文章编号:1001-5078(2021)10-1352-05

光电技术及系统。

# 基于奇异值分解的光电跟踪系统标定方法

宋 亚,樊芮锋,李辉强 (华北光电技术研究所,北京100015)

**摘 要:**针对地面光电跟踪系统的误差定位进行了理论分析,确定影响其目标定位精度的误差 因素主要是垂直度误差、零位误差、基座安装误差等,给出了光电跟踪系统的标定流程。利用 标定过程中坐标变换的顺序特性,通过奇异值分解原理给出了坐标变换的变换矩阵,包括平移 矩阵、旋转矩阵及其欧拉角;同时通过标定流程的迭代,确定了固定俯仰偏移角度的大小。最

后通过试验验证了此标定流程的准确性。 关键词:奇异值分解;坐标变换;欧拉角

中图分类号:TN216 文献标识码:A DOI:

DOI:10.3969/j.issn.1001-5078.2021.10.015

# Calibration method of electro-optical tracking system based on singular value decomposition

SONG Ya, FAN Rui-feng, LI Hui-qiang

(North China Research Institute of Electro-Optics, Beijing 100015, China)

**Abstract**: This paper analyzes the error location of the ground electro-optical tracking system theoretically, and determines that the main error factors affecting the target location accuracy are verticality error, zero position error, base installation error, etc., and the calibration process of the electro-optical tracking system is given. Using the sequential characteristics of coordinate transformation in the calibration process, the transformation matrix of coordinate transformation is given through the principle of singular value decomposition, including translation matrix, rotation matrix and Euler angle; at the same time, the fixed pitch offset is determined through the iteration of the calibration process. Finally, the accuracy of this calibration process was verified through experiments.

Keywords: singular value decomposition; coordinate transformation; Euler point

# 1 引 言

在现代武器系统中,已普遍使用光电系统作为 目标跟踪的主要手段,以获取目标的影像和精确位 置,从而实现对目标的精确打击。地面光电跟踪系 统要实现对目标的动态跟踪并实时得到目标的精确 位置,必须考虑系统误差的影响。各种坐标系由于 定义不同,对同一目标位置的描述也不尽相同,地面 光电系统中最重要的两个坐标系是转台坐标系和大 地坐标系,转台坐标系是以光电系统转台为中心,大 定两种坐标系之间的变换关系。

本文对地面光电系统的标定方法进行了研究。 通过对光电跟踪系统的误差定位进行分析,确定了 影响目标定位的主要误差,在此基础上给出了光电 系统的标定流程。利用奇异值分解得到坐标变换下 旋转矩阵和平移矩阵的表示,在保证标定精度的同 时,大大降低了算法的运算量,实现大地坐标系与转 台坐标系之间的互相转换;同时针对垂直度误差包 含固定俯仰偏差角度的特性,对系统的标定流程进 行迭代,通过俯仰偏差角的均值叠加,确定了其最终

1353

大小,从而得到了系统标定的7个参数。最后通过 基于奇异值分解的标定方法对地面光电跟踪系统进 行了标定试验,验证了提出方法的准确性。

#### 2 地面光电系统的工作原理

光电跟踪系统一般由成像传感器(红外相机或 可见光相机)、激光测距机、跟踪伺服转台等组成, 完成目标的截获跟踪,输出目标的方位角、俯仰角和 斜距离等信息。跟踪转台是一个三轴系统,方位轴 垂直向上,控制俯仰轴在方位方向运动;俯仰轴与方 位轴正交,控制成像传感器光轴在高低方向运动;光 轴与俯仰轴正交,它随着方位轴和俯仰轴的转动而 运动,对目标进行跟踪。

光电跟踪系统具有两种跟踪方式:自动跟踪和 引导跟踪,其中自动跟踪是光电系统本身探测到目标,从而对目标进行捕获和自动跟踪;引导跟踪表示 系统接收到来自外部(雷达或无线电设备)的目标 位置信息,转动转台,将光轴指向目标进行跟踪。因 此对于光电系统的标定来说,不仅涉及到光电系统 本身对于目标探测位置的准确性,也涉及到雷达等 设备对光电系统引导位置的准确性。

目标定位精度是衡量光电系统性能优劣的重要 指标,通过空间坐标变换的方式,将目标的指向信息 和载体的导航信息换算得到目标的地理信息(即大 地坐标:经度、纬度、高程)。因此光电系统的标定 需要实现转台坐标系到大地坐标系的转换,从而得 到目标的真实地理信息;同时对于引导跟踪方式,需 要实现大地坐标系到转台坐标系的转换,从而准确 引导光电系统进行跟踪。

