

相位恢复技术算法的探究

马鑫雪^{1,2}, 王建立¹, 王斌¹

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘要:首先介绍了相位恢复技术中的 Gerchberg-Saxton 算法和梯度搜索算法。推导了当任意多帧输入图像及它们的离焦量作为输入时, 梯度搜索算法的目标函数分别关于广义光瞳、波前以及泽尼克系数的偏导数。揭示了 GS 算法与梯度搜索算法之间的关系。针对单幅和多幅图像作为输入时分别用 GS 算法和梯度搜索算法设计了仿真实验, 实验结果显示对于单幅图像作为输入时, 梯度搜索算法明显优于 GS 算法。对于多帧不同离焦量的图像作为输入时, GS 算法和梯度搜索算法都能很好的解算出波前, 但梯度搜索算法的收敛速度明显优于 GS 算法。

关键词:相位恢复; GS 算法; 梯度搜索算法; 物域; 傅里叶域

中图分类号: TP391.4; TH703 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1001-5078.2012.02.023

Study on phase retrieval algorithm

MA Xin-xue^{1,2}, WANG Jian-li¹, WANG Bin¹

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;
2. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract: This paper introduces two algorithms of the phase retrieval—Gerchberg-Saxton algorithm and gradient search algorithm. We respectively get the objective function of gradient search algorithm about the generalized pupil, wave-front and the Zernike coefficients of the partial derivatives when multi-frame images and their defocus are used as the inputs. The relationship between GS algorithm and the gradient search algorithm is revealed. Simulation experiments are carried out with GS algorithm and gradient search algorithm when single and multiple images are used as inputs. The experiment results show that the gradient search algorithm is superior to GS algorithm for single image input. Both GS algorithm and gradient search algorithm can work out wave-front for multi-frame images with different defocus as the input, but the convergence speed of gradient search algorithm is evidently better than GS algorithm.

Key words: phase retrieval; GS algorithm; gradient search algorithm; object-domain; Fourier-domain

1 引言

相位恢复 (phase retrieval, PR) 技术利用光场的衍射模型, 对假设的输入光场进行衍射计算, 得到输出面光场的强度分布。将计算得到的输出面光场的强度与真实相位产生的场强数据相比较, 以两者误差最小为准则, 通过迭代或搜索找到最符合真实场强数据的相位分布。相位恢复算法已经成为一个很重要的研究领域, 这主要是由于相位恢复算法在信号复原、设计光学衍射元件等方面有所应用。由于基于衍射原理, 相对于干涉测量方法而言, 该方法具有装置结构简单, 成本低, 且不易受振动和环境干扰等固有特点, 非常适合用于大型光学零件的在位测量。在光学领域对相位恢复算法的研究比较多, 其核心问题是迭代 (Gerchberg-Saxton, GS 算法)。它

最早由 Gerchberg 等^[1] 在 1972 年提出, 开创了相位恢复技术应用的基础, 随后相继出现了各种算法^[2-4], 使得相位恢复技术得到广泛的应用, 如波前探测^[5]、X 射线结晶学^[6]、天文学^[7] 及反散射问题^[8] 等。

本文分别用 GS 算法和梯度搜索算法设计了单幅和多幅图像作为输入时的仿真实验, 结果显示对于单幅图像作为输入时, 梯度搜索算法明显优于 GS 算法; 对于多帧不同离焦量的图像作为输入时,

基金项目: 国家“863”高技术研究发展计划项目 (No. 2009AA8080603) 资助。

作者简介: 马鑫雪 (1987 -), 女, 硕士研究生, 主要从事 PR 算法, 最优化算法以及波前探测等方面的研究。E-mail: maxinxuezi-bang@163.com

收稿日期: 2011-06-01; **修订日期:** 2011-07-21

GS算法和梯度搜索算法都能很好地解算出波前,但梯度搜索算法的收敛速度明显优于GS算法。

2 PR 算法原理

相位恢复(PR)系统是将激光点光源放在物平面作为目标,在指定离焦面上采集图像,然后利用采集来的图像、图像所对应的离焦量、已知的光瞳大小与形状这三个已知条件来反向解算光学系统像差的一种焦平面波前探测器。PR系统的基本构成图如图1所示。

