文章编号:1001-5078(2022)07-1098-07

·图像与信号处理·

基于改进 DPC 和特征分区的点云去噪算法

耿 蜜^{1,2},朱 攀^{1,2},周兴林^{1,2}

(1. 武汉科技大学 冶金装备及其控制教育部重点实验室,湖北 武汉 430081;2. 武汉科技大学 机械传动与制造工程湖北省重点实验室,湖北 武汉 430081)

摘 要:针对三维激光扫描仪获取到的点云数据存在的多尺度混合噪声将严重影响后续的三 维模型重建的问题,提出了一种基于改进的密度峰值聚类算法(DPC)和特征分区的点云去噪 算法。首先通过改进的 DPC 算法去除远离点云主体的大尺度噪声;然后利用主成元分析法 (PCA)和曲面变分获取点云法矢及曲率信息,同时采用邻域传播法调整法矢方向并根据曲率 对点云进行划分,对特征区域点云与平坦区域点云分别采取自适应双边滤波和正交整体最小 二乘平面拟合的方法进行光顺去噪。实验结果表明:在包含混合噪声的 bunny 与 block 模型 下,利用该算法去噪后点云数据最大误差分别为 0.235 mm 和 0.157 mm,平均误差分别为 0.029 mm 和 0.009 mm,均能取得较好的去噪效果,且降低了去噪参数设置的复杂性。 关键词:点云数据;密度峰值聚类;特征分区;去嗓

中图分类号:TN249;TN391 文献标识码:A DOI:10.3969/j.issn.1001-5078.2022.07.024

Point cloud denoising algorithm based on improved DPC and feature partition

GENG Mi^{1,2}, ZHU Pan^{1,2}, ZHOU Xing-lin^{1,2}

(1. Key Laboratory of Metallurgical Equipment and Control Technology, Ministry of Education, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China; 2. Hubei Key Laboratory of Mechanical Transmission and Manufacturing Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China)

Abstract: To solve the problem that the multi-scale mixed noise of point cloud data obtained by 3D laser scanner seriously affects the subsequent 3D model reconstruction, a point cloud denoising algorithm based on improved density peak clustering algorithm (DPC) and feature partition is proposed. Firstly, the improved DPC algorithm is used to remove the large-scale noise far away from the main body of the point cloud. Then, principals of component analysis (PCA) and surface variation are used to obtain the normal vector and curvature information of the point cloud. At the same time, neighborhood propagation method is adopted to adjust the normal vector direction and divide the point cloud according to the curvature. Adaptive bilateral filtering and orthogonal total least squares plane fitting are applied to smooth and denoise the point cloud in feature area and flat area respectively. The experimental results show that under the bunny and block model with mixed noise, the maximum error of the point cloud data is 0. 235 mm and 0. 157 mm respectively, and the average error is 0. 029 mm and 0. 009 mm respectively, which can achieve good denoising effect and reduce the complexity of parameter setting.

Keywords: point cloud data; density peak clustering; feature partition; denoising

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 51827812;No. 61901310);河北省重点研发计划项目(No. 2021BAA180)资助。 作者简介:耿 蜜(1996 –),男,硕士研究生,主要研究方向为激光点云数据处理。E-mail:785546325@qq. com 通讯作者:朱 攀(1985 –),男,讲师,博士,主要研究方向为红外偏振成像技术及图像处理算法等。E-mail:zhuyangpp@

^{163.} com

收稿日期:2021-08-12

1 引 言

随着三维激光扫描技术的发展完善及各种扫描 设备的日益普及,三维点云已经成为一种常见的空 间三维物体的表示信号。三维激光扫描因其测量精 度高、数据获取快、适用场合多等诸多优势被广泛应 用于地形勘测、文物保护、计算机视觉、无人驾驶等 各个领域^[1-3],通过对扫描仪采集到的物体表面信 息点云进行逆向建模从而实现物体复现。然而受限 于仪器精度、被测物件复杂度、环境干扰、人为操作 误差等因素,获取的点云数据通常包含着部分噪声, 这些噪声将严重影响后续的数据处理工作,因此点 云去噪工作成为了点云逆向建模中不可或缺的 一环。