#### 3 地面光电系统的误差分析

对于地面光电跟踪系统来说,其目标定位的过程涉及到光电系统本身较多环节带来的误差,主要包括光学系统误差、控制系统误差、机械框架误差等。

光学系统误差主要是指系统在观测目标过程中 单一传感器自身光轴晃动带来的误差<sup>[1-2]</sup>,主要原 因包括:光学元件和配套机械件在加工和装配时产 生的误差;存在运动的光学元件在连续变焦过程中 的晃动;温度变化造成的光学元件的变形或微小移 动等。光机原件的加工误差依靠加工精度保证,装 配误差依靠装配工艺保证,在完成装配后,一般光轴 偏移较为固定,且可通过调整探测器位置来保证光 轴的一致性。光轴晃动误差为随机误差,很难进行 校正或补偿,需要在设计初期的光机设计和选型过 程中予以控制。温度变化误差需要提前获得不同温 度下光学元件的位置补偿数据,此误差一般温度重 复性较好,可通过安装温度传感器实时获得元件温 度并加以补偿来消除误差。

控制系统误差是指系统本身的伺服控制装置的 误差,其会受到控制策略、机械特性、不平衡力矩、电 气参数波动等多种不确定性因素的影响<sup>[1-2]</sup>。在标 定过程中,由于控制系统稳定精度的影响,和图像跟 踪器误差(如处理算法、输出延时误差等)的干扰,存 在无法将传感器视场中心放置于目标中心的情况,导 致误差的产生,其大小能够通过图像检测目标脱靶量 来直接判读,因此本文的标定过程忽略此误差。

本文对于光电跟踪系统的标定主要是针对机械 框架的误差进行求解。针对典型的机械框架,其通 常具有3根轴线:光轴、俯仰轴和方位轴,理想情况 下各轴线应满足光轴垂直于俯仰轴;俯仰轴垂直于 方位轴;方位轴垂直于基座安装平面。由于加工、装 配和调校精度等因素限制,各轴线不可能完全满足 上述条件,因此其存在的误差主要包括以下几种:

1)零位误差。零位误差是指编码器装配完成 后,编码器的零位线与设计的机械框架轴线的不一 致,从而影响测量角度的真实性。即使在装配过程 中仔细装配,零位误差也很难消除,对于方位轴而 言,可以通过系统的偏北修正将此误差覆盖;对于俯 仰轴而言,零位误差将会使得系统的俯仰零位发生 偏移,导致俯仰读数与实际读数存在一固定偏差,因 此标定过程中需要考虑此固定俯仰偏差角。

2)回转误差。由于轴承、轴承座孔等的制造误 差、配合质量以及旋转时的动力因素的影响,造成回 转轴线的空间位置发生变化,即回转误差。回转误 差客观存在于加工和装配过程中,若要减少误差,一 般需提高回转精度的措施为设计、加工主轴部件时 提高精度,或增加轴承的预紧部件。目前通过上述 方法,可将回转误差限制在较小范围内,但由于其随 机性,不能全部消除或补偿。

3)垂直度误差。因装配引起的常值系统误差,即垂直度误差,其为不受回转误差影响的、平 行轴线之间的系统误差项。系统的俯仰轴和方位 轴是系统的主轴系,假定其机械加工的精度是满 足要求的,因此方位轴与俯仰轴是互相垂直的;而 光轴与俯仰轴之间的关系取决于传感器的安装精

(6)

度,可能会由于装配板加工、安装精度导致其与俯仰轴平面之间存在夹角,且为一固定俯仰偏差角度;同时光轴与俯仰轴之间的误差导致传感器的坐标原点与转台坐标原点存在偏移,使得传感器观测到的位置与转台读数存在偏差,因此需要将转台的坐标原点与传感器的坐标原点重合,或进行坐标转换来校正误差。

4)基座安装误差。地面光电系统一般会安装 在地面支架上,需要通过对支架的调平来保证方位 轴垂直于基座安装平面,但是当安装支架没有调平 到一定精度内,安装误差是无法消除的,因此在此标 定过程中同样需要解决。

因此,为了实现对地面光电系统的标定,需要 考虑零位误差和垂直度误差带来的固定俯仰偏移 角度;同时针对传感器原点的偏移带来的垂直度 误差,需要通过平移将传感器原点与转台坐标系 的原点重合;针对光电系统的调平精度不足带来 的基座安装误差,需要通过旋转来得到光电系统 的欧拉角。

