

# 基于四象限探测器的光斑中心高精度定位算法

郭小康, 张彦梅, 贺仕杰

(北京理工大学信息与电子学院, 北京 100081)

**摘要:** 为了提高四象限探测器检测光斑中心位置的精度, 降低现有算法的复杂度, 提出了二段式多项式拟合算法。在光斑能量分布服从高斯分布模型条件下, 利用四象限探测器的对称性, 简化数据的处理量, 将拟合区间合理分为两段进行多项式拟合。同时, 针对在拟合区间两端的拟合误差较大的现象进行了优化。仿真分析结果表明, 当最高多项式次数为四次时, 在 origin 附近区间, 拟合误差仅为  $10^{-5}$  mm 数量级; 在远离 origin 区间, 拟合误差为  $10^{-4}$  mm 数量级。最后通过实验验证, 证明了算法的可行性。

**关键词:** 四象限探测器; 光斑中心; 多项式拟合; 检测精度

**中图分类号:** TN249    **文献标识码:** A    **DOI:** 10.3969/j.issn.1001-5078.2017.11.006

## Study on high precision positioning algorithm of spot center based on the four-quadrant detector

GUO Xiao-kang, ZHANG Yan-mei, HE Shi-jie

(School of Information and Electrics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** In order to improve the detection accuracy of the four-quadrant detector for laser spot center location and simplify the existing algorithm, the two-section polynomial fitting method was proposed. When the spot energy distribution is Gaussian distribution model, the processing of data can be simplified according to the symmetry of the four-quadrant detector. And then the fitting range was divided into two sections for polynomial fitting. Meanwhile, the algorithm was optimized because the fitting error is bigger on the sides of the fitting range. The simulation results show that when the highest degree of polynomial is four, the fitting error is only  $10^{-5}$  mm orders of magnitude in the range near the origin and  $10^{-4}$  mm orders of magnitude in the range away from the origin. At last, the experiment proves the feasibility of the proposed algorithm.

**Key words:** four-quadrant detector; spot center; polynomial fitting; detection accuracy

### 1 引言

四象限探测器是一种常见的位置测量器件, 由于其结构简单, 具有较高的量子效率和灵敏度, 广泛应用于目标定位、跟踪、自由空间光通信等领域<sup>[1-3]</sup>。

提高光斑中心检测精度的关键之一便是提高光斑中心定位算法。文献[4]提出了以13个特征点为

例的基于插值法的四象限探测器测角算法; 文献[5]提出了高精度的数据库查询法, 仿真误差达到  $10^{-5}$  mm 数量级; 文献[6]提出了 Composite 拟合算法, 仿真误差控制在  $10^{-4}$  mm 数量级。文献[4]~[6]的算法固然有很高的测量精度, 但不能满足在计算速度和算法复杂程度上的要求。为了解决上述算法的缺陷, 提出了高精度的二段式多项式拟合算法, 不仅大大简

化了算法,而且有着较高的测量精度。

## 2 四象限探测器的基本原理

四象限探测器作为一种常用的位置敏感探测器,如图1所示,它由四个性质完全相同的光电二极管拼接而成,分别对应四个象限,各个象限被不能感光

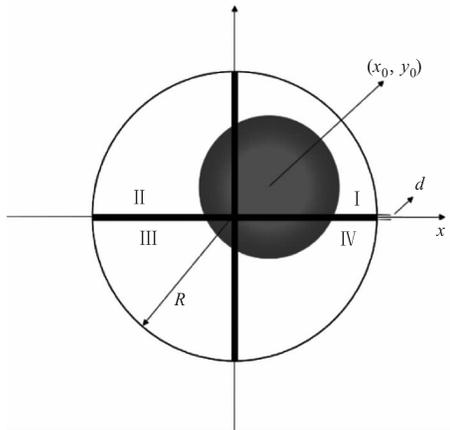


图1 四象限探测器工作原理示意图

Fig. 1 Schematic diagrams for working principle of four-quadrant detector

当光束照射到四象限探测器表面时,被分为 I, II, III, IV 四个部分,各象限对应的光电流为  $I_1, I_2, I_3, I_4$ ; 当光斑中心发生相对偏移时,各象限接收到的光能量也会发生变化,那么就会产生不同强度的光电流,从而对光斑中心进行定位。根据经典的加减法可以得到:

$$\sigma_x = \frac{(I_1 + I_4) - (I_2 + I_3)}{I_1 + I_2 + I_3 + I_4} = \frac{(P_1 + P_4) - (P_2 + P_3)}{P_1 + P_2 + P_3 + P_4} \quad (1)$$

$$\sigma_y = \frac{(I_1 + I_2) - (I_3 + I_4)}{I_1 + I_2 + I_3 + I_4} = \frac{(P_1 + P_2) - (P_3 + P_4)}{P_1 + P_2 + P_3 + P_4} \quad (2)$$