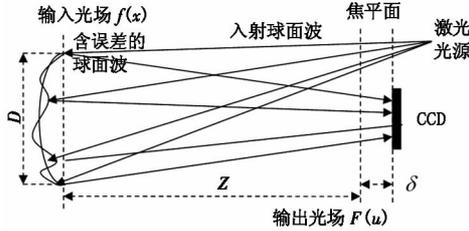


图1 PR光路示意图

Fig.1 schematic of optical path of PR

假设一个被测光学系统的通光孔径为 D , 焦距为 Z , 激光光源的中心波长为 λ , 它的光瞳约束函数为 $|f(x)|$, 其中 x 为一个二维向量, 它的波前畸变为 η , 则对于焦平面, 它的广义光瞳函数是:

$$f(x) = |f(x)| \exp[i\eta(x)] \quad (1)$$

其中, η 可以用泽尼克多项式拟合: $\eta(x) = \sum_n \alpha_n Z_n(x)$ 。其中实数 α_n 表示第 n 项多项式系数; Z_n 表示第 n 项泽尼克多项式基底。

对于线性光学系统来说, 广义光瞳 $f(x)$ 在离焦量为 δ 的平面上的脉冲响应函数 $F(u)$ 为:

$$F(u) = |F(u)| \exp[i\psi(u)] = \mathcal{F}\{f(x) \exp[\varepsilon(x, \delta)]\} \quad (2)$$

其中, x 是光瞳域坐标; u 是像域坐标; x 和 u 都是二维向量; ψ 为脉冲响应的相位部分; \mathcal{F} 为二维傅里叶变换; \mathcal{F}^{-1} 为二维反傅里叶变换; $\varepsilon(x, \delta)$ 表示在位置 x 由离焦量 δ 所造成的波前畸变。

对于一个 PR 系统, 公式(1)中的 $|f(x)|$ 是已知的被测光学系统的先验条件, 对应于光瞳的大小与形状; $|F(u)|$ 是通过 CCD 采集来的图像; CCD 所在位置的离焦量为 δ 。用 PR 进行波前探测的目的就是通过以上的已知量来计算得到 $\eta(x)$ 。所以我们将 PR 问题形式化描述为: 已知 $|f(x)|$, δ_1 , $|F_1(u)|^2$, δ_2 , $|F_2(u)|^2$, \dots , δ_M , $|F_M(u)|^2$, 其中 $|f(x)|$ 是光瞳约束函数, 距离焦面 $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_M$ 处采集的图像分别为 $|F_1(u)|^2, |F_2(u)|^2, \dots, |F_M(u)|^2$, 求光瞳的波前畸变 η 。

下面本文将描述 GS 算法和梯度搜索方法对 PR 问题的求解。

3 GS 算法

GS算法可以描述为: 令 $g_{m,k}, \theta_{m,k}, \phi_{m,k}$ 分别为第 m 幅图像迭代第 k 次时对 f, η, F, ψ 的估计值, g_k 表示第 k 次迭代时用各个 $g_{m,k}$ 对 f 的联合估计, 即 $g_k(x) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M g_{m,k}(x)$ 。GS算法的步骤如下:

$$(a) \text{ 初始化: } k=0; \theta_{m,k}=0, \varepsilon_m(x) = \varepsilon(x, \delta_m) = \frac{\pi \delta_m \|x\|^2}{\lambda Z^2}, g_k(x) = |f(x)|, m \in [1, M] \quad (3)$$

$$(b) G_{m,k}(u) = |G_{m,k}(u)| \exp[i\phi_{m,k}(u)] = \mathcal{F}\{g_k(x) \exp[i\varepsilon_m(x)]\}, m \in [1, M] \quad (4)$$

$$(c) G_{m,k}'(u) = |F(u)| \exp[i\phi_{m,k}(u)], m \in [1, M] \quad (5)$$

$$(d) g_{m,k}'(x) = |g_{m,k}'(x)| \exp[i\theta_{m,k}'(x)] = \mathcal{F}^{-1}[G_{m,k}'(u)] \exp[-\varepsilon_m(x)], m \in [1, M] \quad (6)$$

$$(e) g_{m,k+1}(x) = |f(x)| \exp[i\theta_{m,k+1}(x)] = |f(x)| \exp[i\theta_{m,k}'(x)], m \in [1, M] \quad (7)$$

$$(f) g_{k+1}(x) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M g_{m,k+1}(x) \quad (8)$$

