

两种近似下被动调 Q 速率方程模型的比较研究

李 刚, 毛少娟, 王元铂, 李 莉

(军械工程学院光学与电子工程系, 河北 石家庄 050003)

摘 要:以被动调 Q 激光器为研究对象, 给出了平面波近似与考虑粒子数空间分布的速率方程模型, 并对速率方程进行了归一化处理, 数值求解了速率方程, 分析了各综合参量对激光脉冲性能的影响, 并与实验结果进行了比较, 分析结果表明: 考虑腔内粒子数空间分布时速率方程理论结果更贴近实际。

关键词:速率方程; 数值解; 被动调 Q

中图分类号: TN248.3⁺4 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1001-5078.2011.10.010

Comparison of rate equation model under two approximations for passively Q -switched lasers

LI Gang, MAO Shao-juan, WANG Yuan-bo, LI Li

(Department of Optics and Electronic Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: It is given out the rate equation model for passively Q -switched lasers under the plane wave approximation and taking particle space distribution into consideration. Normalization handling for rate equation has been carried out. Numerical analysis of the rate equation has been made. The influence of each comprehensive parameter for laser pulse property has been analyzed. Experimental results are compared with the theoretical results. It shows that the theoretical result is more accurate if taking particle space distribution into consideration.

Key words: rate equation; numerical solution; passively Q -switched

1 引 言

速率方程是研究激光器输出特性的有效理论工具, A. A. Vuylsteke 和 W. G. wagner 首先给出了描述主动快开关调 Q 激光器的速率方程组^[1-2], 用两个方程分别描述了腔内光子数密度和激活介质反转粒子数密度随时间的变化。之后, A. szab 等人给出了被动调 Q 激光器的速率方程组, 用第三个方程来描述饱和吸收体粒子数密度随时间的变化^[3]。但是, 在以上及其以后的所有研究中都对速率方程作了平面波近似, 即假设腔内光强在光束截面内是均匀分布的, 这显然不符合实际情况, 在速率方程中考虑腔内光强的空间分布已显示出必要性^[4]。因此, 为了更精确地描述主动调 Q 激光脉冲特性, 有必要在其速率方程中考虑腔内光强的空间分布。张行愚等人建立了考虑粒子数高斯分布的速率方程理论^[4-5]。

本文针对基横模运转的被动调 Q 激光器, 考虑腔内光强的高斯分布, 给出速率方程, 并与平面波近似时的结果在理论与实验方面进行比较研究。

2 速率方程模型

由于调 Q 脉冲持续时间很短, 为纳秒量级, 可以忽略调 Q 脉冲形成过程中的泵浦项、自发辐射项和饱和吸收体的基态恢复项。

2.1 平面波近似下模型

当采用平面波近似时, 泵浦光和腔内激光都被认为在光束截面内是均匀分布的, $\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ 被动调 Q 速率方程为^[6]:

作者简介:李 刚(1973 -), 男, 讲师, 硕士, 主要从事军用光电装备性能检测和红外信息处理方面的教学和研究工作。E-mail: li-gangopt@sina.com

收稿日期:2011-03-14; **修订日期:**2011-05-11

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\varphi}{t_r} [2\sigma n l - 2\sigma_{13} n_{sg} l_s - 2\sigma_{24} (n_{s0} - n_{sg}) l_s - \ln\left(\frac{1}{R}\right) - L] \quad (1)$$

$$\frac{dn}{dt} = -\gamma\sigma c\varphi n \quad (2)$$

$$\frac{dn_{sg}}{dt} = -\sigma_{13} c\varphi n_1 \quad (3)$$

其中, φ 为腔内光子数密度; n, σ, l 分别为激活介质的反转粒子数密度、受激发射截面和长度; n_{sg}, n_{s0} 分别为饱和吸收体基态和总粒子数密度; σ_{13}, σ_{24} 分别为饱和吸收体的基态和激发态吸收截面; l_s 为饱和吸收体的厚度; t_r 为光在谐振腔内往返一周的时间; L 为激光器的耗散性损耗; γ 为反转因子, 对应于平均产生一个光子所消耗的反转粒子数个数; R 为输出镜反射率。