点云去噪在近年来一直是一个备受国内外学 者关注的研究课题,去噪算法也是种类繁多,各有 所长:Fleishman^[4]等将图像双边滤波引入点云去 噪,通过使用局部邻域信息对点进行沿法矢方向 的偏移实现了光顺效果,但无法处理较大误差的 离群点且易造成过光顺。Mattei^[5]等受图像稀疏 去噪启发,通过加权 L 最小化点偏离局部参考平 面从而保持点云尖锐特征,去噪性能优异但在高 噪声下计算量显著增大且法矢方向可能出现错 误。Rakotosaona^[6]等提出一种基于深度学习的 PCN 去噪框架,该框架无需预先设置参数,通过去 除离群点并对剩余点修正达到去噪效果,但相应 地需要成对的干净噪声训练数据,且噪声特性与 训练数据不同时效果较差。Zeng^[7]等利用曲面块 的自相似性,引入低维流形模型并通过图维拉普 拉斯正则化最小化流形维数达到去噪效果,但计 算复杂度较高。Zhou^[8]等提出一种非迭代双阈值 去噪方法,对点云进行分层处理,去噪速度快且鲁 棒性强,但特征保持度欠佳。王晓辉^[9]等通过点 到拟合平面的法向距离对点进行划分,并分别采 用加权局部最优投影和双边滤波对不同区域点去 噪,改善点云分布均匀性的同时保持了尖锐特征。 柳赟^[10]等基于主成分分析与曲面拟合原理,通过 法矢粗去噪后进行曲面拟合,再根据点到拟合曲 面距离精去噪,对于平坦区域具有较好的去噪效 果。赵夫群^[11]等采用层次化的去噪方案,首先基 于张量投票完成点云初始去噪,然后通过设置曲 率阈值剔除异常点实现精细去噪,该算法复杂度 较低,执行效率高。魏硕^[12]等通过 kd 树求取点云

密度并设置阈值粗去噪,然后融合改进 DBSCAN 和统计滤波对数据进行精细去噪,性能优于传统 的半径滤波且参数自适应能力强。

从近年来点云去噪方法的发展趋势不难看出, 单种去噪方法难以满足复杂的去噪环境需求,融合 型去噪方案更具普适性,因此本文提出了一种综合 性的去噪方案,通过对点云噪声进行分尺度、分区域 地去除,从而实现对包含混合噪声的点云数据的适 应性。

2 算法描述

本文首先通过改进的密度峰值聚类去除大尺度 噪声,得到粗去噪数据后根据点的曲率等信息进行 特征判断分区,对不同区域的点云采取相应的去噪 算法,具体的去噪流程如图1所示。



Fig. 1 Denoising algorithm flow chart

2.1 密度峰值聚类算法相关概念

2.1.1 局部密度*ρ*_i

局部密度是指点 p_i 在以 d_e 为半径的圆内的邻 域点个数,即:

$$\rho_i = \sum_{j \neq i} \chi(d_{ij} - d_c) \tag{1}$$

其中, $\begin{cases} \chi(x) = 1, x < 0 \\ \chi(x) = 0, x > 0 \end{cases}$; d_{ij} 为点 p_i 到点 p_j 的距离;

*d*_c 为截断距离。

2.1.2 最邻高密度点距离 δ_i

该距离为点 *p_i*与局部密度大于它的点的最小距离,即:

$$\delta_i = \min_{j:\rho_j > \rho_i} (d_{ij}) \tag{2}$$

2.1.3 两个假设

DPC(Clustering by fast search and find of density peaks)算法^[13]认为:聚类中心周围的邻域点的局部 密度较小;聚类中心与局部密度较大的点的距离 较远。

2.1.4 改进的 DPC 算法

DPC 算法基于欧氏距离及密度对数据进行分类,不仅可以完成任意形状任意维数数据的聚类,同

时能够发现并剔除异常点,但需要计算任意两点间 距离,计算开销较大,且聚类中心需要通过观察 p_i 及 δ_i 的决策图进行人工选取,提高了算法的冗 余度。

为了克服 DPC 算法的不足,本文对数据进行分组 降低数据量从而提高运行效率,在此基础上引入文献 [14]中簇中心权值 γ_i,从而实现簇中心点的自动选取。 改进后的 DPC 去噪具体步骤如下:

(1)首先对原始点云数据进行分组,根据样本数 N 确定分组数 n,由表1 可以得出:为保证最佳运行效率,n 取[N/1000],然后对分组后各组数据进行步骤(2)~(6)处理。

| | 衣 1 | 个 回 う | ♪组敛下Ⅰ | JPC 昇 | 法延行的 | 1 [F] | | |
|--------|-------------|----------|-----------|-------|-----------|--------|----|---------|
| Tab. 1 | Running tim | e of DPC | algorithm | under | different | number | of | packets |

| Number of samples/ N | Number of groups | N/3000 | N/2000 | N/1000 | N/500 | N/100 |
|------------------------|------------------|-----------|-----------|---------|---------|----------|
| 30000 | | 42. 103 s | 20. 861 s | 2.739 s | 3.642 s | 4.261 s |
| 50000 | Running time/s | 73.264 s | 36. 513 s | 4.652 s | 6.177 s | 7.403 s |
| 80000 | | 115.746 s | 57.953 s | 7.375 s | 9.746 s | 11.594 s |

中心点。

(2). 计算各点间距离并作升序排列,截断距离
 *d*_e 取前2%处数值并计算各点的ρ_i 和δ_i。

(3). 对 ρ_i 和 δ_i 作降序排列,根据噪声高低设置 噪点判断阈值s,将 δ_i 位于前 $s \% \perp \rho_i$ 位于后s %的 点标记为噪点。对 bunny 点云添加信噪比 R_{sN} 为 10 dB 的随机噪声并在不同s值下利用改进的 DPC 进 行去噪,结果如图 2 所示,可以看出:当s为 95 时, 仍残留着部分噪声点;而当s = 75时,部分边缘也被 当作噪声去除;s = 85时去噪效果较好。因此通常 情况下s取值应略小于(100 – R_{sN})。



图 2 阈值 s 取不同值下 DPC 算法粗去噪效果

Fig. 2 Coarse denoising effect of DPC algorithm with different threshold s (4)计算簇中心权值 $\gamma_i = \rho_i \cdot \delta_i$, 对 γ_i 作降序排 列,取前 m 个点, 用斜率 k_i^m 代表簇中心权值下降趋 势,即 $k_i^m = \frac{\gamma_{i+m} - \gamma_i}{m}$ 。 定义拐点 $x = \arg(\max(\frac{k_i^1}{k_1^{i-1}}))$,即在m个点中x点的簇中心权值变化率最大,选取x之前的点为簇

(5)将剩余各点分配到距离它最近的局部密度 比它高的点所属的簇。

(6)各点分配完成后对各簇包含点数进行判断,设定阈值 n_{min},通常取 n_{min}为 25~30,将点数量 小于 n_{min}的簇标记为群聚噪点。

(7)去除各组标记噪点后合并数据,得到粗去 噪数据。

2.2 点云法矢及曲率估算

在对原始点云数据进行大尺度去噪后,我们需 要进一步去除距离点云主体较近的小尺度噪声,然 而这些噪点难以仅仅通过点的三维坐标信息进行区 分,因此需要通过估算点的法矢及曲率作为点的信 息补充。

2.2.1 点云法矢估算

本文采用常用的主成元分析法(PCA)进行法矢 估计,给定粗去噪后的点集 $P = \{p_i, i \in 1, 2, \dots, n\}$, $p_i \in R_3$ 中的点 p_i 及其 k 邻域 $N(p_i) = \{p_j, j \in 1, 2, \dots, n\}$, $\dots, k\}, p_j \in P$,得到点 p_i 的协方差矩阵 $C(p_i)$:

$$C = \begin{bmatrix} p_1 - p \\ \vdots \\ p_j - \overline{p} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} p_1 - p \\ \vdots \\ p_j - \overline{p} \end{bmatrix}$$
(3)

其中, $\overline{p} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^{k} p_j$, 对矩阵 *C* 进行特征分解得到其特 征值 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \Rightarrow \lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$,则最小特征值 λ_1 对应的特征向量 α_1 为点 p_i 的法矢。