其中,  $P_1, P_2, P_3, P_4$  为各象限所接收到的光能量;  $\sigma_x, \sigma_y$  分别为  $x$  方向和  $y$  方向上的相对位移量。若光斑中心位置坐标为  $(x_0, y_0)$ , 则有  $(x_0, y_0) = f(\sigma_x, \sigma_y)$ 。由于  $x$  方向和  $y$  方向相互独立,且四象限探测器具有对称性,因此本文主要就  $x$  方向进行展开讨论,  $y$  方向会得到相同的结论。

## 3 四象限探测器模型的仿真与分析

### 3.1 基于高斯分布的光斑能量模型

一般来说,普通激光器发射的激光光束在四象

限探测器上形成的光斑能量是服从高斯分布的,其能量分布图如图2所示,中心点处的能量最强,随着离中心的距离越远,能量迅速减弱。

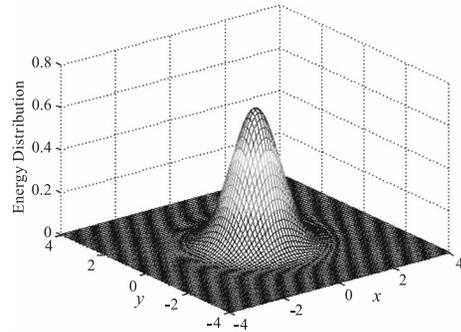


图2 基于高斯分布的光斑能量模型

Fig. 2 The energy model of light spot based on Gaussian

若  $P(x, y)$  表示光敏面上  $(x, y)$  处的光能量值,  $E_0$  是光斑的总能量, 则有:

$$P(x, y) = \frac{2E_0}{\pi\omega^2} \exp\left\{-\frac{2[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]}{\omega^2}\right\} \quad (3)$$

其中,  $\omega$  为高斯光斑的束腰半径(下文简称为光斑半径)。

### 3.2 四象限探测器模型的仿真与分析

假设一能量服从高斯分布的光束,其半径为  $\omega$ , 入射在半径  $R$ , 死区宽度为  $d$  的四象限探测器光敏面上,形成的光斑中心坐标为  $(x_0, y_0)$ , 如图1所示。为了方便计算,由公式(1)可得:

$$\sigma_x = \frac{(I_1 + I_4) - (I_2 + I_3)}{I_1 + I_2 + I_3 + I_4} = \frac{2(I_1 + I_4)}{I_1 + I_2 + I_3 + I_4} - 1 \quad (4)$$

每个象限因光生伏特原理感应生成的光电流可以写为如下形式:

$$I_i = \eta \int_{S_i} P(x, y) dS_i \quad (i = I, II, III, IV) \quad (5)$$

其中,  $\eta$  为常数;  $S_i$  表示光敏面上各象限的感光面积。

由公式(5),可得 I、IV 两个象限感应生成的电流为:

$$I_1 + I_4 = \eta \left( \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \int_{d/2}^{\sqrt{R^2-d^2/4}} P(x, y) dx dy - \int_{-d/2}^{d/2} \int_{\sqrt{R^2-d^2/4}}^{\sqrt{R^2-x^2}} P(x, y) dx dy \right) \quad (6)$$

同理, II、III 两个象限感应生成的电流:

$$I_2 + I_3 = \eta \left( \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \int_{-\sqrt{R^2-d^2/4}}^{-d/2} P(x,y) dx dy - \int_{-d/2}^{d/2} \int_{-\sqrt{R^2-d^2/4}}^{\sqrt{R^2-d^2/4}} P(x,y) dx dy \right) \quad (7)$$

$$\sigma_x = \left\{ 2 \left( \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \int_{d/2}^{\sqrt{R^2-d^2/4}} P(x,y) dx dy - \int_{-d/2}^{d/2} \int_{d/2}^{\sqrt{R^2-d^2/4}} P(x,y) dx dy \right) \right. \\ \left. \left( \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \int_{d/2}^{\sqrt{R^2-d^2/4}} P(x,y) dx dy - \int_{-d/2}^{d/2} \int_{d/2}^{\sqrt{R^2-d^2/4}} P(x,y) dx dy + \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \int_{-\sqrt{R^2-d^2/4}}^{-d/2} P(x,y) dx dy - \int_{-d/2}^{d/2} \int_{-\sqrt{R^2-d^2/4}}^{-d/2} P(x,y) dx dy \right) \right\} - 1 \quad (8)$$