引入归一化的时间 τ 、归一化光子数密度 $\phi(\tau)$, 再定义一个参量 N :

$$\tau = \frac{t}{t_r} \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + \ln\left(\frac{1}{T_0^2}\right) + L \right] \quad (4)$$

$$\phi(\tau) = \varphi(\tau) \cdot \frac{2\gamma\sigma l}{\ln\left(\frac{1}{R}\right) + \ln\left(\frac{1}{T_0^2}\right) + L} \quad (5)$$

$$N = \frac{\ln\left(\frac{1}{R}\right) + \ln\left(\frac{1}{T_0^2}\right) + L}{\ln\left(\frac{1}{R}\right) + \left(\frac{\sigma_{24}}{\sigma_{13}}\right) \ln\left(\frac{1}{T_0^2}\right) + L} \quad (6)$$

其中, T_0 为饱和吸收体的小信号透过率。

将式(2)~式(6)代入式(1)得到了平面波近似下的归一化速率方程:

$$\frac{d\phi}{d\tau} = \phi \exp[-A(\tau)] - \left(1 - \frac{1}{N}\right) \phi \exp[-\alpha A(\tau)] - \frac{\phi}{n} \quad (7)$$

其中:

$$A(\tau) = \int_0^\tau \phi(\tau) d\tau \quad (8)$$

$$\alpha = \frac{\sigma_{13}}{\gamma\sigma} \quad (9)$$

式中, α 是饱和吸收体漂白难易程度的标志, α 越大, 饱和吸收体越容易漂白。

2.2 考虑粒子数高斯分布的模型

实际激光器腔内模式的横向分布是不均匀的, 假定激光器 TEM_{00} 基模运转, 光束的横向分布可近似为高斯分布。 $\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ TEM_{00} 模的腔内光子数

密度可以写为:

$$\varphi(r, t) = \varphi(0, t) \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega_l^2}\right) \quad (10)$$

在平面波速率方程中考虑腔内光强、激活介质反转粒子数密度、饱和吸收体的基态和激发态粒子数密度的空间分布, 得到^[7]:

$$\int_0^\infty \frac{d\varphi(r, t)}{dt} 2\pi r dr = \int_0^\infty \frac{d\varphi(r, t)}{t_r} [2\sigma_{13} n_{sg}(r, t) l_s - 2\sigma_{24} [n_{s0} - n_{sg}(r, t)] l_s \ln\left(\frac{1}{R}\right) - L] 2\pi r dr \quad (11)$$

$$\frac{dn(r, t)}{dt} = -\gamma\sigma c\varphi(r, t) n(r, t) \quad (12)$$

$$\frac{dn_{sg}(r, t)}{dt} = -\frac{S_g}{S_s} \sigma_{13} c\varphi(r, t) n_{sg}(r, t) \quad (13)$$

其中, S_g, S_s 分别为激光光束在激活介质处和在饱和吸收体处的光斑半径。初始光子数密度来源于自发辐射, 所以很小, 可以写成:

$$\varphi(r, 0) \approx 10^{-4} \varphi_m(r, t) \quad (14)$$

脉冲间隔远大于饱和吸收体的基态恢复时间, 因而:

$$n_{sg}(r, 0) = n_{s0} \quad (15)$$

$$n(r, 0) = n(0, 0) \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega_p^2}\right) \quad (16)$$

其中, ω_p 为泵浦光在激活介质中的平均半径; $n(0, 0)$ 是初始时刻激光轴上的反转粒子数密度。

把式(10)、式(15)、式(16)代入式(12)、式(13)并积分得:

$$n(r, t) = n(0, 0) \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega_p^2}\right) \exp\left[-\gamma\sigma c \int_0^t \varphi(0, t) dt \cdot \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega_l^2}\right)\right] \quad (17)$$

$$n_{sg}(r, t) = n_{s0} \exp\left[-\frac{S_g}{S_s} \sigma_{13} c \cdot \int_0^t \varphi(0, t) \cdot \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega_l^2}\right) dt\right] \quad (18)$$