2.2.2 法矢方向调整

通常情况下由 PCA 得到的点的法矢会零散地 指向点云主体的不同侧,这会严重影响后续去噪 的准确性,因此需要对法矢方向进行一致性调整。 而目前常用的最小生成树法效率低下,难以应用 于数据量较大的点云数据,因此本文提出一种基 于邻域传播的法矢修正法,相较于传统的最小树 生成法,降低了调整时的搜索范围且逐步增加传 播点个数,极大地提高了法矢调整的效率,主要流 程如图 3 所示。





首先选取法矢传播起始点,这里选取 z 轴坐标 最大的点作为起始点,依据其法向量 n 与[0,0,1] 的内积大于0进行方向调整;确定起始点后按照上 图流程依次对其邻域各点法矢进行调整,调整基于 相邻点法矢夹角小于 90°这一规则进行,至此完成 一次调整循环,随后更新法矢传播点,再次循环直到 所有点调整完毕。

2.2.3 点云曲率估算

由特征矩阵 *C* 得到的特征值 λ_1 代表着法矢 α_1 的偏移量,即数据点相对其切平面的偏移程度,因此 引入曲面变分^[15] *r* 近似代替曲率 *R* 来表征局部区 域的几何特征,其表达式为:

$$R = r = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} \tag{4}$$

2.3 小尺度噪声去除

为了在保证特征信息损失较小的前提下去除小 尺度噪声,需要对点云进行特征判断分区,对不同区 域点云采用不同的去噪算法以达到最佳去噪效果。

本文基于点曲率及其标准差对点云进行特征划分,已知点 *p*_i的曲率为 *R*_i,其邻域内的平均曲率为:

$$\overline{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} R_i$$

邻域点曲率标准差为:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} (R_i - \bar{R})^2}$$

则定义特征判断值 e:

 $e = \chi(R_i - R_m) + \chi(R - R_m) + \chi(\sigma - \delta)$ (5) 其中, $\begin{cases} \chi(x) = 1, x < 0 \\ \chi(x) = 0, x > 0 \end{cases}$; R_m 为曲率阈值; δ 为标准 差阈值。若 e = 3, 代表点 p_i 及其邻域点的曲率均较 小, 且邻域点曲率离散度较小, 则判定 p_i 为平坦区域 点, 反之, 若 e < 3, 则 p_i 为特征区域点。 2.3.1 平坦区域噪声去除

针对平坦区域点云,使用基于平面拟合的去噪 方法较为合适,通过计算各点到拟合平面距离并设 定阈值剔除噪声。因此选择兼顾自变量与因变量误 差的正交整体最小二乘法^[16]进行平面拟合,具体步 骤如下:

(1)建立拟合平面模型

 $a(x - \overline{x}) + b(y - \overline{y}) + c(z - \overline{z}) = 0$ (6) 其中,*a*,*b*,*c* 为拟合平面参数; $\overline{x},\overline{y},\overline{z}$ 分别为邻域点的 坐标平均值。

(2)由式(3)的协方差矩阵 *C* 特征分解求得的
 特征值 λ₁ 对应的特征向量 α₁ 即为 *a*,*b*,*c* 的值。

(3) 计算点到拟合平面距离 d_i

$$d_{i} = \frac{\left|a(x_{i} - \bar{x}) + b(y_{i} - \bar{y}) + c(z_{i} - \bar{z})\right|}{\sqrt{a^{2} + b^{2} + c^{2}}}$$
(7)

(4)根据仪器精度 ε 设置距离阈值 d_{\max} ,当 $d_i > d_{\max}$ 时,将该点作为噪点删除,反之保留。

2.3.2 特征区域噪声修正

在特征区域,选择特征保持效果较好的双边滤 波^[4]并加以改进,通过为高斯滤波参数添加特征权 实现参数自适应选择。该方法利用点邻域信息对数 据点云进行法矢方向的移动从而修正点坐标位置达 到光顺效果,在双边滤波中:

$$p' = p + \alpha \cdot n \tag{8}$$

其中, α 为双边滤波因子;根据 α 及法矢n对原始坐标p进行调整得到新的坐标p', α 的计算公式如下:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{k} \omega_{c}(\|p - p_{i}\|) \omega_{s}(\langle p - p_{i}, n \rangle) \langle p - p_{i}, n \rangle}{\sum_{i=1}^{k} \omega_{c}(\|p - p_{i}\|) \omega_{s}(\langle p - p_{i}, n \rangle)}$$
(9)

$$\omega(x) = e^{-x^2/(2\sigma_c^2)}$$
(10)

$$\omega(y) = e^{-y^2/(2\sigma_s^2)}$$
(11)