反复(b) ~ (f), 直到退出条件, 退出条件可以是迭代次数的限制, 也可以是目标函数下降到指定值。

目标函数为:

$$B_k = E_{Fk}^2 = N^{-2} \sum_{m=1}^M \sum_u |G_{m,k}(u) - G_{m,k}'(u)|^2 \quad (9)$$

其中, N 表示采集来的图像的宽度, 图像是正方形的。根据公式(4)、式(5)可知, $G_{m,k}(u)$ 与 $G_{m,k}'(u)$ 的相位部分相等, 所以公式(9)又可以化为:

$$B_k = E_{Fk}^2 = N^{-2} \sum_{m=1}^M \sum_u [|G_{m,k}(u)| - |F(u)|]^2 \quad (10)$$

GS方法整个过程如图2所示。正如图2中的描述, GS算法可以应用在 $|F|$ 和 $|f|$ 都已知的问题

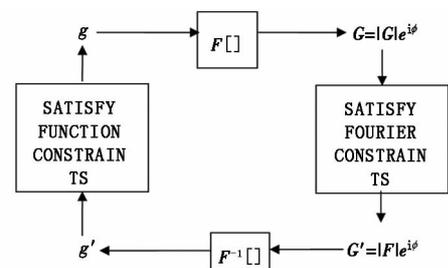


图2 Gerchberg-Saxton 算法示意图

Fig.2 block diagram of the Gerchberg-Saxton algorithm

中。从后面第5部分描述的GS算法与梯度搜索法的关系时可以知道,GS算法实际上是关于目标函数式(10)的牛顿最速方向下降法,所以GS算法是收敛的。

4 梯度搜索算法

梯度搜索算法是解决相位恢复问题的另一种常见方法。它是应用数学最优化方法,以公式(10)的 B_k 为目标函数,并把 B_k 的关于各个未知量的偏导数一同代入梯度搜索算法中,最终求得 B_k 最小时所对应的 θ 作为对波前畸变的估计。

应用梯度搜索算法最重要的就是正确描述目标函数及其对各个变量的偏导数,下面我们将以未知变量 $g(x)$, $\theta(x)$ 及公式(1)中的 α_n 用公式(10)进行求偏导。

首先讨论以 $g(x)$ 为未知变量的偏导数。 B 对 $g(x)$ 求偏导,即 B_k 分别对 $g(x)$ 的实部 $\partial_{g_{real}}$ 及 $g(x)$ 的虚部求偏导 $\partial_{g_{imag}}$ 。

$$\begin{aligned} \partial_{g_{real}} B_k &\equiv \frac{\partial B_k}{\partial g_{real,k}(x)} = 2N^{-2} \sum_{m=1}^M \sum_u [|G_{m,k}(u)| - |F(u)|] \frac{\partial |G_{m,k}(u)|}{\partial g_{real,k}(x)} \\ \partial_{g_{imag}} B_k &\equiv \frac{\partial B_k}{\partial g_{imag,k}(x)} = 2N^{-2} \sum_{m=1}^M \sum_u [|G_{m,k}(u)| - |F(u)|] \frac{\partial |G_{m,k}(u)|}{\partial g_{imag,k}(x)} \end{aligned} \quad (11)$$