#### 4 系统标定的原理

假设 $a = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ 和 $A = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ 是转台坐标系、大地坐标系两组空间中的对应点集,根据两组点集数据来计算两者之间的转换信息,可知<sup>[3-4]</sup>:

$$F = \underset{R,T}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^{n} w_{i} \| R \times (p_{i} + T) - P_{i} \|_{2}^{2}$$
(2)

其中, w<sub>i</sub> > 0 表示对每个点的权重。

可以用如下目标函数进行描述:

4.1 计算平移矩阵

假定上式中的 R 为不变量,对 T 进行求导可得:

$$\frac{\partial F}{\partial T} = \sum_{i=1}^{n} 2w_i (R \times p_i + R \times T - P_i) \times R$$
$$= R \times \bar{p} + R \times T - \bar{P} = 0$$
$$\ddagger \psi_i \times p_i$$
$$\sum_{i=1}^{n} w_i \times p_i = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i \times P_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \Delta \mathcal{B} \parallel \bar{\mathcal{R}} \vec{\pi} \parallel \bar{\mathcal{R}}$$

集 a 和点集 A 的观测数据在三维直角坐标系下的重 心坐标,因此平移矩阵可表示为:

$$T = \frac{p}{R} - \bar{p} \tag{3}$$

$$F = \underset{R}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^{n} w_i \parallel R \times \Psi_i - Z_i \parallel_2^2$$
(4)

其中,  $\Psi_i = p_i - p$  和  $Z_i = P_i - P$  分别表示将观测数 据与重心坐标相减后的重心化坐标。

在旋转矩阵是正交矩阵的基础上<sup>[5]</sup>,公式(4) 可以简化为:

$$F = \operatorname{argmax}_{R} \sum_{i=1}^{n} w_{i} Z_{i}^{T} R \Psi_{i}$$
  
=  $\operatorname{argmaxtr}_{R} (R \Psi W Z^{T})$   
=  $\operatorname{argmaxtr}_{P} (RS)$  (5)

其中,  $S = \Psi W Z^{T}$ , 对 S 进行奇异值分解,  $\Leftrightarrow$  svd(S) =  $UDV^{T}$ , 公式(5)可以转换为:

$$F = \operatorname{argmaxtr}_{R}(RS)$$
$$= \operatorname{argmaxtr}(DV^{T}RU)$$

因此,  $\Gamma = V^T R U$  为正交矩阵, 从而 tr( $DV^T R U$ )  $\leq$  tr(D) 。

显然,为了实现目标函数的最大化,矩阵 *Γ* 必 然是单位矩阵,从而旋转矩阵可以表示为:

 $R = VU^T$ 

4.3 求解欧拉角

旋转矩阵是一个3×3的正交矩阵,有3个自由 度,为了便于描述,将其转换为欧拉角,即通过旋转 矩阵来求解绕一个三维坐标系的三个基轴旋转的3 个欧拉角度。给出参考坐标系如图1所示,以右手 定则为正,3个欧拉角度分别表示为绕 X 轴旋转的 横滚角  $\gamma$ 、绕 Y 轴旋转的俯仰角  $\beta$ 、绕 Z 轴旋转的偏 差角  $\alpha^{[5]}$ 。



针对转台坐标系和大地坐标系之间的旋转,

采用外旋作为坐标系旋转方式,坐标系围绕已经固定的轴转动,全程原坐标系不动。同时按照"X-Y-Z"的旋转顺序,先将a的坐标系绕A的坐标系X轴旋转 $\gamma$ 角,再绕A的坐标系Y轴旋转 $\beta$ 角,最后绕A的坐标系Z轴旋转 $\alpha$ 角。旋转矩阵R可以表示为:

 $R = R_z(\alpha) \times R_{\gamma}(\beta) \times R_{x}(\gamma)$ 

根据旋转矩阵 *R* 的表示,可以求出三个欧拉角的表示。

4.4 两坐标系相互转换

对于系统标定,上述通过奇异值分解得到的欧 拉角只解决了系统本身对目标位置定位的准确性, 实现了系统转台坐标系向大地坐标系的转换;针对 引导跟踪,同样需要实现大地坐标系向转台坐标系 的转换。令大地坐标系到转台坐标系的旋转矩阵为 *R*<sub>1</sub>、平移矩阵为 *T*<sub>1</sub>,根据两个点集的数据来计算它 们之间的刚性转置信息,得到此最小二乘求优问题 的表达式为:

$$F_{1} = \underset{R_{1},T_{1}}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^{n} w_{i} \parallel R_{1} \times P_{i} + T_{1} - p_{i} \parallel _{2}^{2} (7)$$