其中,k为采样点p邻域中点个数; p_i 为邻域点; ω_e , ω_s 分别为光顺滤波权函数和特征保持权函数,控制 两个函数大小的参数 σ_e 和 σ_s 分别对应着双边滤波 的光顺程度和特征保持度,通常情况下, σ_e 取邻域 半径:

$$\sigma_c = \max \| p - p_i \| \tag{12}$$

当 σ_c 确定后, σ_s 的取值对平滑效果影响较大, σ_s 越大,代表 p的法向修正距离越大,平滑程度越 大,因此令:

$$\sigma_s = t \cdot \sigma_c \tag{13}$$

$$t = \frac{1 - R}{1 + 10R}$$
(14)

其中,t为特征保持权;R为点p的曲率;R为p邻域 平均曲率,通过点p及其邻域曲率确定t的取值,使 得t与特征保持度成正比,从而实现参数自适应 调整。

3 实验及结果分析

本文选取特征丰富的 bunny 点云和以平面为主 的 block 点云进行去噪实验,并将实验结果与通过 正交整体最小二乘法和双边滤波去噪后的效果进行 对比。图 4、5 分别为 bunny 和 block 两个点云模型 在不同算法下的去噪效果图。对于特征较多的 bunny 点云模型,从图 4(b)可以看出,仅采用正交 整体最小二乘法去噪后虽然整体平滑程度提高,但 特征细节损失较为严重,在图 4(c)中,仅使用双边 滤波去噪后,光顺度有一定程度提高,特征保持效果 也较好,但无法去除远离主体的大尺度噪声且噪声 污染严重区域整体光顺度较差,而图 4(d)中采用本 文算法去噪后,可以看到模型整体无明显噪声,模型 表面轮廓特征清晰,光顺度也较好。对以平面为主 的 block 点云模型,图 5(b)中,仅采用正交整体最小 二乘法去噪后,光顺效果好,仅在边缘尖锐处有部分 损失,图5(c)中双边滤波去噪同样无法去除大尺度 噪声,且光顺效果较差,图5(d)中本文算法去噪后, 模型光顺效果较好且尖锐特征得到保留,仅在噪声 污染严重处有小幅波纹。



图 4 不同去噪算法下 bunny 点云去噪重构模型效果对比图 Fig. 4 Comparison of the rabbit point cloud denoising reconstruction model under different denoising algorithms



图 5 不同去噪算法下 block 点云去噪重构模型效果对比图 Fig. 5 Comparison of the block point cloud denoising reconstruction model under different denoising algorithms

综合图 4、5 的结果对比可以看出,正交整体最 小二乘法对于平面光顺效果较好,但特征保持不佳, 双边滤波则受大尺度噪声影响较大,而本文算法能 够同时处理大小尺度噪声,针对各类点云模型均能 兼顾光顺及特征保持效果,具有良好的适应性。

为了进一步衡量本文算法的去噪性能,还需 要引入多种定量评价指标验证算法的可行性。点 的坐标误差可以直接反映去噪效果的好坏,而在 特征保持度上,本文引入信息熵^[17]作为评判标准, 点的信息熵取决于所在区域的无序程度,因此可 以用于描述点的特征丰富度。去噪时间则决定着 算法的运行效率,因此本文通过最大误差、平均误 差、点平均信息熵、去噪时间这四个评价指标来对 去噪结果进行更加客观的分析。平均信息熵的计 算公式为:

$$h_i = R_i / (R_i + \sum_{j=1}^k R_j)$$
(15)

$$h_j = R_j / (R_i + \sum_{j=1}^k R_j)$$
 (16)

$$H_{i} = -h_{i} \log_{2} h_{i} - \sum_{j=1}^{k} h_{j} \log_{2} h_{j}$$
(17)

$$\bar{H} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} H_i$$
(18)