其中:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_{m,k}(u)}{\partial g_{real,k}(x)} &= \frac{\partial}{\partial g_{real,k}(x)} \sum_y g_k(y) \exp[i\epsilon_m(x)] \cdot \exp[-i2\pi uy/N] = \exp[i\epsilon_m(x)] \exp[-i2\pi ux/N] \\ \frac{\partial G_{m,k}(u)}{\partial g_{imag,k}(x)} &= \frac{\partial}{\partial g_{imag,k}(x)} \sum_y g_k(y) \exp[i\epsilon_m(x)] \cdot \exp[-i2\pi uy/N] = i \exp[i\epsilon_m(x)] \exp[-i2\pi ux/N] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial |G_{m,k}(u)|}{\partial g_{real,k}(x)} &= \frac{\partial [|G_{m,k}(u)|^2]^{1/2}}{\partial g_{real,k}(x)} \\ &= \frac{1}{2 |G_{m,k}(u)|} \frac{\partial |G_{m,k}(u)|^2}{\partial g_{real,k}(x)} \\ &= \frac{G(u) \exp[-i\epsilon_m(x) + i2\pi ux/N]}{2 |G(u)|} + c. c. \\ \frac{\partial |G_{m,k}(u)|}{\partial g_{imag,k}(x)} &= \frac{\partial [|G_{m,k}(u)|^2]^{1/2}}{\partial g_{imag,k}(x)} \\ &= \frac{1}{2 |G_{m,k}(u)|} \frac{\partial |G_{m,k}(u)|^2}{\partial g_{imag,k}(x)} \\ &= \frac{-iG(u) \exp[-i\epsilon_m(x) + i2\pi ux/N]}{2 |G(u)|} + c. c. \end{aligned} \quad (13)$$

因此,方程(11)变成:

$$\begin{aligned} \partial_{g_{real}} B_k &= N^{-2} \sum_{m=1}^M \sum_u [G_{m,k}(u) - |F(u)| G_{m,k}(u) / |G_{m,k}(u)|] = \frac{-iG(u) \exp[-i\epsilon_m(x) + i2\pi ux/N]}{2 |G(u)|} + c. c. \\ \partial_{g_{imag}} B_k &= -iN^{-2} \sum_{m=1}^M \sum_u [G_{m,k}(u) - |F(u)| G_{m,k}(u) / |G_{m,k}(u)|] = \frac{-iG(u) \exp[-i\epsilon_m(x) + i2\pi ux/N]}{2 |G(u)|} + c. c. \end{aligned} \quad (14)$$

其中, $c. c.$ 代表前面产生的复共轭。

用公式(5)来定义 $G_{m,k}'(u)$:

$$G_{m,k}'(u) = |F(u)| G_{m,k}(u) / |G_{m,k}(u)| \quad (15)$$

式(14)可表示为:

$$\begin{aligned} \partial_{g_{real}} B_k &= 2\text{Real} \sum_m [g_{m,k}(x) - g_{m,k}'(x)] \\ \partial_{g_{imag}} B_k &= 2\text{Imag} \sum_m [g_{m,k}(x) - g_{m,k}'(x)] \end{aligned} \quad (16)$$

再次考虑以 $\theta(x)$ 为未知变量的偏导数。由式(10)得 B_k 对 $\theta(x)$ 的偏导数为:

$$\begin{aligned} \partial_{\theta} B_k &= \frac{\partial B_k}{\partial \theta_k(x)} = 2N^{-2} \cdot \sum_m \sum_u [|G_{m,k}(u)| - |F(u)|] \frac{\partial |G_{m,k}(u)|}{\partial \theta_k(x)} \end{aligned} \quad (17)$$

由于:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_{m,k}(u)}{\partial \theta_k(x)} &= \frac{\partial}{\partial \theta_k(x)} \sum_y |f(y)| \exp[i\theta(y)] \cdot \exp[i\epsilon_m(x)] \exp[-i2\pi uy/N] = i g_k(x) \cdot \exp[i\epsilon_m(x)] \exp[-i2\pi ux/N] \end{aligned} \quad (18)$$

然后:

$$\begin{aligned} \frac{\partial |G_{m,k}(u)|}{\partial \theta_k(x)} &= \frac{G_{m,k}(u) (-i) g_k^*(x) \exp[-i\epsilon_m(x)] \exp[i2\pi ux/N] + c. c.}{2 |G_{m,k}(u)|} \end{aligned} \quad (19)$$

