达到0.2 m。

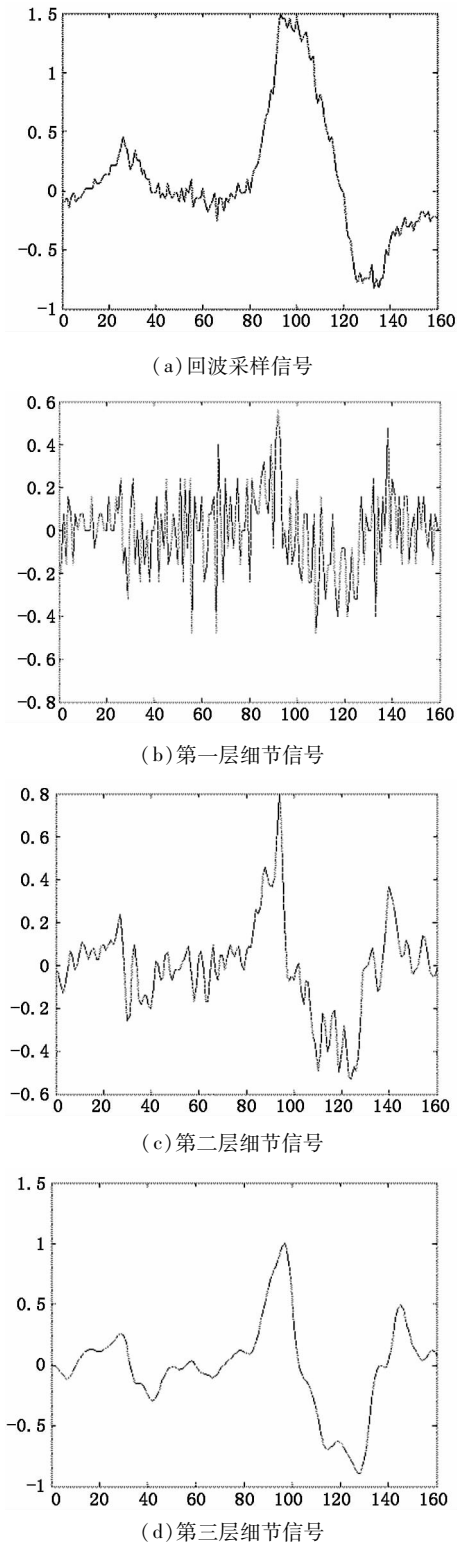


图3 回波采样信号及小波变换后的各层细节信号

由图3及以上分析可知,小波变换算法很好地滤除了有效回波信号前的干扰信号,并准确地找到了信号奇异点,则可以准确测出目标实际距离,证明该算法可以很好地应用于脉冲激光测距中。当然,算法精度还受到了实验采用的采样频率的影响,如果提高采样频率,该算法还可以提高精度。

5 结论

小波变换算法是基于多分辨率分析的思想及对Mallat算法的改进,选取二次样条小波为小波基,能很好地检测出信号的奇异点,可应用于脉冲激光测距技术中。实验表明,该算法能滤除干扰信号,准确找到回波脉冲信号的奇异点,使测距误差控制在0.2 m以内,大大提高了脉冲激光测距的精度,有很好的应用前景。

参考文献:

- [1] Feng Zhen, Ma Qishuang. Research on infrared image nonlinear enhancement algorithm based on wavelet analysis[J]. Laser & Infrared, 2010, 40(3): 315 - 318. (in Chinese)
冯贞,马齐爽. 基于小波分析的红外图像非线性增强算法[J]. 激光与红外, 2010, 40(3): 315 - 318.
- [2] Zhu Yisheng, Xie Yongzhe, Zhou Yi. Analysis and application of quadratic spline wavelet filter[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 1996, 1(2): 30 - 35.
- [3] Xing Rong. Digital algorithm research based on wavelet transformation of laser proximity fuze[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2007. (in Chinese)
邢容. 基于小波变换的激光引信数字化算法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2008.
- [4] Tang Haifeng, Sun Degang. The error analysis and research on measuring distance pulsed-semiconductor laser[J]. Laser Journal, 2005, 26(2): 79 - 80. (in Chinese)
唐海峰,孙德刚. 脉冲激光近炸引信鉴相体制实验误差的研究[J]. 激光杂志, 2005, 26(2): 79 - 80.
- [5] Zhang Guohua, Zhang Wenjuan, Xue Pengxiang. Wavelet analysis and foundation of appliance[M]. Xi'an: Northwest Institute of Technology Press, 2006: 15 - 51, 112 - 113. (in Chinese)
张国华,张文娟,薛鹏翔. 小波分析与应用基础[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2006: 15 - 51, 112 - 113.
- [6] Chen Sanchu. Study on ranging algorithm of laser proximity fuze and its realization[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2007. (in Chinese)

- 陈三楚. 激光近炸引信定距算法研究与 DSP 实现 [D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2007.
- [7] Dai Jianxin, Li Zhixin, Song Hongxue. The analysis and application of signal's Lipschitz exponent based on wavelet[J]. Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications, 2008, (6):69-73. (in Chinese)
- 戴建新, 酆志新, 宋洪雪. 基于小波的信号 Lipschitz 指数分析和应用 [J]. 南京邮电大学学报, 2008, (6): 69-73.
- [8] Zhao Xuezhi, Chen Tongjian, Ye Bangyan. Research on signal processing effect of both inner product type of wavelet transformation and convolution type of wavelet transformation. [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(3):55-60. (in Chinese)
- 赵学智, 陈统坚, 叶邦彦. 内积型和卷积型小波变换对信号处理效果的研究 [J]. 机械工程学报, 2004, 40(3):55-60.
- [9] Zhao Xuezhi, Lin Ying, Chen Wenge. The choice of wavelet base for singular signal detection [J]. Journal of South China University of Technology, 2000, 28(10):75-80. (in Chinese)
- 赵学智, 林颖, 陈文戈. 奇异性信号检测时小波基的选择 [J]. 华南理工大学学报, 2000, 28(10):75-80.
- [10] Cheng Zhengxing. Wavelet analysis and cases of appliance [M]. Xi'an: Xi'an Traffic University Press, 2006: 97-98. (in Chinese)
- 程正兴. 小波分析与应用实例 [M]. 西安:西安交通大学出版社, 2006:97-98.