式中, $R_i 与 R_j$ 分别为点 p_i 的曲率及其邻近点 p_j 的 曲率; $h_i 和 h_j$ 分别为点 p_i 及 p_j 的曲率概率分布; H_i

```
为点 p<sub>i</sub> 的信息熵值;H 为点平均信息熵值。
不同去噪算法下计算结果如表 2 所示。
```

| | 不同土蝇管汁安如 | 亚价对比 |
|------|--------------|------------|
| 12 4 | - 小円云木舟ム台/// | 1 // // // |

| Point cloud model | Denoising algorithm | Maximum error/mm | Average error/mm | Average entropy | Denoising time/s |
|-------------------|---------------------------------------|---------------------|---------------------|--------------------|---------------------|
| | Orthogonal total least squares method | 0. 289 | 0.052 | 7. 477 | 1.087 |
| Rabbit | Bilateral filtering | 0. 254 | 0. 039 | 7. 514 | 3. 757 |
| | Method of this paper | 0. 235 | 0. 029 | 7. 529 | 5.268 |
| Block | Orthogonal total least squares method | 0. 188 | 0.048 | 7. 435 | 1. 346 |
| | Bilateral filtering | 0. 268 | 0.014 | 7.482 | 3. 861 |
| | Method of this paper | 0. 157 | 0.009 | 7.408 | 5. 413 |

Tab. 2 Objective evaluation and comparison of different denoising algorithms

从表2可以看出,本文算法对两组点云去噪后 的最大误差与平均误差均小于另两种算法,即整体 去噪效果优于另外二者。在平均信息熵上,对于特 征丰富的 bunny 点云,本文算法去噪后的结果高于 另外两种算法,说明特征信息保留越完整;对于以平 面为主的 block 点云,本文算法去噪结果低于另外 二者,说明整体光顺效果越佳。而在去噪时间上,由 于本文算法步骤较多,参数需要自适应调整,因此运 行时间较另外二者有所增加,但运行效率基本能够 满足日常需求。

为了验证本文算法的可行性,通过对 block 点 云添加不同强度的高斯噪声并使用本文算法进行去 噪,结果如图6所示。



(a)Before denoising(30dB) (b)Before denoising(35dB)

efore denoising(35dB) (c)Before denoising(40dB)

(d)After denoising(30dB)
 (e)After denoising(35dB)
 (f)After denoising(40dB)
 图 6 不同强度高斯噪声下本文算法去噪效果
 Fig. 6 Denoising effect of the algorithm of this paper under

different intensities of Gaussian noise

由图 6 可以看出,本文算法在面对不同强度的 噪声时均能取得较好的光顺效果,结合前面的去噪 性能对比可以得出,本文算法整体优于单独使用正 交整体最小二乘法和双边滤波,且具有良好的适 用性。

4 结 论

针对三维点云数据后处理过程中的去噪问题, 本文提出了一种融合型算法,首先通过改进的 DPC 去除远离点云主体的大尺度噪声,减小了后续点云 k 邻域及法矢、曲率等信息估算的误差,同时基于邻 域传播的法矢方向调整方案使得法矢方向调整时间 大大缩短。在对点云进行特征分区后,对不同区域 点云分别采用适用于平面的正交整体最小二乘法和 倾向于保留特征的改进的双边滤波进行去噪以到达 最佳效果。从实验结果可以看出:本文算法在面对 不同点云模型与不同强度噪声时,均能得到较好的 去噪效果,具有一定的的普适性,且去噪性能相较于 单独使用正交整体最小二乘法或双边滤波均有一定 的提升。后续工作中如何提高算法运行效率将是下 一步工作的重点。

参考文献:

- [1] Xu Jinjun, Wang Haicheng, Luo Yuzhen, et al. Landslide deformation monitoring and data processing based on 3D laser scanning [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31 (7):2188 2191,2196. (in Chinese) 徐进军,王海城,罗喻真,等. 基于三维激光扫描的滑坡变形监测与数据处理[J]. 岩土力学,2010,31(7):2188 2191,2196.
- [2] Gao Xixi, Zhou Dongming, Cui Weijiu. 3D modeling application of 3D laser scanning combined with BIM Technology [J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2019, (5):158-162. (in Chinese)
 高溪溪,周东明,崔维久. 三维激光扫描结合 BIM 技术的古建筑三维建模应用[J]. 测绘通报, 2019, (5): 158-162.
- [3] Lin Chengda, Xie Liangyi, Han Jing, et al. Recognition of the number of maize plants in farmland based on laser point cloud[J]. Laser Technology, 2022, 46(2):220 – 225. (in Chinese) 林承达,谢良毅,韩晶,等. 基于激光点云的农田玉米种植 株数数目识别[J]. 激光技术,2022,46(2):220 – 225.
- [4] Fleishman S, Drori I, Cchen-or D. Bilateral mesh denoising[J]. ACM Transactions on Graphics, 2003, 22 (3): 950-953.
- [5] Mattei E, Castrodad A. Point cloud denoising via moving RPCA [J]. Computer Graphics Forum, 2017, 36 (8): 123-137.
- [6] Rakotosaona M J, Barbera V L, Guerrero P, et al. Point clean net: learning to denoise and remove outliers from dense point clouds[J]. Computer Graphics Forum, 2020, 39(1):185-203.
- [7] Zeng J, Cheung G, Ng M, et al. 3D point cloud denoising using graph laplacian regularization of a low dimensional manifold model[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2019, 29:3474 - 3489.
- [8] Zhou Sh T, Liu X L, Wang Ch Y, et al. Non-iterative denoising algorithm based on a dual threshold for a 3D point cloud-science direct [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2020, 126:105921.

- [9] Wang Xiaohui, Wu Lushen, Chen Huawei. Denoising of scattered point cloud data based on normal vector distance classification [J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2020, 50 (1): 278 288. (in Chinese)
 王晓辉,吴禄慎,陈华伟. 基于法向量距离分类的散乱 点云数据去嗓[J]. 吉林大学学报:工学版,2020,50 (1):278 288.
- [10] Liu Yun, Sun Shuyan. Filtering and denoising of laser point cloud based on principal component analysis and surface fitting[J]. Laser technology, 2020, 44(4):497 502. (in Chinese)
 柳赟,孙淑艳. 基于主成分分析与曲面拟合的激光点 云滤波去噪[J]. 激光技术, 2020, 44(4):497 502.
- [11] Zhao Fuqun, Zhou Mingquan. Hierarchical point cloud denoising algorithm [J]. Optics and Precision Engineering, 2020,28(7):1618-1625. (in Chinese)
 赵夫群,周明全. 层次化点云去嗓算法[J]. 光学精密 工程,2020,28(7):1618-1625.
- [12] Wei Shuo, Zhao Nanxiang, Li Minle, et al. Single photon denoising algorithm based on improved DBSCAN and statistical filtering[J]. Laser Technology, 2021, 45(5):601 606. (in Chinese)
 魏硕,赵楠翔,李敏乐,等. 结合改进 DBSCAN 和统计 滤波的单光子去噪算法[J]. 激光技术, 2021, 45(5):601 606.
- [13] Rodriguez A, Laio A. Clustering by fast search and find of density peaks [J]. Science, 2014, 344 (6191): 1492-1496.
- [14] Ma Chunlai, Shan Hong, Ma Tao. A density peak clustering algorithm based on cluster center automatic selection strategy[J]. Computer Science, 2016, 43(7):255 258, 280. (in Chinese)
 马春来,单洪,马涛.一种基于簇中心点自动选择策略的密度峰值聚类算法[J]. 计算机科学, 2016, 43(7): 255 258, 280.
- [15] Pauly M, Gross M, Kobbelt L. Efficient simplification of point-sampled surfaces [C]//Proceedings of the IEEE Visualization Conference, Boston, 2002:163 – 170.
- [16] Ye Minlu, Hua Xianghong, Chen Xijiang, et al. Research on point cloud data denoising method based on orthogonal total least squares plane fitting[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2013, (11):37-39. (in Chinese) 叶珉吕,花向红,陈西江,等. 基于正交整体最小二乘 平面拟合的点云数据去噪方法研究[J]. 测绘通报, 2013, (11):37-39.
- [17] Zhu Guangtang, Ye Minlu. Research on point cloud denoising and quantitative evaluation method based on curvature characteristics[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2019, (6):105 108. (in Chinese)
 朱广堂,叶珉吕. 基于曲率特征的点云去噪及定量评价方法研究[J]. 测绘通报, 2019, (6):105 108.