所以有:

$$\begin{aligned} \partial_{\theta} B_k &= \sum_m i g_{m,k}^*(x) [g_{m,k}'(x) - g_{m,k}(x)] + c. c. \\ &= -2\text{Imag} \sum_m [g_{m,k}^*(x) g_{m,k}'(x)] \\ &= -2 |f(x)| \sum_m |g_{m,k}'(x)| \sin[\theta_{m,k}'(x) - \theta_{m,k}(x)] \end{aligned} \quad (20)$$

最后我们考虑以泽尼克系数 $\alpha(x)$ 为未知变量的偏导数。由式(10)得 B_k 对 $\alpha(x)$ 的偏导:

$$\frac{\partial B_k}{\partial a_{n,k}} = \sum_x \frac{\partial B}{\partial \theta_k(x)} \frac{\partial \theta_k(x)}{\partial a_{n,k}(x)} \quad (21)$$

其中:

$$\frac{\partial \theta_k(x)}{\partial a_{n,k}} = \frac{\partial}{\partial a_{n,k}} [\sum_{n=1}^m a_{n,k} Z_n(x)] = Z_n(x) \quad (22)$$

将式(20)和式(22)代入式(21)得:

$$\partial_{a_n} B_k = -2 \sum_m \sum_x |f(x)| |g_{m,k}'(x)| \cdot$$

$$\sin[\theta_{m,k}'(x) - \theta_{m,k}(x)] Z_n(x) \quad (23)$$

5 GS 算法和梯度搜索算法的关系

GS 法相当于以式(10)为目标函数的牛顿最速方向下降法,为了使问题简便,我们令 $M = 1$,式(16)可表示为:

$$\partial_g B = 2[g(x) - g'(x)] \quad (24)$$

沿着梯度的步长能由 B 的泰勒级数展开的首项决定:

$$B \approx B_k + \sum_x \partial_g B_k [g(x) - g_k(x)] \quad (25)$$

当 $g(x) = g''_k(x)$ 时 B 展开项的首项为零:

$$g''_k(x) - g_k(x) = -B_k \partial_g B_k / \sum_y (\partial_g B_k)^2 \quad (26)$$

$$\text{可得: } \sum_y (\partial_g B_k)^2 = 4 \sum_y [g_k(y) - g_k'(y)]^2 = 4B_k$$

式(26)变为:

$$g_k''(x) - g_k(x) = -(1/4) \partial_g B_k \\ = (1/2) [g_k'(x) - g_k(x)] \quad (27)$$

所以,GS 法相当于以 B 为目标函数的牛顿最速方向下降法,步长为 $(1/2) [g_k'(x) - g_k(x)]$ 。可以预测,对于同一个目标波前,在 PR 中分别应用 GS 算法和梯度搜索算法,在迭代初期,GS 算法的收敛速度会略快于梯度搜索算法,但是在后面的迭代过程中 GS 算法的收敛速度会明显慢于梯度搜索算法,这是和最优化问题中对同一个问题分别用牛顿最速方向下降法和共轭梯度法现象应该是一致的。

6 仿真实验结果与分析

仿真的光学系统参数是:焦距为 895 mm,口径为 50 mm,激光光源中心波长为 532 nm。生成一个 $RMS = 0.6188$, $PV = 5.5712$ 的目标波前 ω ,如图 3(a)所示;对 ω 的每一个点减 2π 的整数倍,使其映射到 $(-\pi, \pi]$,得到 ω 的相位缠绕形式如图 3(b)所示。分别在焦面位置处和离焦量为 1 mm 处采集一幅图像。

