

# 一维光子晶体传感器在液体测量方面的应用研究

李大海, 孙晓红, 刘国彬, 臧克宽, 陈素

(郑州大学信息工程学院 河南省激光与光电信息技术重点实验室, 河南 郑州 450052)

**摘要:**运用传输矩阵法推导了电磁波在一维周期性光子晶体中的传输特性,给出了光子晶体的色散关系和反射特性曲线,分析了其反射特性与结构参数的关系。并且利用计算机数值模拟了缺陷型一维光子晶体的反射谱及带隙变化规律,给出了光子晶体传感器在液体的高度测量和折射率测量方面的模拟计算,为一维缺陷态光子晶体传感器在液位测量和液体折射率测量方面的实际应用奠定了理论基础。

**关键词:**光子晶体传感器;传输矩阵法;反射谱;液体测量;折射率

**中图分类号:**TN249 **文献标识码:**A **DOI:**10.3969/j.issn.1001-5078.2011.08.016

## One-dimensional photonic crystal sensor in the application of liquid measurement

LI Da-hai, SUN Xiao-hong, LIU Guo-bin, ZANG Ke-kuan, CHEN Su

(Henan Key Laboratory of Laser and Opto-electric Information Technology, College of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450052, China)

**Abstract:** Based on the the transfer matrix method, the propagation of electromagnetic wave in the one-dimensional photonic crystal is deduced, and the dispersion relation of photonic crystals and the reflection characteristic curve are calculated, and the relationship between reflection characteristics and the structural parameters are analyzed. The variation and the reflection spectrum of defective one-dimensional photonic band gap are shown by computer simulation. The simulation and calculation of photonic crystal sensor are conducted for measurements of height and refractive index of liquid. This provides a theoretical basis for the practical application of defective one-dimensional photonic crystal sensor in liquid measurement.

**Key words:** photonic crystalsensor; transfer matrix method; reflection spectrum; liquid measurement; refractive index

### 1 引言

光子晶体是一种高低折射率介质呈周期性排列的材料,作为一种周期性结构的电介质材料,光子晶体的主要特征就是在它的能带谱中存在光子导带和光子禁带<sup>[1-2]</sup>。当电磁波在光子晶体内传输时,这个能带谱可以通过光子晶体的透射谱和反射谱来进行观察。光子带隙是一个频率区域,在这一频率范围内,光子晶体的透射率为零,反射率为百分之百。如果在周期性结构中适当引入缺陷,则会形成光子晶体谐振器,其谐振模就是缺陷态光子晶体的缺陷

模,这种缺陷模在制作光子晶体激光器、滤波器、传感器等方面有广泛的应用。又由于一维光子晶体具有制作成本低,工艺制作相对简单的特点<sup>[3-4]</sup>,因此一维缺陷态光子晶体受到了普遍的关注。在传感器

**基金项目:**河南省科技厅基础与前沿技术项目(No. 110800531719);郑州大学引进人才基金项目;河南省优秀中青年骨干教师资助计划基金项目资助。

**作者简介:**李大海(1990-),男,硕士研究生,主要从事非对称结构光子晶体特性与光子晶体传感器方面的研究。E-mail: ldh815218@163.com

**收稿日期:**2011-03-03

中,光子晶体传感器因具有灵敏度高、电绝缘性好、抗电磁干扰能力强、防爆、远距离在线监测、传感单元结构简单等特点,特别适宜在恶劣和危险环境下测量,是液体传感器的研究热点之一。

计算光子晶体的带隙结构和传输特性的理论研究方法已经比较成熟,如平面波方法(PWM)、时域有限差分法(FDTD)、传输矩阵法(transfer matrix method)等<sup>[5-8]</sup>。相比较而言,传输矩阵法非常直观、方便、易于理解。本文用传输矩阵法(TMM)来研究一维光子晶体的传输特性,构造了一维光子晶体结构,从Maxwell方程出发,结合光子晶体周期结构的特点,通过数值模拟,分析了该光子晶体的能带结构和光学传输特性,并讨论了光子晶体参数及缺陷的大小对光学传输特性的影响。数值模拟结果表明,在一维光子晶体中引入较大的缺陷,会导致反射光谱峰发生规则的分裂,谱线宽度明显变窄,出现更精细的谱线结构。在此基础上,提出一种新型的液体高度和折射率测量的光子晶体传感器,模拟了参数变化时谱线的变化规律。