假设现有四象限探测器的光敏面半径为 1.5 mm,暗区宽度为 0.045 mm,入射高斯光束的束腰半径为 0.75 mm(当光斑半径等于探测器光敏面半径的一半时,定位精度和有效测量范围可以达到最佳效果<sup>[7]</sup>),为了方便讨论,其总能量规划为 1。通过仿真得到相对位移量  $\sigma_x$  与实际坐标值  $x$  的关系,如图 3 所示。

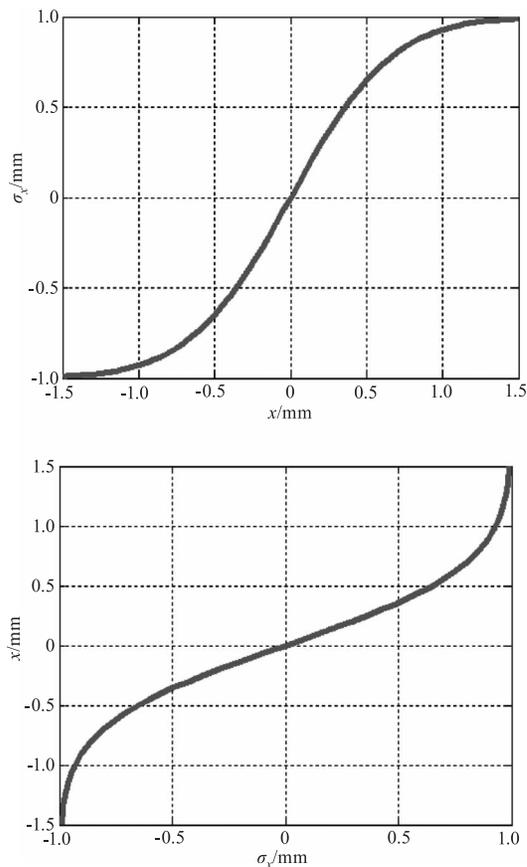


图3  $\sigma_x$  与  $x$  关系曲线

Fig. 3 The relationship between  $\sigma_x$  and  $x$

通过观察图 3 可以看出,当光斑中心在四象限探测器中心附近时,  $\sigma_x$  与  $x$  近似地呈线性关系;光

斑偏离中心越远,二者的线型关系越来越弱,非线性越来越强。

### 4 二段式多项式拟合法

#### 4.1 二段式多项式拟合法的提出

多项式拟合算法具有简单、直接等优点,但是一般的多项式拟合法要想达到很高的精度,需要拟合的多项式具有很高的次数,这就大大影响了计算的速度。为了解决上述问题,本文提出一种新的多项式拟合算法。通过图 3 可以发现曲线关于原点具有很好的对称性,所以利用这一特点提出了二段式多项式拟合法。

当光斑半径  $\omega$  与四象限探测器半径  $R$  满足  $\omega = R/2$  时,四象限探测器的有效测量范围是  $[-R/2, R/2]$ ,当超出测量范围时定位效果将会变差<sup>[8]</sup>。根据四象限探测器的对称性,若  $x \in [0, R/2]$  时,  $x = g(\sigma_x)$ ,则当  $x \in [-R/2, 0]$  时,  $x = -g(-\sigma_x)$ ,因此只需对区间  $[0, R/2]$  拟合即可。实际应用时,若忽略四象限探测器四个象限的不一致性和其他因素的影响,该结论是成立的。

#### 4.2 二段式多项式拟合法的仿真与分析

引入光斑中心检测误差  $\delta_x$ ,其表征光斑实际位置与光斑检测位置之间的误差值。若光斑中心相对于四象限探测器光敏面上原点位置的坐标为  $(x, y)$ ,由四象限探测器检测出的光斑中心坐标为  $(x', y')$ ,则  $x$  方向上的光斑中心检测误差为:

$$\delta_x = x' - x \quad (9)$$

经仿真可知,区间  $x \in [0, R/2]$  大约对应区间  $\sigma_x \in [0, 0.8328]$ ;当  $\sigma_x = 0.52$ ,即  $I_A + I_D = 3.17(I_B + I_C)$  时,大约对应  $x = R/4$  处,因此选取该点为区间分界点。