将式(10)、式(17)、式(18)代入式(11)得:

$$\frac{d\varphi(r, t)}{dt} = \frac{4\sigma n(0, 0) l_s \varphi(0, t)}{\omega_l^2 t_r} \int_0^\infty \exp\left[-\gamma\sigma c \int_0^t \varphi(0, t) dt \cdot \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega_l^2}\right)\right] \cdot \exp\left[-2r^2 \left(\frac{1}{\omega_l^2}\right) + \frac{1}{\omega_p^2}\right] 2r dr - \frac{4(\sigma_{13} - \sigma_{24}) n_{s0} l_s \varphi(0, t)}{\omega_l^2 t_r} \int_0^\infty \exp\left[-\frac{S_g}{S_s} \sigma_{13} c \int_0^t \varphi(0, t) dt \cdot \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega_l^2}\right)\right] \cdot \exp\left(-\frac{2r^2}{\omega_l^2}\right) 2r dr - \frac{\varphi(0, t)}{t_r} \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + \right]$$

$$\left(\frac{\sigma_{24}}{\sigma_{13}}\right)\ln\left(\frac{1}{T_0^2}\right) + L \quad (19)$$

方程(19)即为考虑腔内光强分布时,激光轴上光子密度 $\varphi(0,t)$ 随时间变化的微分方程。

引入归一化的时间 τ 、归一化光子数密度 $\phi(r, \tau)$,再定义一个参量 N :

$$\tau = \frac{t}{t_r} \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + \ln\left(\frac{1}{T_0^2}\right) + L \right] \quad (20)$$

$$\phi(r, \tau) = \varphi(r, \tau) \cdot \frac{2\gamma\sigma l}{\ln\left(\frac{1}{R}\right) + \ln\left(\frac{1}{T_0^2}\right) + L} \quad (21)$$

$$N = \frac{\ln\left(\frac{1}{R}\right) + \ln\left(\frac{1}{T_0^2}\right) + L}{\ln\left(\frac{1}{R}\right) + \left(\frac{\sigma_{24}}{\sigma_{13}}\right)\ln\left(\frac{1}{T_0^2}\right) + L} \quad (22)$$

将式(20)、式(21)、式(22)代入式(19)整理得:

$$\frac{d\phi(0, \tau)}{d\tau} = \phi(0, \tau) \int_0^1 \exp[-A(\tau) \cdot y^\beta] dy - \left(1 - \frac{1}{N}\right)\phi(0, \tau) \frac{1 - \exp[-\alpha A(\tau)]}{\alpha A(\tau)} - \frac{\phi(0, \tau)}{N} \quad (23)$$

方程(23)即为描述归一化光子数密度随归一化时间变化的微分方程,式中:

$$y = \exp\left[-2r^2\left(\frac{1}{\omega_l^2 + \omega_p^2}\right)\right] \quad (24)$$

$$\beta = \frac{1}{1 + (\omega_l/\omega_p)^2} \quad (25)$$

$$A(\tau) = \int_0^\tau \phi(0, \tau) d\tau \quad (26)$$

$$\alpha = \frac{\sigma_{13}S_g}{\gamma\sigma S_s} \quad (27)$$

3 数值分析

式(23)是高斯分布下的归一化速率方程,它的解由三个复合参量 $\alpha, \frac{\omega_p}{\omega_l}, N$ 决定,而式(7)是平面波近似下的归一化速率方程,它的解只由两个复合参量 α 和 N 决定。通过求解这两个微分方程可得到归一化的光子数密度 $\phi(0, \tau)$ 和 $\phi(\tau)$ 随时间 τ 的变化曲线。定义 ϕ_m 和 $\Delta\tau$ 分别是归一化的光子数密度的峰值和脉宽, ϕ_{integ} 是归一化的光子数密度对 τ 从零到无穷的积分值,可得到这三个量与 $\alpha, \frac{\omega_p}{\omega_l}, N$ 的关系曲线。对于实验中采用的激光器,其参数为: $\sigma_{13} = 4.3 \times 10^{-18} \text{ cm}^2, \sigma_{24} = 8.2 \times 10^{-19} \text{ cm}^2, \sigma = 2.5 \times 10^{-18} \text{ cm}^2, h\nu = 1.86 \times 10^{-19} \text{ J}, \alpha = 2.6, \gamma =$