## 2 传输特性分析

电磁波在光子晶体中的传播都由Maxwell方程来决定<sup>[9]</sup>。如图1所示,有两个相对介电常数分别为 $\varepsilon_a$ 和 $\varepsilon_b$ ,厚度分别为 $a$ 和 $b$ 的介质层周期性交替排列在 $x$ 方向,在 $y$ 方向和 $z$ 方向为无穷延伸,这就构成了一维光子晶体,空间周期为 $d = a + b$ ,即 $\varepsilon(x) = \varepsilon(x + d)$ 。一束频率为 $\omega$ 的光从左向右垂直入射到此结构中。对于一维周期性结构,可利用逐层计算的方法求出它的传输矩阵,在图1所示的结构中,在第0层有入射波 $E_i$ 和反射波 $E_r$ ,第 $(N + 1)$ 层有 $E_t$ <sup>[10-11]</sup>。

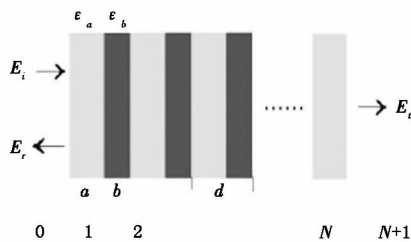


图1 完整的一维光子晶体结构图

可得:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E_i \\ E_r \end{pmatrix} &= D_{0,1} \left( \prod_{m=1}^n P_m \{ x_{m+1} - x_m \} \cdot D_{m,m+1} \right) \cdot \begin{pmatrix} E_t \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= M \begin{pmatrix} E_t \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{1,1} & m_{1,2} \\ m_{2,1} & m_{2,2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_t \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

其中:

$$P_m \{ x_{m+1} - x_m \} = \begin{pmatrix} \exp \{ i(n \cdot k_m)(x_{m+1} - x_m) \} & 0 \\ 0 & \exp \{ -i(n \cdot k_m)(x_{m+1} - x_m) \} \end{pmatrix} \quad (2)$$

式中, $P_m \{ x_{m+1} - x_m \}$ 为 $x$ 方向的传播矩阵; $E_i, E_r$ 和 $E_t$ 分别为入射、反射和透射电场; $D_{0,1}$ 为第0层和第1层介质界面的散射矩阵; $D_{m,m+1}$ 为第 $m$ 层和第 $(m + 1)$ 层介质界面的散射矩阵,有:

$$D_{m,m+1} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\sqrt{\varepsilon_{m+1}}}{\sqrt{\varepsilon_m}} & 1 - \frac{\sqrt{\varepsilon_{m+1}}}{\sqrt{\varepsilon_m}} \\ 1 - \frac{\sqrt{\varepsilon_{m+1}}}{\sqrt{\varepsilon_m}} & 1 + \frac{\sqrt{\varepsilon_{m+1}}}{\sqrt{\varepsilon_m}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中, $m_{1,1}, m_{1,2}, m_{2,1}, m_{2,2}$ 是矩阵 $M$ 的矩阵元; $k_m = 2\pi/r$ 为Bloch波矢。由上式可得反射率关系式为:

$$R = |r|^2 = \left| \frac{E_r}{E_i} \right|^2 = \left| \frac{m_{2,1}}{m_{1,1}} \right|^2 \quad (4)$$

由传输矩阵法可以得到一个周期光子晶体的传输方程:

$$\begin{bmatrix} E_a \\ E_a^i \end{bmatrix} = (P_a D_{a,b} P_b D_{b,a}) \begin{bmatrix} E_b \\ E_b^i \end{bmatrix} \quad (5)$$