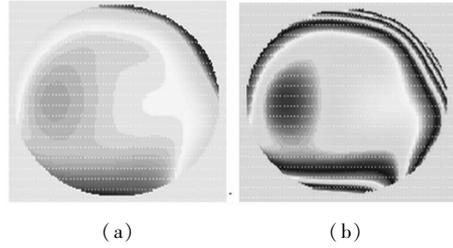


图 3 模拟的焦面和离焦面的波前

Fig. 3 the simulative wavefront of focus and defocus

6.1 GS 算法的单帧和两帧

分别用采集来的单帧与两帧图像代入 GS 算法中,迭代 1000 次之后,单帧对波前的解算结果如图 4(a)所示,两帧的解算结果如图 4(b)所示。

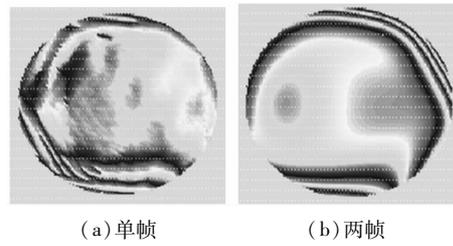


图 4 GS 算法的解算结果

Fig. 4 the results of GS algorithm

由仿真实验可以知道,对于目标波前的畸变较大时,GS 算法用单帧采集来的图像作为输入很难收敛到目标波前,而用两帧作为输入能够得到比较好的结果。

6.2 梯度搜索算法的单帧和两帧

分别用采集来的单帧与两帧图像代入梯度搜索算法,单帧对波前的解算结果如图 5(a)所示,两帧的解算结果如图 5(b)所示。

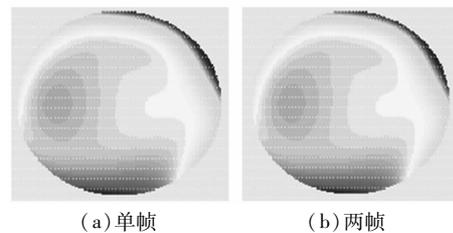


图 5 梯度搜索算法的解算结果

Fig. 5 the results of gradient search algorithm

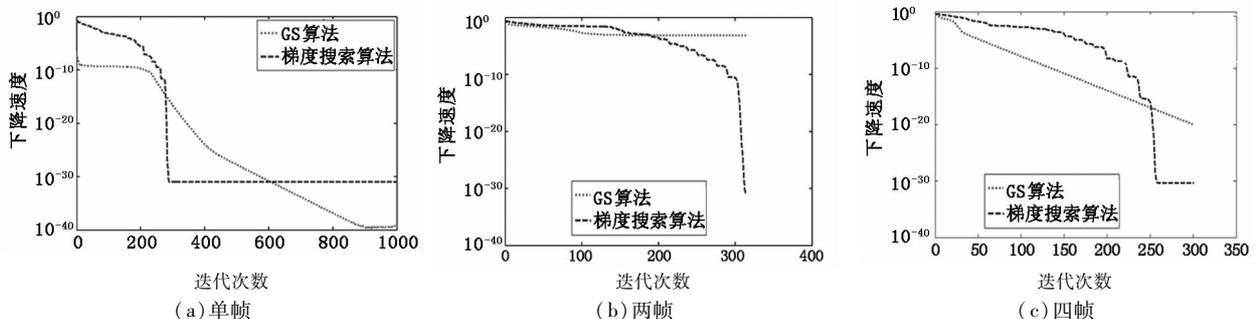


图 6 收敛速度对比

Fig. 6 the comparison of convergence speed

它们解算后的波前的 RMS 为 0.6188, PV 为 5.5712, 即和目标波前一致。可以看出:用梯度搜索算法进行单帧和两帧波前解算时都能得到较好地恢复效果。但梯度搜索算法不论以单帧还是以双帧作为输入时,都比 GS 算法的效果好。

6.3 下降速度的比较

图 6 是梯度搜索算法和 GS 算法进行单帧、两帧和四帧图像恢复时得到的目标函数值的对数随着迭代步数增加而下降的曲线图。

由图 6 可以看出:在前几步的迭代过程中,GS 下降速度较梯度搜索算法快,但在后面的迭代过程中,梯度搜索算法下降的速度明显比 GS 算法的下降速度快得多。实际上这和梯度搜索算法中的牛顿最速下降法与共轭梯度法的下降速度的比较结果是一致的,正好满足第 5 节中我们分析 GS 算法和梯度搜索法之间关系的结论。