$0.71, \omega_p = 0.41 \text{ mm}, \omega_l = 0.211 \text{ mm}, t_r = 0.23 \text{ ns}, L = 0.03, T_0 = 0.795, R = 0.932$ 。可以计算出高斯近似情况下: $N = 3, \frac{\omega_p}{\omega_l} = 1.9, \alpha = 2.6$, 平面波近似情况下: $N = 3, \alpha = 2.4$ 。首先,图1~图3给出当 $\frac{\omega_p}{\omega_l} = 1.9, \alpha$ 分别为 2.6 和 2.4 时,两种情况下 $\phi_m, \phi_{integ}, \Delta\tau$ 与 N 的变化关系曲线。图4~图6给出当 $N = 3, \alpha$ 分别为 2.6 和 2.4 时, $\phi_m, \phi_{integ}, \Delta\tau$ 与 $\frac{\omega_p}{\omega_l}$ 的变化关系曲线。

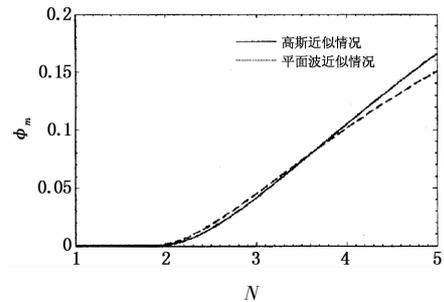


图1 ϕ_m 与 N 的关系曲线

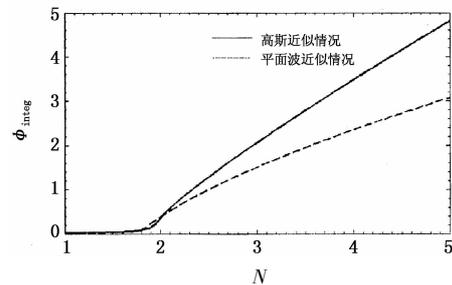


图2 ϕ_{integ} 与 N 的关系曲线

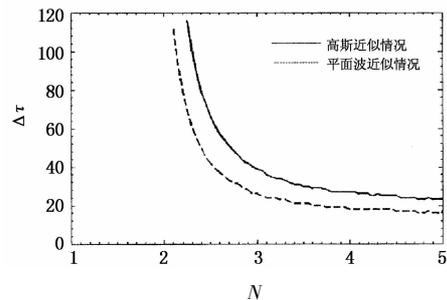


图3 $\Delta\tau$ 与 N 的关系曲线

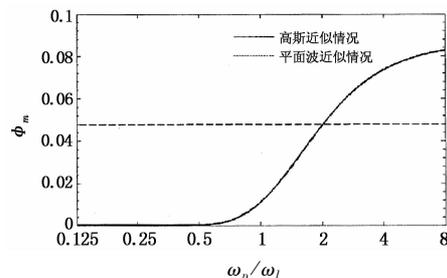


图4 ϕ_m 与 ω_p/ω_l 的关系曲线

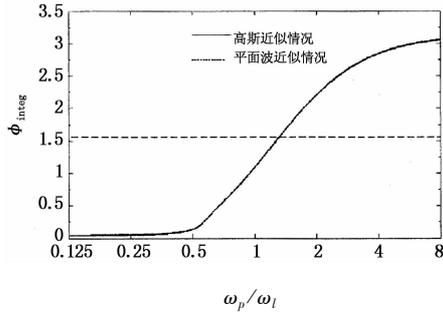


图 5 ϕ_{integ} 与 ω_p/ω_l 的关系曲线

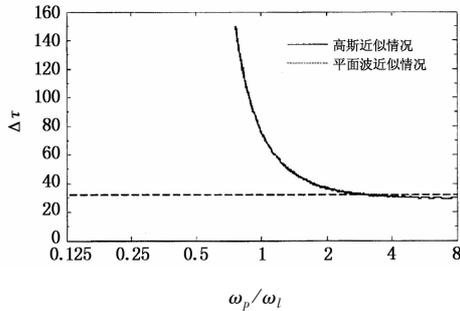


图 6 $\Delta\tau$ 与 ω_p/ω_l 的关系曲线

由图 1 ~ 图 3 可以看出 $\phi_m, \phi_{\text{integ}}$ 随 N 的增加单调递增, $\Delta\tau$ 随 N 的增加单调递减, 当 N 较大时 $\Delta\tau$ 趋向于一定值, 两种理论下 ϕ_m 值相当, 但 $\phi_{\text{integ}}, \Delta\tau$ 值相差较大。由图 4 ~ 图 6 可以看出平面波近似理论下 $\phi_m, \phi_{\text{integ}}, \Delta\tau$ 与 $\frac{\omega_p}{\omega_l}$ 无关, 高斯理论下 $\phi_m, \phi_{\text{integ}}$ 随 $\frac{\omega_p}{\omega_l}$ 的增加单调递增, 当 $\omega_p \gg \omega_l$ 或 $\omega_p \ll \omega_l$ 时, $\phi_m, \phi_{\text{integ}}$ 趋向于一个定值, $\Delta\tau$ 随 $\frac{\omega_p}{\omega_l}$ 的增加单调递减, 当 $\frac{\omega_p}{\omega_l}$ 较小时, $\Delta\tau$ 趋向于无穷大, 当 $\omega_p \gg \omega_l$ 时 $\Delta\tau$ 趋向于一个定值。