记: $M = (P_a D_{a,b} P_b D_{b,a})$

根据Bloch定理,在周期性界面处的场矢量满足:

$$\begin{bmatrix} E_a \\ E_a^i \end{bmatrix} = e^{-ikd} \begin{bmatrix} E_b \\ E_b^i \end{bmatrix} \quad (6)$$

两式联立可得:

$$\begin{bmatrix} E_a \\ E_a^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_b \\ E_b^i \end{bmatrix} = e^{-ikd} \begin{bmatrix} E_b \\ E_b^i \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中, $M_{11}, M_{12}, M_{21}, M_{22}$ 为 $M$ 的矩阵元。式(7)存在的定解条件是:

$$\det \left( M - \begin{bmatrix} e^{-ikd} & 0 \\ 0 & e^{ikd} \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (8)$$

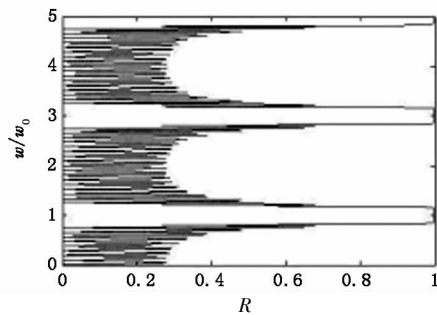
且 $\det(M) = 1$ 。由此可以得到一维光子晶体的色散关系为: $\cos(kd) = (M_{11} + M_{12})/2$ 将矩阵元素代入可得 $\omega - k$ 的色散关系式:

$$\begin{aligned} \cos(kd) &= \cos\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_a}a\right)\cos\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_b}b\right) - \\ &\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_a}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_b}}\right)\sin\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_a}a\right)\sin\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_b}b\right) \end{aligned} \quad (9)$$

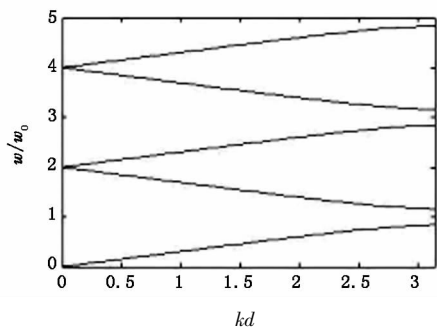
### 3 数值模拟及分析讨论

#### 3.1 完整的一维光子晶体结构

根据图1,构造一个一维光子晶体结构,包含10个周期,共20层,两周期电介质的介电常数分别为5.5225和1.9044,介质a周期宽度为740nm,介质b周期宽度为1260nm,光子晶体周期宽度为 $d = 2000\text{ nm}$ ,介质a的填充比即为 $f = 0.37$ ,光子晶体周围为空气,介电常数为1.000,正入射的情况下,TE模和TM模的结果完全相同,得到的结果如图2所示。其中, $\omega_0$ 为第一禁带的中心频率,根据光子晶体的结构可以得到 $\omega_0 = 271\text{ THz}$ 。从图2(a)和图2(b)中我们可以清楚地看到第一和第二带隙,相应的 $\omega/\omega_0$ 的区间为 $0.833 \sim 1.167$  ( $\omega$ 的区间为 $225.743 \sim 376.257\text{ THz}$ )和 $2.833 \sim 3.167$  ( $\omega$ 区间为 $767.744 \sim 858.258\text{ THz}$ ),而且两图吻合的非常好。



(a) 频率随反射率的变化关系(反射率曲线)



(b) 频率随波矢的变化关系(色散曲线)