同样通过奇异值分解求得平移矩阵表示为  $T_1$ =  $\overline{p} - R_1 \overline{P}$ ,旋转矩阵可以表示为  $R_1 = V_1 U_1^T$ 。

根据大地转转台的旋转矩阵,可知其欧拉角的 表示为:

- $\gamma_1 = -\gamma$
- $\beta_1 = -\beta$
- $l\alpha_1 = -\alpha$

由此可以保证引导跟踪的高精度,提升引导成 功率。同时还可用此种方法验证两种坐标系之间转 换顺序的正确性,转台坐标系转换为大地坐标系需 要先平移再旋转;大地坐标系转换为转台坐标系需 要先旋转再平移。

#### 5 光电跟踪系统的标定流程

根据上述系统误差分析,给出光电跟踪系统的 标定流程如下:

步骤 1:确定三组参考点作为观测目标(根据原理,取三点即可准确计算出标定参数),使用高精度 差分 GPS 得到三组参考点相对系统位置的方位、俯 仰角度,即大地坐标系下的坐标;

步骤2:使用光电跟踪系统观测三组参考点并 记录方位、俯仰角度,即转台坐标; 步骤 3:将两组坐标系下的方位读数、俯仰读数 转为空间直角坐标;

步骤4:计算转台坐标系相对于大地坐标系下 的平移矩阵;

步骤5:计算转台坐标系相对于大地坐标系下的旋转矩阵;

步骤 6:根据公式(1),得到转台坐标系转大地 坐标系的坐标点集 B,并将其转为大地坐标系下的 方位、俯仰读数;

步骤 7:考虑固定俯仰偏移角度的影响,将点集 B 与点集 A 的俯仰读数差值求平均得到均差 mean<sub>r</sub>,作为偏移角度  $d_i$ (其中 i 表示循环的次数);

步骤8:将转台俯仰角度加上此偏移角度。

步骤 9:如果点集 *B* 与点集 *A* 的方位均方根误 差 RMSe<sub>1</sub>、俯仰均方根误差 RMSe<sub>2</sub> 均小于 1 × 10<sup>-7</sup>, 则根据旋转矩阵计算出系统的 3 个欧拉角、3 个平 移角、1 个偏移角度  $\sum d_i$  作为最终系统标定的 7 个 参数。否则转至步骤 3。

# 6 试验验证与结果分析

本为了验证以上分析的正确性,以某光电跟踪 系统为例,设计标定试验来对给出的标定算法精度 进行验证。首先确定三组参考点,得到大地坐标系 和转台坐标系下的读数如表1所示。

表 1 参考点的大地坐标与转台坐标 Tab. 1 Geodetic coordinates of reference point

	大地方位 P	大地俯仰 T	转台方位 P <sub>1</sub>	转台俯仰 T1	
点位一	135	15.3	128.77	29.38	
点位二	270	- 5. 7	284. 42	13.67	
点位三	46	32	54.06	38.11	

根据标定流程的步骤4,计算得到转台坐标系 到大地坐标系的平移矩阵为:

 $T = \begin{bmatrix} -0.1 & -0.2 & -0.3 \end{bmatrix}^T$ 

根据步骤5,转台坐标系到大地坐标系的旋转 矩阵:

Γ	0. 0095	0.1045	– 0. 0087 –
R =	-0.1045	0. 9945	0.0070
	0.0094	-0.0060	0. 9999 🚽

根据步骤6,计算得到转台坐标系到大地坐标 系的方位、俯仰读数如表2所示。

# 表2 转台坐标转换为的大地坐标

### Tab. 2 Geodetic coordinates converted

from turntable coordinates

	大地 方位 <i>P</i>	大地 俯仰 <i>T</i>	转台转大地 方位 P <sub>2</sub>	转台转大地 俯仰 T <sub>2</sub>
点位一	135	15.3	135. 0385	15. 6445
点位二	270	- 5. 7	269. 9892	- 5. 4630
点位三	46	32	45. 9936	32. 4037

根据步骤7,得到T2和T的俯仰差值的平均值为:

$$\operatorname{mean}_{T} = \frac{\sum_{i=1}^{3} (T(i) - T_{2}(i))}{3} = -0.3361$$