4 与实验结果的比较

实验测量装置如图 7 所示, 采用输出镜反射率 R 为 93.2% 为, $\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ 晶体的初始透过率 T_0 为 79.5%; $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ 的直径为 5 mm, 长度为 80 mm, 采用脉冲氙灯进行泵浦; $\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ 镀 1.06 μm 增透膜, 放于 M1 与 $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ 之间; 光阑 A 可以保证激光器基横模运转; 激光腔长为 52 cm, 激光器单脉冲运转, 脉冲能量 E 由 NJ-J1 型激光能量计进行测量, 脉冲宽度 W 由 MRD500 快速光电二极管接收后由 PM3266 存储示波器进行显示, 脉冲峰值功率 P 近似由 E/W 求得。实验值由 5 次测量值求平均得到。

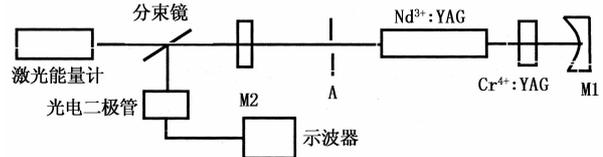


图 7 实验测量装置

平面波近似理论中脉冲能量 E , 峰值功率 P_m 和脉冲宽度 W 可如式(28) ~ 式(30)所示^[8]:

$$E = \frac{Ah\nu}{2\sigma\gamma} \ln\left(\frac{1}{R}\right) \phi_{\text{integ}} \quad (28)$$

$$P_m = \frac{Ah\nu}{2\sigma\gamma t_r} \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + \ln\left(\frac{1}{T_0^2}\right) + L \right] \ln\left(\frac{1}{R}\right) \phi_m \quad (29)$$

$$W = \frac{\Delta\tau \cdot t_r}{\ln\left(\frac{1}{R}\right) + \ln\left(\frac{1}{T_0^2}\right) + L} \quad (30)$$

高斯理论中脉冲能量 E , 峰值功率 P_m 和脉冲宽度 W 可如式(31) ~ 式(33)所示^[7]:

$$E = \frac{\pi\omega_l^2 h\nu}{4\sigma\gamma} \ln\left(\frac{1}{R}\right) \phi_{\text{integ}} \quad (31)$$

$$P_m = \frac{\pi\omega_l^2 h\nu}{4\sigma\gamma t_r} \left[\ln\left(\frac{1}{R}\right) + \ln\left(\frac{1}{T_0^2}\right) + L \right] \ln\left(\frac{1}{R}\right) \phi_m \quad (32)$$

$$W = \frac{\Delta\tau \cdot t_r}{\ln\left(\frac{1}{R}\right) + \ln\left(\frac{1}{T_0^2}\right) + L} \quad (33)$$