采用四次多项式拟合,对区间  $x \in [0, R/2]$  进

行分段拟合,并求得光斑中心检测误差  $\delta_x$ ,如图4所示。

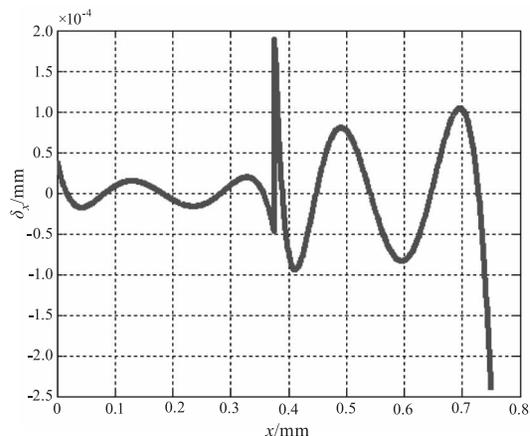


图4 光斑中心检测误差

Fig. 4 The detecting error of the spot center

从图4中可以看出,在区间 $[0, R/4]$ 内,光斑中心检测误差较小,最大值仅为  $4.69 \times 10^{-5}$  mm;在区间 $[R/4, R/2]$ 内,光斑中心检测误差较大,最大值为  $2.423 \times 10^{-4}$  mm。

通过图4可以发现,在区间 $[R/4, R/2]$ 的两端拟合误差较大。为了解决这个问题,可以采取如下方法:由于区间 $[0, R/4]$ 内的拟合误差很小,所以在  $x = R/4$  附近有较大拟合误差的点,可以采用 $[0, R/4]$ 内的拟合多项式进行拟合;通过仿真分析发现,往往拟合区间两端的拟合误差较大,所以在拟合区间 $[R/4, R/2]$ 内的数据时,可以适当加入  $x = R/2$  右侧的数据,这样可以有效减小在  $x = R/2$  附近的拟合误差。利用上述方法进行优化后的光斑中心拟合误差  $\delta_x$  如图5所示。

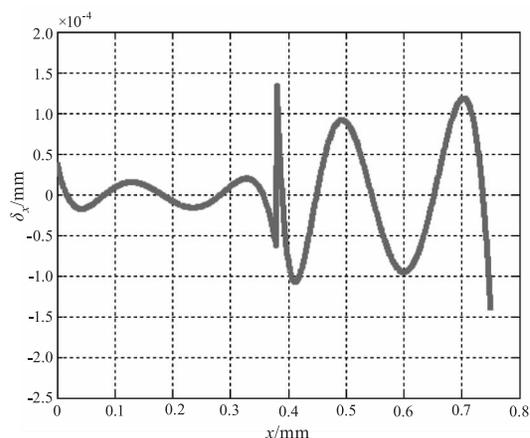


图5 优化后的光斑中心检测误差

Fig. 5 The detecting error of the spot center after optimizing

从图5中可以看出,区间 $[R/4, R/2]$ 两端的拟

合误差明显减小了,但是由于增加了拟合数据,其他区域内数据的拟合误差增大了。此时,在区间 $[0, R/4]$ 内,光斑中心检测误差保持不变,最大值仅为  $4.69 \times 10^{-5}$  mm;在区间 $[R/4, R/2]$ 内,最大值为  $1.423 \times 10^{-4}$  mm。

从优化过程还可以发现,拟合区间的大小会影响拟合精度,所以要根据实际需要选择合适的拟合区间分界点,从而使算法最优化。

## 5 试验验证与分析

为了验证二段式多项式拟合法的有效性,搭建试验平台如图6所示。主要实验装置包括高精度位移平台(分辨率为0.001 mm),波长1550 nm的激光器,InGaAs 四象限探测器,光学透镜系统及相应的AD采集电路等。

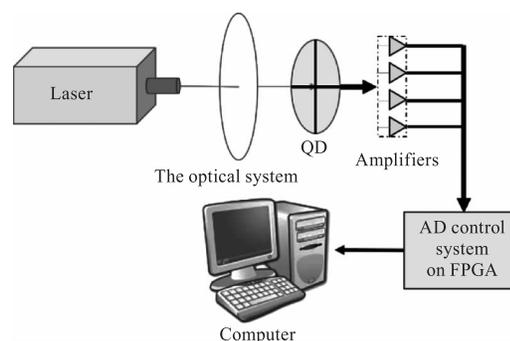


图6 系统结构简化示意图

Fig. 6 Simplified schematic diagram of the system

试验的具体过程如下:在本系统中,激光器固定不动,四象限探测器固定在高精度位移平台上,可以实现  $x$  方向的精密移动。首先通过调节透镜与四象限探测器之间的距离使光斑半径调整到0.75 mm,然后控制高精度位移平台,使得各象限输出电压相等,此时光斑中心在光敏面原点处。接着控制高精度位移平台延  $x$  轴方向从(0,0)移动到(0.75 mm, 0),通过AD采集电路读出象限的电流值并送给上位机处理。