图2 频率随反射率和频率随波矢的变化关系

#### 3.2 有缺陷的一维光子晶体结果

我们在上面的完整一维光子晶体结构当中引入一个空气缺陷层,原参数保持不变,引入的空气层宽度为一个周期,如图3所示。根据频率与波长之间的关系, $\lambda = \pi c/\omega$ ,是光传播的速度,本文中取 $c = 3 \times 10^8\text{ m/s}$ , $\omega_0 = 271\text{ THz}$ 。计算结果如图4所示,图中曲线分别表示没有引入空气层时反射率R随频率变化的关系图和引入宽度为一个光子晶体周期的空气层时反射率 $R_1$ 随频率变化的关系图。从图

中我们可以看到没有引入空气层时,该光子晶体结构在 $\omega/\omega_0$ 值为 $10.8253 \sim 11.1676$  ( $\omega$ 区间为 $2933.6563 \sim 3026.4196\text{ THz}$ )和 $12.8482 \sim 13.145$  ( $3481.8622 \sim 3562.295\text{ THz}$ )这两个频率范围内,存在两个明显的光子带隙,反射率 $R = 1$ 。当引入空气层时,就会发现在带隙中间出现了反射率 $R_1$ 在 $0 \sim 1$ 之间的波动现象,该频率为 $\omega/\omega_0 = 11.063$  ( $\omega = 2998.073\text{ THz}$ )和 $\omega/\omega_0 = 13.009$  ( $\omega = 3525.439\text{ THz}$ ),即为有缺陷光子晶体的缺陷。

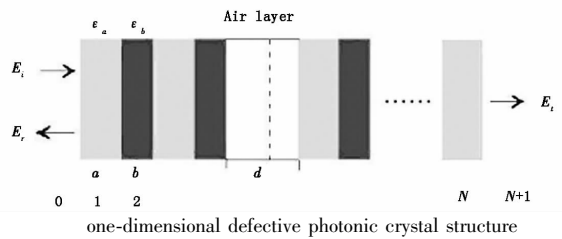


图3 有空气缺陷层的一维光子晶体结构

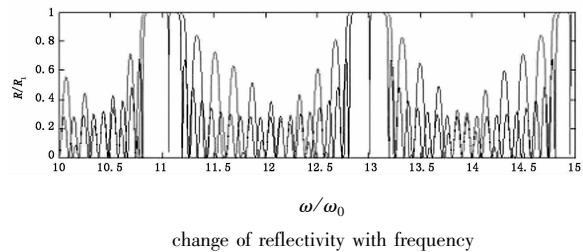


图4 完整结构(蓝色)和有空气缺陷层(红色)光子晶体的反射谱

#### 3.3 在空气层中注入液体后的结果

在上文所设计的空气层中注入液体,本文中采用的液体折射率为1.3538,进行模拟计算可以得到如图5、图6所示结果。

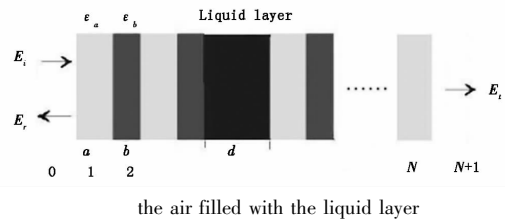


图5 包含液体缺陷层的光子晶体结构

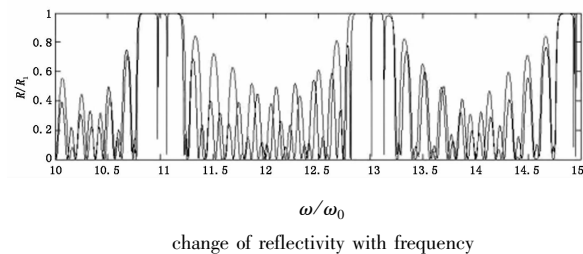


图6 引入空气层缺陷(红色)和引入液体层缺陷(蓝色)时的反射谱

图6中的曲线分别表示引入宽度为一个光子晶体周期的空气层时反射率 $R_1$ 随频率变化的关系图

和在空气层中注入液体(液体的厚度为一个光子晶体周期,即为  $d = 2000 \text{ nm}$ ,将空气层全部填满)后反射率  $R$  随频率变化的关系图。我们可以看到,缺陷模位置发生了变化,分别从  $2998.073 \text{ THz}$  移到了  $2974.496 \text{ THz}$ 、从  $3525.439 \text{ THz}$  移到了  $3558.501 \text{ THz}$ 。