由图 1 ~ 图 6 以及式(28) ~ 式(33)可以得到两种模型下脉冲能量 E , 峰值功率 P_m 和脉冲宽度 W 的理论值, 与实验结果的比较如表 1 所示。

表 1 两种模型下的理论结果与实验结果比较

| 参数 | 平面波近似情况下 | | | 高斯近似情况下 | | |
|----------------------|----------|------|------|---------|------|------|
| | 理论值 | 实验值 | 误差/% | 理论值 | 实验值 | 误差/% |
| E (脉冲能量)/mJ | 5.5 | 5 | 10 | 5.4 | 5 | 8 |
| P_m (峰值功率)/kW | 0.45 | 0.26 | 73.1 | 0.25 | 0.26 | 3.8 |
| $\Delta\tau$ (脉宽)/ns | 9.8 | 19 | 48.4 | 17 | 19 | 10.5 |

可以看出两种情况脉冲能量 E 理论值与实验值都吻合的很好, 但脉宽值平面波的结果与实验值差距较大, 几乎只有实验值的一半大小, 而高斯近似结果和实验值相当。可见: 考虑腔内光强空间分布时所得的理论结果比采用平面波近似时所得的理论结果更合乎实际情况。分析原因如下: 平面波近似表示漂白过程在 Cr^{4+} 径向截面内是同时发生, 而高斯近似非均匀分布特点导致漂白过程是中心先振, 边缘滞后, 影响脉宽。

5 结 论

对 $\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ 被动调 Q 激光器进行了理论与实验研究。对腔内光强空间分布为平面波近似与高斯近似两种情况进行比较研究,并与实验结果比较,研究表明,考虑粒子数高斯分布时所得的理论结果比采用平面波近似的结果更合乎实际情况。

参考文献:

- [1] A A Vuylstekc. Theory of laser regeneration switching[J]. J. Appl. Phys, 1963, 34(6): 1615 - 1622.
 - [2] W G Wanger, B A Lengyel. Evolution of the giant pulse in a laser[J]. J. Appl. Phys, 1963, 34(7): 2040 - 2046.
 - [3] Szabo A, Stein R A. Theory of laser giant pulsing by a saturable absorber [J]. J. Appl. Phys, 1965, 36(5): 1562 - 1566.
 - [4] Zhang Xingyu, Zhao Shengzhi, Wang Qingpu. Influence of intracavity laser spatial distribution on solutions to the rate equations of a passively qswitched laser[J]. Acta Photonica Sinica, 1999, 28(7): 651 - 653. (in Chinese)
 - [5] L Pan, X Hou, Y Li, et al. Passively Q -switched Nd:Gd-VO₄ laser with GaAs saturable absorber[J]. Opt. & Laser Technology, 2004, 36(1): 121 - 124.
 - [6] Wang Weiyu, Gong Mali, Liu Xingzhan, et al. Stability of passively Q -switched solid-state lasers and pre-pumping mechanism[J]. Laser & Infrared, 2000, 30(2): 74 - 77. (in Chinese)
 - [7] Xingyu Zhang, Shengzhi Zhao, Qingpu Wang. Modeling of passively Q -switched lasers[J]. J. Opt. Soc. Am. B, 2000, 17: 1166 - 1175.
 - [8] Wang Xiaobin, Sun Bin, Lu Changyong, et al. Research on $\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ passive Q switch[J]. Laser & Infrared, 2006, 36(4): 243 - 246. (in Chinese)
- 张行愚,王青圃,赵圣之.腔内光强空间分布对被动调 Q 激光器速率方程解的影响[J].光子学报,1999,28(7):651 - 653.
- 王为宇,巩马理,刘兴占,等.被动调 Q 固体激光器的稳定性及增益预泵浦技术[J].激光与红外,2000,30(2):74 - 77.
- 王小兵,孙斌,卢常勇,等.激光器件 $\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ 调 Q 技术的研究[J].激光与红外,2006,36(4):243 - 246.