第一次迭代的偏移角度 d1 为 - 0.3361。

根据步骤 8,将转台俯仰加上 mean<sub>T</sub> 值,具体迭 代过程描述如表 3 所示。

表3 求解垂直度误差的迭代过程

Tab. 3 Iterative process for solving

perpendicularity errors

	方位均方根 误差 RMSe <sub>1</sub>	俯仰均方根 误差 RMSe <sub>2</sub>	俯仰差均值 mean <sub>T</sub>	偏移角度 $d_i$
循环次数1	0. 0569	0. 3411	-0.3361	- 0. 3361
循环次数2	0.0068	0.0410	0.0404	0. 0404
循环次数3	8. 0848 $\times 10^{-4}$	0.0049	-0.0048	- 0. 0048
循环次数4	9. 3995 × 10 <sup>-5</sup>	5. 6826 $\times 10^{-4}$	5. 5990 $\times 10^{-4}$	5. 5990 $\times 10^{-4}$
循环次数5	1. 1261 $\times 10^{-5}$	6. 8077 × 10 <sup>-5</sup>	-6.7076 ×10 <sup>-5</sup>	-6.7076 ×10 <sup>-5</sup>
循环次数6	1. 3490 $\times 10^{-6}$	8. 1556 $\times 10^{-6}$	8. 0356 $\times 10^{-6}$	8. 0356 × 10 <sup>-6</sup>

因此可知最终系统转台转大地的7个参数为:

1) 平移角: -0.1、-0.2、-0.3

2) 欧拉角:-0.3456、-0.5391、-5.9966

3) 偏移角: 为偏移角度 d<sub>i</sub>的和

 $\sum d_i = -0.3361 + 0.0404 - 0.0048 + 5.5990 \times 10^{-4} - 6.7076 \times 10^{-5} + 8.0356 \times 10^{-6} = -0.3$ 

通过此7个参数,进行大地坐标系到转台坐标 系的转换,按照先旋转后平移、再处理偏移角度的顺 序,给出最终大地坐标系转转台坐标系的误差结果:

 $RMSe_1 = 1.2973 \times 10^{-14}$ 

 $RMSe_2 = 8.1943 \times 10^{-15}$ 

7 结 论

本文对地面光电跟踪系统的误差定位进行了理 论分析,确定影响其目标定位精度的误差因素主要是 垂直度误差、零位误差、基座安装误差等。通过奇异 值分解原理得到了坐标转换的平移矩阵、旋转矩阵及 其欧拉角,并迭代过程确定了垂直度误差的偏移角大 小,给出了光电跟踪系统的标定流程。最后通过试验 验证了理论分析的准确性。此标定过程不需要进行 动态标定,简化了标定方法,缩短了标定时间,并提高 了系统定位精度,在实际工程使用时有很大意义。

# 参考文献:

- [1] Zhang Zhiyong, Zhou Xiaoyao, Fan Dapeng. Analysis, modeling and correction of pointing errors for electro optical detection systems[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(11):2042 2054. (in Chinese) 张智永,周晓尧,范大鹏. 光电探测系统指向误差分析、建模与修正[J]. 航空学报, 2011, 32(11): 2042 2054.
- [2] Luo Anzhi. Research on error analysis and calibration of airborne photoelectric detecting system[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Machanics and physics, Chinese Academy of Science, 2015. (in Chinese) 罗安治. 机载光电探测系统定位误差分析与标定研究 [D]. 长春:中国科学院,长春光学精密机械与物理研 究所, 2015.
- [3] Zhang Haolin, Lin Jiarui, Zhu Jigui. Three-dimensional coordinate transformation accuracy and its influencing factors [J]. Opto-Electronic Engineering, 2012, (10):26 31. (in Chinese)

张皓琳,林嘉睿,邾继贵. 三维坐标转换精度及其影响 因素的研究[J]. 光电工程,2012,(10):26-31.

- [4] Wang Haicheng, Xu Jinjun, Wang Wendao. Iteration algorithm of 3D rectangular coordinatee transformation of arbitrary rotation angle [J]. Journal of Geomatics, 2019, 44 (1):59-61. (in Chinese)
  王海城,徐进军,王雯涛.任意旋转角三维空间直角坐标转换的迭代算法[J]. 测绘地理信息, 2019, 44(1):59-61.
- [5] Xu Chunxiao. A radar coordinate conversion method based on rotation matrix: China, CN110888123A[P]. 2020 -3-17.(in Chinese) 徐春晓.一种基于旋转矩阵的雷达坐标转换方法:中

际备呢. 一种基 J 旋转矩阵的亩达至你转换刀法: 件 国, CN110888123A[P]. 2020 – 3 – 17.