#### 4 在光传感液体测量中的应用<sup>[12-13]</sup>

改变光子晶体的结构参数将影响光子晶体的传输特性。如果通过外界的因素来影响光子晶体的结构,如我们设计的一维光子晶体结构,液体高度的变化,会引起缺陷模位置产生较大的波动。在这个光传感液体测量的结构中,我们在模拟计算中选取了有缺陷的光子晶体的空气层厚度为 3 倍光子晶体周期,即为  $3d = 6000 \text{ nm}$ , $t$  表示空气层中注入液体的高度。根据前面的分析计算,我们可以知道,当空气缺陷中填满液体时,缺陷模位置从  $3525.439 \text{ THz}$  移到了  $3558.501 \text{ THz}$ ,该缺陷光子晶体的反射谱峰值存在明显位移。根据  $\lambda = 2\pi c/\omega$ ,把光子带隙中心设定在可见光波段,波长为  $533 \text{ nm}$ 。若无液体填充时,该三倍空气缺陷层光子晶体结构对  $533 \text{ nm}$  波长的光的反射率应当为  $R = 1$ 。计算液体高度不同的情况下,缺陷模位置的变化关系,如图 7、图 8 所示。

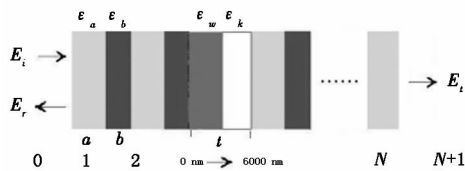


图 7 液体填充缺陷层光子晶体的阶段性结构

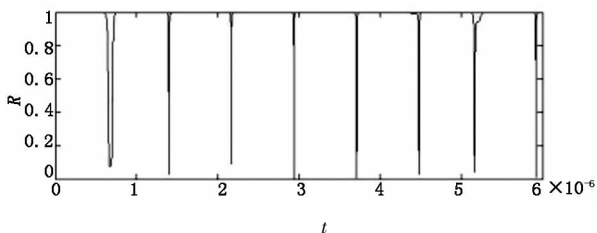


图 8 反射率随缺陷层填充程度的变化关系

图 7、图 8 中  $t$  代表空气层中填入液体的高度,从  $t = 0$  到  $t = 6000 \text{ nm}$ ,表示的是空气层中没有任何液体到全部填满的过程。在这个过程中,反射率  $R$  出现了 8 次较大程度的波动,且反射率  $R$  的变化明显,分别在  $668 \text{ nm}$ ,  $1397 \text{ nm}$ ,  $2166 \text{ nm}$ ,  $2939 \text{ nm}$ ,  $3711 \text{ nm}$ ,  $4478 \text{ nm}$ ,  $5163 \text{ nm}$ ,  $5920 \text{ nm}$ ,间隔周期在  $728.5 \text{ nm}$  左右,误差为  $\pm 43.5 \text{ nm}$ 。这就为微米级

液体高度的测量带来了方便。

若选取有缺陷的光子晶体的缺陷厚度为一倍光子晶体周期,每次填充过程均将缺陷位置填满,填充缺陷的液体种类发生改变时,根据液体折射率变化,缺陷模的位置也会随之发生位移,如表 1 所示,表中选取常见的三种液体。

表 1 缺陷模随填充液体折射率变化

Liquid	refractive index ( $n$ )	$w/w_0$	$w/\text{THz}$
aether	1.3538	13.131	3558.501
Propanol	1.3593	13.118	3554.978
Ethanol	1.3618	13.113	3553.623