在数据处理过程中,去除掉明显偏离的数据点,以减少试验误差。根据上述所获得的数据,采用二段式多项式拟合法计算光斑中心坐标的误差曲线,如图7所示。

由图7可知,利用分段多项式拟合法,在区间 $[0, R/4]$ 的最大拟合误差为  $3.23 \times 10^{-4}$  mm;在区间 $[R/4, R]$ 的最大拟合误差为  $7.45 \times 10^{-4}$  mm。这与理论分析是吻合的。试验误差比仿真误差大,是

由于实验时测量误差、试验设备固有的误差以及噪声、温度等外界因素引起的。

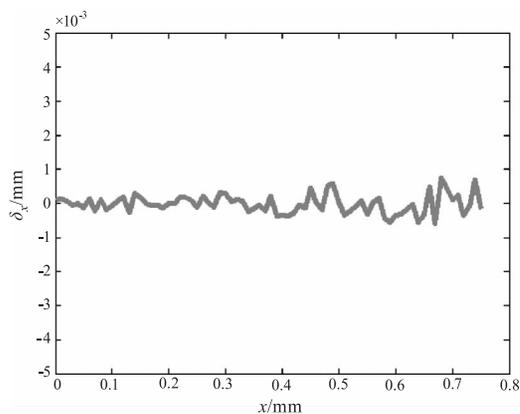


图7 实验获得的光斑中心检测误差

Fig. 7 The detecting error of the spot center by experiment testing

## 6 结论

本文提出了计算四象限探测器光斑中心的高精度算法,并且给出了优化分段多项式拟合的优化方法。在保证实验测量精度的前提下,本文提出的算法能够将四象限探测器的光斑中心检测精度提高到 $10^{-4}$ mm数量级。该算法在保证高精度的同时大大降低了算法复杂度,这对四象限探测器光斑中心定位算法研究具有重要意义。

## 参考文献:

[1] Monteiro D W D L, Vdovin G, Sarro P M. High-speed wavefront sensor compatible with standard CMOS technology[J]. Sensors & Actuators A Physical, 2004, 109(3): 220-230.

[2] Nirmaier T, Pudasaini G, Bille J. Very fast wave-front measurements at the human eye with a custom CMOS-based Hartmann-Shack sensor. [J]. Optics Express, 2003, 11(21): 2704-2716.

[3] ZHAO Xin, TONG Shoufeng, LIU Yunqing, et al. Application research on four-quadrant detector in space laser communication system [J]. Journal of Optoelectronics · Laser, 2010, 21(1): 46-49. (in Chinese)

赵馨, 佟首峰, 刘云清, 等. 四象限探测器在空间激光通信中应用研究[J]. 光电子·激光, 2010, 21(1): 46-49.

[4] CHEN Yong, ZHU Tianrui, LI Rui. Design and realization of the angle measurement algorithm of the four-quadrant detector based on the interpolation algorithm [J]. Infrared and Laser Engineering, 2011, 40(3): 544-547, 569. (in Chinese)

陈勇, 祝天瑞, 李蕊. 基于插值法的四象限探测器测角算法设计与实现方法分析[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(3): 544-547, 569.

[5] GAO Zijun, DONG Lili, MENG Liyan, et al. Study for high-precision positioning algorithm of four-quadrant detector [J]. Journal of Optoelectronics · Laser, 2013, 24(12): 2314-2321. (in Chinese)

高紫俊, 董丽丽, 孟丽艳, 等. 四象限探测器高精度定位算法研究[J]. 光电子·激光, 2013, 24(12): 2314-2321.

[6] WU Jiabing. The research for technology of high precise laser facula position detection based on the quadrant detector[D]. Changchun: University of Chinese Academy of Sciences (Chang Chun Institute of Optics, Fine Mechanics and physics), 2016. (in Chinese)

吴佳彬. 基于四象限探测器的高精度激光光斑位置检测技术研究[D]. 长春: 中国科学院研究生院长春光学精密机械与物理研究所, 2016.

[7] SUN Xiaolin. High-precision positioning algorithm research based on four-quadrant detector [D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2012. (in Chinese)

孙晓林. 基于四象限探测器的高精度定位算法研究[D]. 大连: 大连海事大学, 2012.