7 结论

本文探究了相位恢复技术算法,尤其对 GS 算法与梯度搜索算法进行了分析和比较。给出了当用任意多帧采集的图像和它们对应的离焦量作为 GS 算法和梯度搜索算法的输入时,两种算法的求解过程;并推导了梯度搜索算法目标函数关于广义光瞳、波前及泽尼克系数的偏导数。揭示了 GS 算法与梯度搜索算法之间的关系。从而从理论上分析了 GS 算法在迭代后期收敛速度明显低于梯度搜索算法。本文分别用 GS 算法和梯度搜索算法设计了当单幅和多幅图像作为输入时的仿真实验,实验结果显示对于单幅图像作为输入时,梯度搜索算法明显优于 GS 算法;对于多帧不同离焦量的图像作为输入时,GS 算法和梯度搜索算法都能很好的解算出波前,但梯度搜索算法的收敛速度明显优于 GS 算法,符合理论分析。在今后的工作中,我们将搭建实际光路实验,进行 PR 相位解算并与干涉仪进行比较的实验;并结合本研究小组对相位差异(phase diversity)的研究基础^[9-12]进行 PDPR (phase-diversity phase retrieval)系统的构建。

参考文献:

- [1] Gerchberg R W, Saxton W O. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction phase pictures [J]. *Optic*, 1972, 35(2): 237 - 246.
- [2] Fienup J R. Phase retrieval algorithms: a comparison [J]. *Appl Opt*, 1982, 21(15): 2758 - 2769.
- [3] Zeng Fa, Tan Qiaofeng, Wei Xiaofeng, et al. A phase retrieval algorithm for complex optical field [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, 33(3): 339 - 342. (in Chinese)
曾发, 谭峭峰, 魏晓峰, 等. 一种可对复杂光场进行相位恢复的算法 [J]. *中国激光*, 2006, 33(3): 339 - 342.
- [4] Yu Bin, Peng Xiang, Tian Jindong, et al. Phase retrieval for in-line hard x-ray phase-contrast imaging with the yang-gu algorithm [C]//Proc. of SPIE, 2006, 6026: 60260Z. 1 - 60260Z. 6.
- [5] J N Cederquist, J R Fienup, C C Wackerman, et al. Wavefront phase estimation from fourier intensity measurements [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1989, 6: 1020 - 1026.
- [6] Yu Bin, Peng Xiang, Tian Jindong, et al. Phase retrieval for hard X-ray in-line phase contrast imaging [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, 54(5): 2034 - 2037. (in Chinese)
于斌, 彭翔, 田劲东, 等. 硬 X 射线同轴相衬成像的相位恢复 [J]. *物理学报*, 2005, 54(5): 2034 - 2037.
- [7] Dean Bruce H, Aronstein David L, Smith J Scott, et al. Phase retrieval algorithm for JWST flight and tested telescope [C]//Proc. of SPIE, 2006, 6 265: 1 - 17.
- [8] G Hislop, G C James, A Hellicar. Phase retrieval of scattered fields [J]. *IEEE Trans. Antennas Propag*, 2007, 55: 2332 - 2341.
- [9] Wu Y H, Wang B, Zhao J Y, et al. Restoration of broadband white light image using phase diversity technique [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2010, 18(8): 1849 - 1854. (in Chinese)
吴元昊, 王斌, 赵金宇, 等. 利用相位差异技术恢复宽带白光图像 [J]. *光学 精密工程*, 2010, 18(8): 1849 - 1854.
- [10] Wang J L, Wang Z Y, Wang B, et al. Imagerestoration by phase-diversity speckle [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2011, 19(5): 1165 - 1170. (in Chinese)
王建立, 汪宗阳, 王斌, 等. 相位差异散斑法图像复原技术 [J]. *光学 精密工程*. 2011, 19(5): 1165 - 1170.
- [11] Wang B, Wang Z Y, et al. Image restoration by phase-diverse speckle [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2011, 19(6): 1384 - 1390. (in Chinese)
王斌, 汪宗阳, 等. 双相机相位差异散斑成像技术 [J]. *光学 精密工程*, 2011, 19(6): 1384 - 1390.
- [12] Wang B, Chen Z F, Wang Z Y, et al. Improvement of phase diversity object function's parallelity [J]. *Optics and Precision Engineering*. (in Chinese)
王斌, 陈占芳, 汪宗阳, 等. 相位差异法目标函数的并行化改造 [J]. *光学 精密工程*. (全国第六届精密工程学术研讨会专栏)