在表 1 液体的基础上,选取折射率范围在  $1.350 \sim 1.362$  的样品进行模拟,缺陷模数据用圆点表示,拟合后的直线为  $y = 2.2473x + 16.1734$ ,拟合曲线图如图 9 所示。该光子晶体液体传感器的灵敏度即为  $-2.2473$ 。可知,随着填充液体的改变,缺陷模的位置变化明显,为不同液体的区分带来了方便。

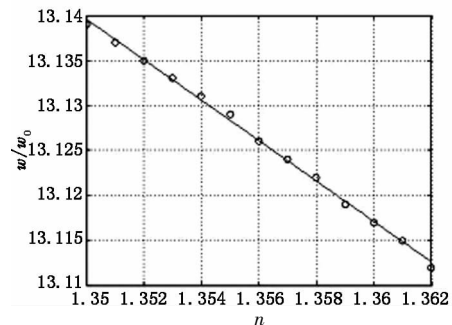


图 9 缺陷模位置随填充液体改变的变化

## 5 结论

从 Maxwell 方程出发,用传输矩阵法(TMM),对一维完整光子晶体、一维有缺陷光子晶体及外界因素变化下光子晶体的能带结构和传输特性进行了理论分析和模拟计算。提出了一种基于缺陷带填充因子变化的光子晶体液体高度和折射率测量传感器,理论分析了液体高度与光子晶体反射谱峰值位移之间的对应关系。测量精度达到微米级,误差在  $43.5 \text{ nm}$ 。同时给出了缺陷模位置随填充液体折射率变化的关系,给出了折射率测量传感器的近似灵敏度为  $-2.2473$ 。该传感器灵敏度高,结构简单,耦合误差小,为一维光子晶体传感器器件的设计、制备及参数的选取提供了一个很好的理论基础。

## 参考文献:

- [1] Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid

- state physics and electronics [J]. Phys Rev Lett., 1987, 58(20):2059-2062.
- [2] John S. Strong localization of photon in certain disordered dielectric super lattice [J]. Phys Rev Lett., 1987, 58(23):2486-2489.
- [3] Chigrin D N, Lavrinenko A V, Yarotsky D A, et al. Observation of total omnidirectional reflection from a one-dimensional dielectric lattice [J]. Appl. Phys. A, 1999, (68):25-28.
- [4] Chen K M, et al. SiO<sub>2</sub>/TiO<sub>2</sub> omnidirectional reflector and microcavity resonator via the sol-gel method [J]. Appl. Phys. Lett, 1999, (75):3805-3807.
- [5] Bierwirth K, Schulz N, Amdt F. Finite-difference analysis of rectangular dielectric waveguide structures [J]. IEEE Trans Microw ave Theory Tech, 1986, 34:94.
- [6] Mur G. Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time domain electromagnetic field equations [J]. IEEE Trans. Elect romagnetic Compatibility, 1981, 23:4.
- [7] Pendryj B, Mackinnon A. Calculation of photon dispersion relation [J]. Phys Rev Let t, 1992, 69:2772.
- [8] Pendryj B. Photonic band structures [J]. Journal of Modern Optics, 1994, 41:209.
- [9] Z Y Li, L L Lin. photonic band structure solved by a plane-wave-based transfer-matrix method [J]. Phys. Rev. E, 2003, 67:046607.
- [10] L L Lin, Z Y Li, K M Ho. Lattice symmetry applied in transfer-matrix methods for photonic crystals [J]. J. Appl. Phys, 2003, (4):811-821.
- [11] Z Y Li, K M Ho. Analytic modal solution to light propagation through layer-by-layer metallic photonic crystals [J]. Phys. Rev. B, 2003, 68, 165104.
- [12] S Xiao, N A Mortensen. Highly sensitive opto uidic biosensors based on dispersive photonic crystal waveguides [J]. Appl. Phys. Lett., 2007, (submitted).
- [13] S Xiao, N A Mortensen. Highly dispersive photonic band-gap-edge opto uidic biosensors [J]. J. Eur. Opt. Soc., Rapid Publ, 2006, 106026.
-